

TESIS DOCTORAL



PABLO GUINDOS BRETONES



UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA AGROFORESTAL



## TESIS DOCTORAL

MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS TRIDIMENSIONALES PARA  
SIMULAR EL COMPORTAMIENTO DE MADERA CON PRESENCIA DE  
NUDOS, EMPLEANDO LA ANALOGÍA FLUIDO-FIBRA Y VALIDACIÓN  
CON FOTOGRAMETRÍA DE OBJETO CERCANO



PABLO GUINDOS BRETONES

JUNIO 2011











# UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Departamento de Ingeniería Agroforestal



## MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS TRIDIMENSIONALES PARA SIMULAR EL COMPORTAMIENTO DE MADERA CON PRESENCIA DE NUDOS, EMPLEANDO LA ANALOGÍA FLUIDO-FIBRA Y VALIDACIÓN CON FOTOGRAMETRÍA DE OBJETO CERCANO.

por

**PABLO GUINDOS BRETONES**

I.T. Agrícola en Mecanización y Construcción Rural U.S.C. 2006/I. Agrónomo U.S.C. 2008

Tesis Doctoral presentada en cumplimiento de los requisitos necesarios para obtener el título de:

## DOCTOR CON MENCIÓN EUROPEA

Tesis codirigida por los doctores:

Dr. MANUEL GUAITA FERNÁNDEZ, Catedrático en el Dep. de Ing. Agroforestal de la U.S.C.

Dr. JUAN ORTIZ SANZ, Prof. Titular en el Dep. de Ing. Agroforestal de la U.S.C.

El Codirector

El Codirector

El Doctorando

Fdo: D. Manuel Guaita

Fdo. D. Juan Ortiz

Fdo. Pablo Guindos

Lugo, Junio de 2011, con la ayuda del Programa de Formación del Profesorado Universitario (F.P.U.) - Mº de  
Educación del Gobierno de España







UNIVERSITY OF SANTIAGO DE COMPOSTELA

Department of Agroforestry Engineering



THREEDIMENSIONAL FINITE ELEMENT MODELS TO SIMULATE  
THE BEHAVIOR OF WOOD WITH PRESENCE OF KNOTS, APPLING  
THE FLOW-GRAIN ANALOGY AND VALIDATION WITH CLOSE  
RANGE PHOTOGRAMMETRY.

by

PABLO GUINDOS BRETONES

BSc Agricultural Eng.,specialized in Rural Engineering 2006 / MSc Agricultural Engineering 2008

Thesis submitted in partial satisfaction of the requirements for the degree of:

DOCTOR OF PHILOSOPHY WITH EUROPEAN MENTION

Thesis supervised by:

Phd. MANUEL GUAITA FERNÁNDEZ, Professor at the Agroforestry Dep. in the U.S.C.

Phd. JUAN ORTIZ SANZ, Lecturer at the Agroforestry Dep. in the U.S.C.

In Lugo at June 2011, with the support of the University Lecturers Formation Program (F.P.U.) –

Ministry of Education, Spanish Government





Mi más profundo agradecimiento a todos los que han hecho posible esta tesis:

- Juan Ortiz y Manuel Guaita.
- Todos los compañeros del Departamento de Ingeniería Agroforestal de la U.S.C. en particular a todos los miembros de la Unidad de Gestión Forestal Sostenible (U.X.F.S.)
- Paulo Cruz y el Departamento de Arquitectura de la Univ. de Minho.
- Guillermo Riesco, Roque Rodríguez, Santiago Martínez, Pablo Ramil, Ramón Mariño, Ignacio Díaz Maroto y Mari Luz Gil.
- Vanessa Baño y Jorge Crespo.
- Maderas Besteiro.
- El Ministerio de Ciencia y Tecnología con el Proyecto AGL2009-11331.
- El Ministerio de Educación por la Beca de Formación del Profesorado Universitario (F.P.U.)
- Y finalmente a toda mi familia.







Lugo, 28/06/2011

En virtud de la normativa vigente sobre los trámites para la defensa de tesis doctorales, emito este informe favorable a la entrega de la tesis doctoral

MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS TRIDIMENSIONALES PARA SIMULAR EL COMPORTAMIENTO DE MADERA CON PRESENCIA DE NUDOS, EMPLEANDO LA ANALOGÍA FLUIDO-FIBRA Y VALIDACIÓN CON FOTOGRAMETRÍA DE OBJETO CERCANO

de la que soy codirector junto al Dr. Juan Ortiz y que ha realizado el alumno D. Pablo Guindos Bretones a plena satisfacción.

La tesis cumple sobradamente los criterios de originalidad, morfología y metodologías propias del método científico obteniendo conclusiones inéditas sobre el aspecto clave de la predicción de la resistencia de la madera.

Ha servido sobre todo para la formación científica del alumno que con este documento tiene unas bases realmente muy sólidas sobre la madera con fines estructurales y sus mecanismos de fallo, con lo que con toda seguridad redundará durante el 2012 en la publicación de al menos 3 artículos de impacto en revistas prestigiosas relacionadas con la Ingeniería Agroforestal, la Ingeniería mecánica y la Simulación numérica.

Fdo: Manuel Guaita Fernández

Catedrático de Cálculo de Estructuras de la USC.

Profesor del Departamento de Ingeniería Agroforestal de la USC.

Juan Ortiz Sanz, con DNI 9288506W, Profesor Titular de la Universidad de Santiago de Compostela, codirector junto con el Dr. Manuel Guaita Fernández de la tesis doctoral **MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS TRIDIMENSIONALES PARA SIMULAR EL COMPORTAMIENTO DE MADERA CON PRESENCIA DE NUDOS, EMPLEANDO LA ANALOGÍA FLUIDO-FIBRA Y VALIDACIÓN CON FOTOGRAMETRÍA DE OBJETO CERCANO** realizada por el alumno D. Pablo Guindos Bretones, en cumplimiento de la normativa vigente relativa la a defensa de tesis doctorales

## INFORMA

que el alumno ha demostrado una gran capacidad para el desarrollo de trabajos científicos en el transcurso de la elaboración de la presente tesis doctoral, que presenta un elevado grado de dificultad, entre otras cosas, por combinar al más alto nivel dos técnicas muy alta complejidad, la fotogrametría y el método de elementos finitos, todo ello aplicado a uno de los materiales estructurales más complejos, la madera. Dicha complejidad y la brillantez con que han sido resueltos los objetivos planteados inicialmente permiten afirmar que dará lugar sin lugar a dudas en los próximos meses a varios trabajos fácilmente publicables en revistas de alto impacto científico.

Y para que así conste a los efectos oportunos, lo firmo en Lugo, a 29 de junio de 2011



Fdo: Juan Ortiz Sanz  
Profesor Titular de Universidad  
Departamento de Ingeniería Agroforestal  
Universidad de Santiago de Compostela

# ÍNDICE

<b>Resumen - Abstract</b>	1
<b>Nomenclatura</b>	9
<b>Lista de figuras</b>	11
<b>Introducción - Introduction</b>	17
<b>Antecedentes</b>	
<b>Capítulo 1: Generalidades de la madera</b>	21
1. Introducción	21
2. Funcionamiento del árbol y formación de la madera	22
3. Estructura macroscópica	23
4. Estructura microscópica de las coníferas	26
5. Estructura submicroscópica	27
6. Composición química	29
7. Propiedades físicas	
7.1. Contenido de humedad	31
7.2. El agua en la madera	31
7.3. Higrscopicidad	31
7.4. Hinchazón y merma	32
7.5. Densidad	33
7.6. Dureza	34
8. Propiedades mecánicas	
8.1. Anisotropía	34
8.2. Capacidades resistentes para cada tipo de sollicitación	
8.2.1. Tracción paralela a la fibra	36

---



8.2.2.	Compresión paralela a la fibra.....	36
8.2.3.	Flexión.....	36
8.2.4.	Tracción perpendicular a la fibra.....	36
8.2.5.	Compresión perpendicular a la fibra.....	37
8.2.6.	Cortante.....	37
8.3.	Factores que influyen en las propiedades mecánicas	
8.3.1.	Efecto del contenido de humedad.....	37
8.3.2.	Efecto de la temperatura.....	38
8.3.3.	Efecto de la duración de la carga.....	38
8.3.4.	Efecto de la desviación de la fibra.....	39
8.3.5.	Efecto de los nudos.....	40
8.3.6.	Tamaño de la pieza.....	41
8.3.7.	Otros factores.....	41
9.	Singularidades de la madera	
9.1.	Particularidades anatómicas del árbol	
9.1.1.	Nudos.....	41
9.1.2.	La médula.....	50
9.1.3.	La madera juvenil.....	51
9.2.	Anomalías en la forma del tronco	
9.2.1.	La curvatura del tronco.....	52
9.2.2.	Conicidad.....	52
9.2.3.	Bifurcaciones.....	52
9.3.	Irregularidades en el crecimiento de la capa cambial	
9.3.1.	Irregularidades en los anillos de crecimiento.....	52
9.3.2.	Excentricidad de corazón.....	53
9.3.3.	Acanaladura del tronco.....	53
9.4.	Defectos en la disposición de la fibra	
9.4.1.	Fibra ondulada.....	53
9.4.2.	Fibra entrelazada.....	53
9.4.3.	Fibra revirada.....	54
9.5.	Otras alteraciones o defectos naturales	
9.5.1.	Tensiones de crecimiento.....	54
9.5.2.	Bolsas de resina.....	55
9.5.3.	Acebolladuras.....	55
9.6.	Alteraciones de origen patológico	
9.6.1.	Alteraciones de origen abiótico.....	55
9.6.2.	Alteraciones de origen biótico.....	56
9.7.	Gemas.....	56

---

10. Métodos de clasificación y asignación de clases resistentes	
10.1. Técnicas no destructivas	
10.1.1. Métodos mecánicos.....	57
10.1.2. Métodos acústicos.....	57
10.1.3. Métodos electromagnéticos.....	58
10.1.4. Métodos nucleares.....	58
10.1.5. Métodos visuales.....	59
10.2. Técnicas destructivas.....	59
10.3. Clasificaciones visuales	
10.3.1. Clasif. visual de madera aserrada estructural de coníferas en España.....	59
10.3.2. Clasif. visual de madera aserrada estructural en los Países Nórdicos.....	64
10.4. Asignación de las clases resistentes.....	73
 <b>Capítulo 2: Comportamiento mecánico de la madera</b> .....	<b>76</b>
1. Niveles de estudio del comportamiento mecánico de la madera.....	76
2. Notas del estudio de la madera a nivel microscópico.....	77
3. Notas del estudio de la madera en la meso-escala.....	78
4. Estudio de la madera en la macro-escala	
4.1. Ototropía cilíndrica y conceptos geométricos preliminares.....	81
4.2. Diagramas tensión-deformación de todas las sollicitaciones testadas independientemente.....	84
4.3. Aplicación de la teoría de la elasticidad en la madera	
4.3.1. Concepto de tensor	
4.3.1.1. Rango del tensor.....	88
4.3.1.2. Notación indicial o convenio de Einstein y operaciones tensoriales básicas.....	88
4.3.2. Parámetros que determinan el estado mecánico de un punto de un sólido elástico con deformaciones infinitesimales.....	90
4.3.3. Resolución del problema elástico en la madera.....	102
4.4. Teorías de fallo en la madera	
4.4.1. Teorías de fallo frágil fenomenológico basadas en estados de carga uniaxiales.....	111
4.4.2. Teorías de fallo frágil fenomenológico para estados de carga multiaxiales en la madera	
4.4.2.1. Criterio de fallo lineal y fallo cuadrático.....	113
4.4.2.2. Criterio de fallo de Tsai-Hill y Hoffmann.....	114
4.4.2.3. Criterio de fallo de Tsai-Azzi y Norris.....	116
4.4.2.4. Criterio de fallo de Yamada-Sun y Yamada-Sun extendido.....	117
4.4.2.5. Criterio de Hashin y Hashin modificado.....	118
4.4.2.6. Fundamentos del polinomio del tensor de resistencia o criterio de Tsai-Wu.....	119
4.4.2.7. Significado e implicaciones del factor de interacción.....	128

4.4.2.8.    Estimación del factor de interacción.....	130
4.5.    Notas sobre el comportamiento no lineal	
4.5.1.    Superficie o criterio inicial de plasticidad.....	133
4.5.2.    Regla o condición de endurecimiento.....	134
4.5.3.    Regla de flujo.....	136
5.    Estudio de la madera en la escala masiva	
5.1.    Consideraciones previas.....	138
5.2.    Resumen de los parámetros mecánicos necesarios para implementar un modelo ortótropo de simulación de rotura fenomenológica en rango elástico en la madera.....	139
5.3.    Resumen de los parámetros mecánicos necesarios para implementar un modelo transversalmente isótropo de simulación de rotura fenomenológica en rango elástico en la madera.....	140
5.4.    Resumen de los parámetros mecánicos necesarios para implementar un modelo bidimensional de simulación de rotura fenomenológica en rango elástico en la madera.....	141
5.5.    Determinación de las propiedades mecánicas de la madera con defectos en el ámbito ingenieril europeo: norma UNE 408.....	142
5.6.    Aplicación de la teoría de resistencia de materiales sobre las deformaciones producidas en el ensayo a flexión según la norma UNE 408 dentro del rango elástico	
5.6.1.    Tensiones y deformaciones considerando el ensayo como una flexión pura.....	150
5.6.2.    Tensiones y deformaciones considerando el efecto del cortante.....	153
5.7.    Comportamiento durante el ensayo a flexión según la norma UNE 408 hasta su rotura.....	156
5.8.    Determinación de las propiedades mecánicas de la madera limpia en el ámbito científico.....	160
5.9.    Investigaciones previas sobre la presencia de nudos y la aplicación de la analogía fluida.....	167
 <b>Capítulo 3: Aplicación del M.E.F. y la fotogrametría en la madera.....</b>	<b>180</b>
1.    Descripción del método de los elementos finitos.....	180
2.    Principales aplicaciones del método de los elementos finitos en la madera.....	184
3.    Introducción de la fotogrametría de objeto cercano.....	186
4.    Investigaciones previas sobre la aplicación de la fotogrametría de objeto cercano en la madera.....	190
 <b>Capítulo 4: Conclusiones a los antecedentes.....</b>	<b>194</b>
 <b>Capítulo 5: Objetivos.....</b>	<b>198</b>
 <b>Capítulo 6: Material y métodos.....</b>	<b>200</b>
1.    Material.....	200
2.    Esquema metodológico.....	203
3.    Teoría y valores mecánicos empleados en los modelos.....	204
4.    Creación de los modelos de simulación bidimensional.....	211
4.1.    Nudos pasantes interiores	

---

4.1.1.	Creación geométrica común para el análisis fluido, multi-campo y sólido.....	211
4.1.2.	Análisis fluido.....	214
4.1.3.	Análisis multi-campo y solución fluida.....	217
4.1.4.	Análisis sólido.....	222
4.2.	Nudos pasantes exteriores.....	228
5.	Creación de los modelos de simulación tridimensional	
5.1.	Nudos pasantes interiores	
5.1.1.	Creación geométrica común.....	230
5.1.2.	Análisis fluido.....	235
5.1.3.	Análisis multi-campo.....	238
5.1.4.	Análisis sólido.....	242
5.2.	Nudos pasantes exteriores.....	245
5.3.	Nudos interiores con presencia de médula.....	246
5.4.	Nudos de borde.....	254
5.5.	Nudos extendidos y nudos de arista interna.....	257
6.	Adquisición de la madera y mediciones iniciales.....	259
7.	Diseño del experimento fotogramétrico	
7.1.	Determinación de los puntos de medición fotogramétrica.....	263
7.2.	Disposición de las cámaras.....	271
7.3.	Orientación, escala y determinación de la precisión.....	272
7.4.	Sincronización de cámaras y máquina de ensayo e intervalo entre fotogramas.....	273
7.5.	Escena fotografiada y procesamiento fotogramétrico.....	278
8.	Ensayo a flexión según la norma UNE 408	
8.1.	Colocación de viga y extensómetros.....	283
8.2.	Obtención de los parámetros físicos y mecánicos.....	286
<b>Capítulo 7: Resultados y discusión.....</b>		<b>291</b>
1.	Contenido.....	291
2.	Resultados experimentales.....	291
3.	Contraste de los M.E.F. empleando M.O.E. de acuerdo a la UNE 408.....	342
4.	Contraste de la exactitud, precisión y fiabilidad de la técnica fotogramétrica.....	368
5.	Contraste del campo de desplazamientos de los M.E.F. mediante la fotogrametría.....	376
6.	Análisis fotogramétrico estructural de vigas: M.O.E. Global, M.O.E. Limpio, y M.O.E. en Nudos.....	392
7.	Validación de los M.E.F. empleando el M.O.E. medio Limpio.....	397
8.	Conjunción de los principales criterios de rotura fenomenológicos y método del área finita: discusión de los criterios en base al volumen de integración de tensiones.....	419



8.1. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 10x10x10mm.....	423
8.2. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 8x8x8mm .....	425
8.3. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 6x6x6mm .....	426
8.4. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 4x4x4mm .....	428
8.5. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 2x2x2mm .....	429
8.6. Los criterios estimando un volumen de integración de 2x0,4x0,4mm (Límite Superior de Masuda).....	431
8.7. Los criterios estimando un volumen de integración de 1x0,4x0,4mm (Límite Inferior de Masuda).....	432
8.8. Los criterios fenomenológicos en la madera aplicados en puntos discretos.....	434
8.9. Criterios fenomenológicos y enfoques para piezas sometidas a solicitaciones multiaxiales.....	435
9. Discusión del Modelo.....	445
9.1. Viga Limpia.....	447
9.2. Cómo afecta el tamaño y la posición de nudos pasantes de cara y de borde.....	448
9.3. Cómo afecta el tamaño y la posición de nudos de cara y arista con la médula próxima a la cara interna.....	460
9.4. Tamaño y posición de nudos de cara y arista con la médula próxima a la mitad del espesor de la pieza.....	471
9.5. Cómo afecta el tamaño y la posición de nudos de borde y arista con generatriz paralela a las caras.....	483
9.6. Cómo afecta la inclinación de los nudos.....	489
9.7. Cómo afecta la desviación global de fibra en el efecto de los nudos.....	495
9.8. Cómo afecta la rotación y la excentricidad de los nudos.....	506
10. Resultados adicionales.....	512
10.1. Proyectos videométricos tridimensionales de los ensayos.....	512
10.2. Programa de generación automática y tratamiento estadístico de vigas con presencia de nudos.....	512
<b>Conclusiones - Conclusions.....</b>	<b>515</b>
<b>Futuras Investigaciones.....</b>	<b>523</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>527</b>

---

# RESUMEN

Los nudos son los defectos que más disminuyen la resistencia de la madera en la escala estructural, hasta el punto de que las propiedades resistentes asignadas a una pieza, dependen en muchas ocasiones de unas pocas características visibles de estas singularidades, las cuales vienen recogidas en la normativa de clasificación visual correspondiente. Sin embargo la inexactitud en la comprensión de su influencia, provoca que esta legislación deba ser elaborada únicamente basándose en resultados empíricos y procesos estocásticos, lo cual limita sustancialmente la finura con la cual son asignadas las propiedades resistentes, y por tanto la eficiencia con la que este material es utilizado con fines estructurales. El estudio de estas singularidades, sigue siendo tan desconocido desde el punto de vista analítico, debido a la complejidad de su simulación, y en parte también, a la no tridimensionalidad (ó tridimensionalidad sin diferencias en la sección transversal) de las investigaciones realizadas hasta el momento, que no permiten simular la mayor parte de los nudos que se encuentran en la realidad, y obligan a efectuar restrictivas simplificaciones en una buena parte del resto de los casos. De ahí que hasta el momento sólo se haya contrastado teóricamente su influencia con la legislación, cuando estos son idealmente pasantes y cilíndricos a las caras de la pieza, y en algunos casos circulares, pero no cuando son cónicos ó troncocónicos elípticos y oblicuos, de cara, de borde, ó arista, ó cómo influye su inclinación, su excentricidad, su rotación ó la desviación global espacial de la fibra, que realmente son los casos que se abarcan y se discuten en la normativa y se manejan en la realidad.

Sin embargo con esta tesis se ha creado un programa, que de forma automática permite generar un modelo material tridimensional para piezas estructurales de madera en una plataforma de elementos finitos, a través del cual un usuario sí puede simular fácilmente los ensayos de

clasificación y comprobar analíticamente este complejo efecto para todos los casos discutidos en la normativa, concibiendo los nudos como conos y troncos de cono elípticos, oblicuos y rotados, calculando la desviación local de fibra alrededor de ellos basándose en el comportamiento de los fluidos laminares (la llamada *Analogía Fluido-Fibra Tridimensional*), incluyendo la desviación espacial global de la fibra y la tangencia respecto del tronco, y asentándose en principios de isotropía transversal con diferentes rigideces en la tracción y compresión longitudinal, plasticidad anisótropa, no linealidad geométrica en cuanto a la aplicación de cargas, y proporcionando una predicción de rotura de acuerdo a los 8 principales criterios fenomenológicos empleados en la actualidad.

Por otra parte la investigación ha lidiado con los inconvenientes convencionales que presenta el contraste experimental de este tipo modelos teóricos; gracias a la aplicación de una novedosa técnica fotogramétrica ha sido posible determinar con extremada precisión y cámaras utilitarias, qué nudo ó nudos han sido los causantes de la rotura, cuál ha sido el valor de carga que inicia el fallo, cuáles son los desplazamientos que se producen en una media de 65 nodos del modelo de elementos finitos del tercio central de cada pieza con una exactitud de 1 a 6200 mm/mm cada 5 segundos, y finalmente cuáles son las distorsiones en el campo de desplazamientos debidas a la presencia de nudos, ideando los pasos para la obtención de un nuevo *M.O.E. Medio Global* que pretende recoger la rigidez media de la pieza, *M.O.E. Medio Limpio* que cuantifica la rigidez de la pieza únicamente en aquellas zonas que no se ven influenciadas por la presencia de nudos, y *M.O.E. Medio en Nudos* que describe la rigidez en aquellas zonas en donde el campo de desplazamientos verticales ha sido distorsionado debido a la presencia de estas singularidades. Empleando el M.O.E. medio limpio en los modelos de elementos finitos en lugar del M.O.E. local medido de acuerdo a la normativa con un único extensómetro, se ha comprobado que la mejora en la predicción de los desplazamientos ha sido del 49%, alcanzando un error medio absoluto en toda la extensión de los ensayos del 9%, donde la desviación media estándar del error en cada viga debido a la heterogeneidad inherente del material ha sido del 1,5.

También se ha tenido en cuenta el desacuerdo científico que existe en la actualidad en torno al criterio y el enfoque que se debe seguir para predecir el inicio de la rotura en especímenes de madera sin grietas o agujeros iniciales, discutiendo la aplicación de los criterios de Tsai-Wu (con factor de inter acción experimental); Tsai-Wu (con factor de interacción según Liu); Tsai-

Hill; Tsai-Azzi; Norris; Hashin; Hoffmann; y Yamada-Sun extendido a tres dimensiones, no solo en su aplicación en puntos discretos, sino también empleando las nuevas teorías de *Áreas ó Volúmenes de Integración de Tensiones* que aúnan la experiencia empírica recogida en los criterios fenomenológicos, con los razonamientos analíticos proporcionados por la mecánica de la fractura. Aplicando estos criterios se ha demostrado que el error absoluto en la predicción de rotura del modelo diseñado puede variar tan solo en un 4% respecto del valor experimental. Por otra parte, tomando en consideración los tamaños de integración de tensiones propuestos por Masuda, Landaelius, y Gustafsson, se han calculado las predicciones de todos los criterios fenomenológicos en 7 volúmenes de integración distintos, pudiendo extraer novedosas conclusiones tales como establecer una jerarquía de conservacionismo entre todos los criterios, determinar cuál es el tamaño de integración más adecuado para cada uno de ellos, o también cuantificar cuál es el efecto que este tamaño tiene en las distintas teorías de fallo.

Finalmente tras proponer y validar este modelo material para la madera, se presenta una discusión donde por primera vez se pueden valorar analíticamente, todos los parámetros relacionados con los nudos que vienen recogidos en la normativa correspondiente Española y de los Países Nórdicos, y también una serie de parámetros que pese a que no se señalan en la legislación, no tienen una influencia nada despreciable. El estudio analítico realizado puede resumirse en los siguientes puntos:

- Se ha identificado cuál es el comportamiento de nudos de diámetros  $h/6$ ;  $h/5$ ;  $h/4$ ;  $2h/5$ ; y  $h/2$  localizados en posiciones de  $-0,125h$ ;  $-0,250h$ ;  $-0,375h$ ; y  $-0,5h$ , siendo éstos pasantes a las caras; siendo pasantes pero con la médula localizada próxima a una de las caras; y también cuando la médula se encuentra cercana al centro de la sección, mostrando en todo caso cuál es el M.O.R. y la distribución tensional predichas por el modelo generado, y cuál es el M.O.R. propuesto por la normativa. Numerosas conclusiones novedosas se han extraído en esta discusión, en donde entre otras cosas ha sido posible determinar que el efecto de la conicidad puede suponer incrementos en la resistencia de hasta el 300% respecto los nudos cilíndricos, y también, que el efecto de la posición en la pieza de un mismo tipo de nudo puede suponer variaciones de resistencia de más del 48%, aunque ambos conceptos no se incluyen en la legislación.

- Se ha determinado de forma pionera la influencia de los nudos de borde, de diámetros  $b/3$ ;  $b/2$ ;  $2b/3$ ;  $4b/5$ ; y  $b$ , con la médula próxima al centro de la pieza; y con la médula próxima a una de las caras, caracterizando la su distribución tensional, y los M.O.R. obtenidos. El efecto de la posición y el tamaño no resultó ser tan significativo debido al efecto de concentración de tensiones.
- Se ha investigado por primera vez cuál es la influencia de la inclinación de los nudos, cuando no se presentan perpendicularmente a las superficies, identificando los M.O.R. y distribuciones tensionales, en nudos pasantes de cara de diámetro  $h/5$ , que se encuentran localizados en la posición de no concentración  $-0,250h$ ; y la posición  $-0,375h$ , cuando las diferencias verticales observadas en ambas caras son de  $+0,125h$ ;  $+0,250h$ ;  $+0,375h$ ; y  $+0,5h$ . La inclinación no se recoge en la normativa y puede suponer incrementos del 60% en la resistencia a flexión, además de un significativo cambio en la configuración tensional.
- Se ha descubierto cuál es la influencia de la desviación global de fibra en caras; global en bordes; y global en caras y bordes cuando éstas tienen una magnitud de  $1:10$ ;  $1:8$ ;  $1:6$ ; y  $1:4$ , en el efecto que producen los nudos de diámetro  $h/5$ , en las posiciones  $-0,250h$ ; y  $-0,375h$ , observando y comparando cuál es la variación en la distribución tensional, y M.O.R. Si la desviación global actúa en caras y bordes al mismo tiempo, puede menguar la resistencia en un 25% respecto de piezas en las que la desviación únicamente se produce en bordes, sin embargo en la normativa no se discierne tampoco este aspecto.
- Por último se ha cuantificado también por primera vez el efecto de la rotación y excentricidad de estas singularidades, observando la variación en el comportamiento en nudos de diámetro vertical  $h/6$ , cuando el diámetro horizontal triplica este valor; lo duplica; lo media; y lo tercia, y también qué ocurre cuando los defectos son rotados  $22,5^\circ$  en las caras;  $45^\circ$ ;  $67,5^\circ$ ; y  $90^\circ$ . Comprobando que efectivamente la excentricidad del nudo no tiene un efecto demasiado significativo, en contraposición a la rotación del mismo que puede cambiar en más de un 40% el valor resistente de la pieza.

# ABSTRACT

The knots are the defects that most reduce the strength of lumber in the structural level, to such an extent that the strength properties ascribed to a piece depends on many occasions to few visible characteristics of these singularities, which are contained on the corresponding visual grading rules. However, the inaccuracy in the understanding of their influence, cause that legislation must be made only based on empirical results and stochastic processes, which substantially restricts the accuracy of the strength properties ascribed, and therefore the efficiency with which this material is used for structural purposes. The study of these singularities, remains poorly known from the analytical point of view, due to the complexity of simulations, and partly to the no-three-dimensionality (or three-dimensionality with no differences in the cross section) of previous researches, which make not possible to simulate most of the knots found in reality, and require restrictive simplifications in much of the remaining cases. Hence it has been only contrasted the theoretical influence whit legislation until this moment, when knots are ideally through cylinders placed perpendicularly to the faces of the pieces, and in some cases even circular, but not when they are elliptical, rotated and oblique cones and truncated cones located on faces, edges, or arris, or how affects their inclination, eccentricity, rotation or global grain deviation, which really are the cases that are covered and discussed in the rules and managed in reality.

However with this thesis it has been created a program that automatically allows the generation of three-dimensional material models for wooden structural members in a finite element platform, through which an user can easily simulate the classification tests and check this complex effect for all the cases discussed on the normative, designing the knots as elliptical



rotated and oblique cones and truncated cones, calculating the local fiber deviation around them based on the behavior of laminar fluids (the called *Three-Dimensional Flow-Grain Analogy*), including the global grain deviation and the tangency regarding to the log, and settled on principles of transverse isotropy, different tension and compression stiffness in the longitudinal direction, anisotropic plasticity, geometric non-linearity in the application of loads, and providing a prediction of fracture initiation according to the 8 most used phenomenological failure criteria.

Moreover, the research has dealt with the conventional problems found to contrast experimentally such theoretical models through the application of a novel photogrammetric technique, which has been possible to determine with extreme accuracy and low cost cameras, which knot or knots have been the cause of the rupture, what was the load value that started the failure, what are the displacements that occur in an average of 65 nodes of the finite element model of the middle third of each piece with an accuracy of 1 to 6200 mm / mm each 5 seconds, and finally, what are the distortions in the displacement field due to the presence of knots, devising the steps to obtain a new *Global Average M.O.E.* which accounts the average stiffness of the whole member, a *Clean Average M.O.E.* which only quantifies the stiffness of those regions that are not influenced by the presence of knots, and a *Knot Average M.O.E.* which describes the stiffness in those zones where the vertical displacements are distorted due the presence of the singularities. Using the clean average M.O.E. in finite element models instead of the M.O.E. measured according to regulations with a single extensometer, it was found that the improvement in the prediction of the mean absolute error of displacements during the full tests was 49%, achieving an overall value of the displacement prediction of 9%, while the average standard deviation of this error in each beam due the inherent heterogeneity of the material was 1, 5.

It was also taken into account the scientific disagreement that currently exists about the criteria and approach to be followed to predict the onset of fracture in wooden specimens without initial cracks or notches, discussing the application of the criteria of Tsai -Wu (with interaction factor according to experimental results); Tsai-Wu (factor according to Liu's theory), Tsai-Hill, Tsai-Azzi, Norris, Hashin, Hoffmann, and Yamada-Sun extended to three dimensions, not only applying them in discrete points, but also using the new theories of *Stress Integration Areas or Volumes*, which combine the empirical experience gathered with the

phenomenological failure criteria, with the analytical reasoning provided by fracture mechanics. Applying these criteria and approaches has been demonstrated that the absolute error in the prediction of the failure load of the model designed can vary only by 4% compared to the experimental value. Moreover, taking into account the stress integration sizes proposed by Masuda, Landaelius, and Gustafsson, it has been calculated the predictions of all phenomenological criteria in 7 different integration volumes which can extract novel conclusions such as establishing a hierarchy of conservatism of all criteria, determine the appropriate size of integration for each of them, or even quantify what effect has the integration size on the different failure theories.

Finally, after proposing and validating this material wood model, is expounded a discussion that for the first time can compare analytically, all the parameters related with the knots that are contained in both Spanish and Nordic Countries legislation, and also the influence of some variables, that although not regulated by the normative, analytically it demonstrates not negligible influence. The analytical study can be resumed on the following points:

- It has been determined the behavior of both face and arris knots with diameters  $h/6$ ,  $h/5$ ,  $h/4$ ,  $2h/5$ ,  $h/2$  located on positions  $-0.125h$ ,  $-0.250h$ ,  $-0.375h$  and  $-0.5h$ , when they go through from face to face; being through knots but with the pith placed near to one face; and when the pith is located at the center of the cross section, showing in all cases how M.O.R. and the stress distribution are predicted by the generated model, and comparing this with the corresponding M.O.R. regulated on current Spanish and Nordic European Countries legislation. Several novel conclusions are extracted on this discussion, where among other things has been possible determine that the effect of the conicity can produce increases on the strength up to 300% regarded the cylindrical knots, and that the effect of the position of the same kind of knots in the piece may involve changes in the strength of more than 48%, although both concepts are not included on the legislation.
- It has been determined for the first time the influence of edge knots with diameters  $b/3$ ,  $b/2$ ,  $2b/3$ ,  $4b/5$ , and  $b$ , with the pith near to the center of the cross section; and also with the pith near to one face, characterizing the stress distribution, and M.O.R. In this case the effect of size and position where no so significant due to the stress concentration effect.

- It has been researched, also for the first time, which is the influence of the inclination of knots, when they are not perpendicular to the sides of the member, quantifying M.O.R. and stress distributions in through face knots with diameters  $h / 5$ , which are located in the position of no-stress concentration  $h - 0.250$ ; and also in the stress concentration location  $- 0.375 h$ ; that show vertical differences in the position of both faces about  $+0.125 h$ ;  $+0.250 h$   $+0.375 h$ , and  $+0.5 h$ . The inclination is not included on regulations and may involve increases of 60% on bending strength, and also a significant change on the stress configuration.
  
- It has been discovered how is the influence of the global fiber deviation on knots, when it only appears on faces; only on edges, and in both faces and edges; and when it takes values of 1:10; 1:8; 1:6; and 1:4; quantifying in all cases the influence of this parameter over the M.O.R. and stress distribution of face through knots of diameter  $h / 5$ , at positions  $h - 0.250$ , and  $-0.375 h$ . If global deviation is showed on both faces and edges at the same time, strength can be reduced 25% regarded those cases where deviation only occurs on edges, however legislation do not discern this aspect as well.
  
- Finally, it has been also quantified for the first time the effect of rotation and eccentricity of these defects, noting the variation in the predictions of knots with vertical distances of  $h / 6$ , when the horizontal diameter is three times this value; it doubles this value; it half this value; and thirds this value; and also what happens when the knots are rotated 22.5 degrees in the faces; 45 °; 67.5 °; and 90 °. Actually the eccentricity of the knot has an effect not too significant, however the rotation of the same singularity can change the value of the strength more than 40%.

# NOMENCLATURA HABITUAL

$C_v$ : Contracción volumétrica total en %.

$D$ : Matrices de rigidez de las componentes de la madera

$D.I.C.$ : Correlación digital de imágenes

$\epsilon$ : Tensor de deformación infinitesimal de Cauchy de componentes  $\epsilon_L, \epsilon_R, \epsilon_T, \gamma_{LR}, \gamma_{LT}, \gamma_{RT}$

$\delta$ : Vector corrimiento, de componentes  $u, v, w$

$E$ : Módulo de elasticidad longitudinal,  $E_L, E_R, E_T$ , ó  $E_{t,L}, E_{c,L}, E_{t,R}, E_{c,R}, E_{t,T}, E_{c,T}$ , ó  $E_0, E_{90}$

$G$ : Módulo de elasticidad transversal,  $G_{LT}, G_{RT}, G_{TR}$ , ó  $G_0, G_{90}$  ó  $G$  (en elasticidad plana).

$f$ : Resistencia simple de la madera, t y c indican el signo del esfuerzo, L, T, R, 0 y 90 la dirección o el plano, y “v” indica que es relativa al esfuerzo cortante.

$F$ : Componentes del tensor de resistencia de Tsai-Wu.

$F.E.M.=M.E.F.$ : Método ó Modelo de elementos finitos

$H$ : Contenido de humedad, en %.

$H$ : Tensor de giro infinitesimal

$\theta$ : Proyección de la desviación global de las fibras en el plano “tangencial” de la pieza

$\vartheta$ : Proyección de la desviación global de las fibras en el plano “radial” de la pieza

$I_1, I_2$  e  $I_3$ : Invariantes del tensor de tensión.

$J_1, J_2$  y  $J_3$ : Invariantes del tensor desviador de la tensión.

$k$ : Matriz de rigidez

$\mathbf{M}$ : Matriz global de la deformación infinitesimal elástica

$M$ : Pared intercelular o laminilla intermedia

$M.O.E.$ : Módulo elástico longitudinal local obtenido en el ensayo a flexión según UNE 408

$M.O.E.G.$ : Módulo elástico longitudinal global obtenido en el ensayo a flexión según UNE 408

$M.O.E.T.$ : Módulo de elast. transversal longitudinal obtenido según lo especificado en UNE 408

$M.O.R.$ : Módulo de rotura, se corresponde con la resistencia a flexión obtenida según UNE 408

$P$ : Pared primaria

$R$ : Matriz de rotación

$S$ : Pared secundaria

$S_1$ : Capa exterior de la pared secundaria

$S_2$ : Capa intermedia de la pared secundaria

$S_3$ : Capa interna de la pared secundaria

$\sigma$ : Tensor de tensiones de Cauchy, de componentes  $\sigma_L, \sigma_R, \sigma_T, \tau_{LR}, \tau_{LT}, \tau_{RT}$

$\nu_{ij}$ : Coeficiente de Poisson que explica la deformación en  $j$  como efecto de sollicitación en  $i$ ,

$\nu_{LR}, \nu_{LT}, \nu_{RT}, \nu_{RL}, \nu_{TL}, \nu_{TR}$  ó  $\nu_0, \nu_{90},$  ó  $\nu$

$\mathbf{V}$ : Coeficiente de contracción volumétrica en %.

# LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1. Funcionamiento básico del árbol
- Figura 1.2. Estructura macroscópica
- Figura 1.3. Direcciones y secciones principales de la madera
- Figura 1.4. Estructura microscópica de las coníferas
- Figura 1.5. Estructura submicroscópica
- Figura 1.6. Ángulos de las microfibrillas
- Figura 1.7. Composición de las principales especies
- Figura 1.8. Abaco de humedad de Kollman
- Figura 1.9. Contracciones aproximadas en *P. sylvestris*
- Figura 1.10. Esquema de ortotropía de la madera
- Figura 1.11. Comparación de los valores característicos del hormigón y el acero con la madera
- Figura 1.12. Cambio de las propiedades mecánicas debido a la humedad en la madera
- Figura 1.13. Curva de Madison sobre el efecto de la duración de la carga
- Figura 1.14. Efecto de la desviación de la fibra en la resistencia a compresión y la rigidez
- Figura 1.15. Efecto de la desviación de la fibra en la rigidez longitudinal a compresión
- Figura 1.16. Efecto del tamaño y la posición de los nudos en la madera)
- Figura 1.17. Efecto del tamaño de los nudos en el M.O.R. en zona traccionada y fibra neutra
- Figura 1.18. Tipos de nudos según el estado en el que se encuentren
- Figura 1.19. Aspecto de los nudos según el estado en el que se encuentren
- Figura 1.20. Cantidad de nudos clasificados según su estado en los pinos de Landes
- Figura 1.21. Ángulos de inserción de rama típicos en *Pinus sylvestris*
- Figura 1.22. Principales tipos de nudos según su posición su forma
- Figura 1.23. Nudos solapados
- Figura 1.24. Nudos de cara externa y nudos de borde
- Figura 1.25. Nudos extendidos
- Figura 1.26. Nudos de arista interna
- Figura 1.27. Nudos de arista externa
- Figura 1.28. Nudos pasantes interiores
- Figura 1.29. Nudos pasantes exteriores
- Figura 1.30. Nudos clavados superficiales y nudos extendidos superficiales
- Figura 1.31. Nudos extendidos de pequeño ángulo de inserción de rama
- Figura 1.32. Agrupaciones de nudos
- Figura 1.33. Propiedades de la madera juvenil
- Figura 1.34. Defectos en la disposición de la fibra
- Figura 1.35. Calidades de las normas de clasificación visual europeas



Figura 1.36. Medición de los nudos según la norma española  
 Figura 1.37. Medición de las gemas según la norma española  
 Figura 1.38. Resumen de los criterios de clasificación españoles  
 Figura 1.39. Medición de los anillos de crecimiento en los países nórdicos  
 Figura 1.40. Medición de las deformaciones de secado en los países nórdicos  
 Figura 1.41. Medición de nudos de borde en los países nórdicos  
 Figura 1.42. Medición de nudos de arista interna en los países nórdicos  
 Figura 1.43. Medición de nudos extendidos en los países nórdicos  
 Figura 1.44. Medición de nudos de arista externa en los países nórdicos  
 Figura 1.45. Medición de nudos cara externa en los países nórdicos  
 Figura 1.46. Medición de nudos pasantes interiores en los países nórdicos  
 Figura 1.47. Medición de nudos pasantes exteriores en los países nórdicos  
 Figura 1.48. Condición de consideración de nudos superficiales en los países nórdicos  
 Figura 1.49. Medición de nudos extendidos de pequeño ángulo de inserción de rama en los países nórdicos  
 Figura 1.50. Medición de agrupaciones de nudos en los países nórdicos  
 Figura 1.51. Consideración de nudos solapados en los países nórdicos  
 Figura 1.52. Medición del Knot Area Ratio (ratio superficial de nudos)  
 Figura 1.53. Resumen de criterios de clasificación visual en los países nórdicos  
 Figura 1.54. Asignación de las clases resistentes  
 Figura 1.55. Asignación de las propiedades características según la clase resistente según UNE EN 338

Figura 2.1. Densidad básica en los anillos de crecimiento en picea  
 Figura 2.2. Graduación de la distribución de densidad en *Larix occidentalis* y *Abies balsamea*  
 Figura 2.3. Solicitaciones producidas en las paredes celulares al cargar axialmente en las direcciones tangenciales y radiales  
 Figura 2.4. Ortotropía cilíndrica en la madera  
 Figura 2.5. Elemento diferencial cilíndrico en la madera  
 Figura 2.6. Ejes materiales considerando conicidad y fibra revirada  
 Figura 2.7. Desviaciones locales de los ejes materiales debido a la presencia de un nudo elíptico  
 Figura 2.8. Diagramas uniaxiales tensión-deformación para las distintas solicitaciones en la madera  
 Figura 2.9. Resumen operaciones y notación tensorial e indicial  
 Figura 2.10. Tipos de esfuerzos en un elemento diferencial de madera  
 Figura 2.11. Desglose de la tensión en tensión hidrostática más tensión desviadora  
 Figura 2.12. Deformación de un segmento del paralelepípedo element. y su rel. con las comp. del vector corrimiento  
 Figura 2.13. Justificación de la relación de las deformaciones unitarias ingenieriles con el vector desplazamiento  
 Figura 2.14. Justificación de la relación de las distorsiones angulares ingenieriles con el vector desplazamiento  
 Figura 2.15. Corrimiento de un punto a partir del corrimiento y la deformación respecto de otro punto próximo  
 Figura 2.16. Relación general entre los módulos de elasticidad longitudinales  
 Figura 2.17. Relación general entre los módulos de elasticidad transversales  
 Figura 2.18. Relación de rigideces entre las principales especies madereras de los Estados Unidos de América  
 Figura 2.19. Coeficientes de Poisson generales en la madera  
 Figura 2.20. Coeficientes de Poisson en las principales especies madereras de los Estados Unidos de América  
 Figura 2.21. Principales criterios de fallo frágil en la madera  
 Figura 2.22. Direcciones consideradas por Tsai y Wu  
 Figura 2.23. Proposición inicial de Tsai y Wu para determinar los factores de interacción  
 Figura 2.24. Estados equivalentes de tensión  
 Figura 2.25. Superficies de rotura producidas por distintos factores de interacción  
 Figura 2.26. Diferencias en la incl. de las superficies de rotura producidas por diversos valores del factor de interacción  
 Figura 2.27. Errores en la estimación del factor de interacción al producirse errores en la estimación de la resist. biaxial  
 Figura 2.28. Diferencias entre considerar o no el factor de interacción  
 Figura 2.29. Esquema para la determinación del módulo de elasticidad local según la norma UNE 408  
 Figura 2.30. Esquema para la determinación del mód. elast. transv. con el mét. de la luz única según la norma UNE 408  
 Figura 2.31. Características de las probetas para la determinación de las propiedades perpendiculares  
 Figura 2.32. Esquema para la determinación de la fuerza máxima a compresión perpendicular  
 Figura 2.33. Esquema para la determinación de la resistencia al cortante longitudinal  
 Figura 2.34. Diagrama de esfuerzos cortantes y momentos flectores en el ensayo a flexión según la norma UNE 408  
 Figura 2.35. Deformación en la flexión pura  
 Figura 2.36. Componentes de la curva elástica

Figura 2.37. Tensiones cortantes en la flexión simple  
 Figura 2.38. Deformaciones en la flexión simple  
 Figura 2.39. Influencia de la distorsión en la curva elástica  
 Figura 2.40. Distribución de tensiones axiales en la primera fase del ensayo a flexión  
 Figura 2.41. Distribución de tensiones axiales en la segunda fase del ensayo a flexión  
 Figura 2.42. Distribución de tensiones axiales en la tercera fase del ensayo a flexión  
 Figura 2.43. Entrada en plastif. de las distintas clases resist. durante la realización del ensayo a según la norma UNE 408  
 Figura 2.44. Esquema del ensayo a tracción en la sección transversal  
 Figura 2.45. Esquema del ensayo a compresión en la sección transversal  
 Figura 2.46. Esquema del ensayo a tracción en la sección radial  
 Figura 2.47. Esquema del ensayo a compresión en la sección radial  
 Figura 2.48. Esquema del ensayo a tracción en la sección tangencial  
 Figura 2.49. Esquema del ensayo a compresión en la sección tangencial  
 Figura 2.50. Esquema del ensayo a tracción inclinada a  $45^\circ$  con mediciones en el plano tangencial  
 Figura 2.51. Esquema del ensayo a tracción inclinada a  $45^\circ$  con mediciones en el plano radial  
 Figura 2.52. Esquema del ensayo a cortante longitudinal  
 Figura 2.53. Esquema del ensayo a cortante transversal  
 Figura 2.54. Continuidad cambial en el nudo  
 Figura 2.55. Típicos índices de agotamiento en flexión alrededor de los nudos V.Baño (2009)  
 Figura 2.56. Parámetros para la determinación de las líneas de corriente alrededor de un nudo elíptico.  
 Figura 2.57. Ejemplares utilizados por Phillips et al para la comprobación de la validez de la analogía fluida  
 Figura 2.58. Puntos de control de los cuadrantes medidos por Phillips  
 Figura 2.59. Tensiones en nudos a tracción simple. Utilizando desviación real (b). Utilizando desviación fluida (c)  
 Figura 2.60. Mallas creadas por Cramer y Forhel  
 Figura 2.61. Mallas creadas por Masuda y Honda  
 Figura 2.62. Mallas creadas por Zandenberg  
 Figura 2.63. Malla creadas por Mihashi  
 Figura 2.64. Vectores velocidad en los nodos del análisis realizado por Saravi  
 Figura 2.65. Orientación de los ejes locales de los elementos en el análisis realizado por Saravi

Figura 3.1. Texturas diferenciables para mediciones fotogramétricas  
 Figura 3.2. Marcados artificiales  
 Figura 3.3. Probetas evualuadas por Masuda  
 Figura 3.4. Esquema del experimento realizado por Tsakiri et al en 2004  
 Figura 3.5. Esquema del experimento realizado por Dhal y Malo en 2008

Figura 6.1. Resumen de las respuestas uniaxiales y tangenciales del modelo  
 Figura 6.2. Ejemplo de nudo pasante interior  
 Figura 6.3. Tramos estratégicos de división de la viga  
 Figura 6.4. Creación del “conducto” bidimensional  
 Figura 6.5. Generación de los nudos bidimensionales  
 Figura 6.6. Eliminación de los nudos adherentes  
 Figura 6.7. Ejemplo de mallado bidimensional  
 Figura 6.8. Aplicación de las condiciones de contorno fluidas bidimensionales  
 Figura 6.9. Consideraciones sólidas bidimensionales  
 Figura 6.10. Proceso iterativo para la obtención de la solución fluida  
 Figura 6.11. Vectores velocidad en el caso de varios nudos pasantes interiores  
 Figura 6.12. Correspondencia de entre los vectores velocidad en cada uno de los nodos de la malla bidimensional  
 Figura 6.13. Líneas de corriente de alrededor de varios nudos pasantes interiores bidimensionales  
 Figura 6.14. Detalle de la independencia de las líneas de corriente respecto del mallado del cuerpo  
 Figura 6.15. Concordancia de las líneas de corriente respecto de la inclinación global de la fibra medida en el espécimen  
 Figura 6.16. Geometría de interés para el análisis sólido bidimensional  
 Figura 6.17. Detalle de la malla sólida “bidimensional” de un nudo pasante interior  
 Figura 6.18. Materiales inicialmente considerados en el análisis sólido

- Figura 6.19. Detalle de la distribución de los ejes locales de cada elemento en un nudo pasante interior bidimensional.
- Figura 6.20. Típica distribución de sistemas de coor. locales en un nudo pasante interior simple en el caso bidimensional.
- Figura 6.21. Típica distrib. de aprovech. seg. el criterio de fallo cuadrático en el caso de varios nudos pasantes interiores 2D
- Figura 6.22. Distribución de las líneas de corriente en el caso de nudos pasantes exteriores bidimensionales
- Figura 6.23. Mallado bidimensional de una pieza con nudos pasantes exteriores
- Figura 6.24. Distribución bidimensional de los sistemas locales de coordenadas en el caso de nudos pasantes exteriores
- Figura 6.25. Parámetros necesarios para la generación tridimensional de los nudos pasantes
- Figura 6.26. Vista en planta, alzado y perfil de los nudos pasantes
- Figura 6.27. Reducción de elipses de la cara externa hasta alcanzar el tamaño exacto de las elipses de la cara interna
- Figura 6.28. Primera rotación del conducto respecto del eje perpendicular a las caras de la pieza
- Figura 6.29. Segunda rotación del conducto respecto del eje perpendicular a los cantos de la pieza
- Figura 6.30. Tercera rotación del conducto obteniendo el plano tangencial al tronco
- Figura 6.31. Conjunto geométrico común tras la generación de los nudos interiores
- Figura 6.32. Cortes estratégicos para propiciar un mallado de calidad
- Figura 6.33. Mallado tridimensional de los nudos pasantes interiores
- Figura 6.34. Aplicación de las condiciones de contorno fluidas para el caso tridimensional de nudos pasantes interiores
- Figura 6.35. Imposición de las consideraciones sólidas para el caso tridimensional de nudos pasantes interiores
- Figura 6.36. Vectores de velocidad producidos alrededor de varios nudos pasantes interiores tridimensionales
- Figura 6.37. Líneas de corriente producidas alrededor de varios nudos pasantes interiores tridimensionales
- Figura 6.38. Correspondencia de las líneas de corriente con el “conducto” que recoge la desviación espacial de la pieza
- Figura 6.39. Paralelismo entre el patrón de desviación 2D de líneas de corriente, y la sección tangencial al tronco
- Figura 6.40. Geometría de interés en el análisis sólido tridimensional
- Figura 6.41. Distribución 3D de los sistemas de coordenadas locales para el caso de varios nudos pasantes interiores
- Figura 6.42. Distribución típica de aprovechamiento según Tsai Hill en una probeta con varios nudos pasantes interiores
- Figura 6.43. Creación geométrica común en nudos pasantes exteriores tridimensionales
- Figura 6.44. Mallado en el caso de nudos pasantes exteriores tridimensionales
- Figura 6.45. Aplicación de las condiciones de contorno en caso de nudos pasantes exteriores tridimensionales.
- Figura 6.46. Vectores de velocidad y líneas de corriente en caso de nudos pasantes exteriores tridimensionales
- Figura 6.47. Ejemplo de nudo interior (a la derecha) con presencia de médula
- Figura 6.48. Posición relativa de la médula en la pieza
- Figura 6.49. Metodología de medición para el posicionamiento de la médula
- Figura 6.50. Determinación del punto de entronque de cada nudo
- Figura 6.51. Creación geométrica común una vez generado el nudo
- Figura 6.52. Cortes estratégicos y continuación del nudo cónico
- Figura 6.53. Mallado tridimensional de un nudo cónico interior
- Figura 6.54. Vectores de velocidad en un nudo cónico interior
- Figura 6.55. Líneas de corriente en un nudo cónico interior
- Figura 6.56. Índices de aprovechamiento según el criterio cuadrático en un nudo cónico interior
- Figura 6.57. Ejemplo de nudo de borde con presencia de médula
- Figura 6.58. Creación geométrica común para un nudo de borde
- Figura 6.59. Mallado de un nudo de borde
- Figura 6.60. Aplicación de las condiciones de contorno y las consideraciones sólidas en un nudo de borde
- Figura 6.61. Vectores de velocidad y líneas de corriente para un nudo de borde
- Figura 6.62. Ejemplos de nudos extendidos y nudos de arista
- Figura 6.63. Creación geométrica común en nudos extendidos y nudos de arista
- Figura 6.64. Mallado típico de nudos extendidos y nudos de arista
- Figura 6.65. Condiciones de contorno fluidas y las consideraciones sólidas en nudos extendidos y nudos de arista
- Figura 6.66. Vectores de velocidad y líneas de corriente en nudos extendidos y nudos de arista
- Figura 6.67. Adquisición de las piezas estructurales
- Figura 6.68. Certificación de especie y procedencia
- Figura 6.69. Resumen de mediciones típicas de nudos tronco-conos en la cara A
- Figura 6.70. Resumen de mediciones típicas de nudos tronco-conos en la cara B
- Figura 6.71. Resumen de mediciones típicas de nudos cónicos
- Figura 6.72. Exportación de las mallas de los M.E.F. a programas C.A.D.
- Figura 6.73. Tipología de dianas codificadas empleadas
- Figura 6.74. Chinchetas sin carcasa, listas para ser pintadas
- Figura 6.75. Chinchetas pintadas con un pulverizador de pintura color negro mate
- Figura 6.76. Señalización estratégica de los puntos de medición
- Figura 6.77. Colocación en el programa C.A.D. de las chinchetas y las dianas codificadas
- Figura 6.78. Láminas listas para ser adheridas en las piezas

Figura 6.79. Adhesión de las dianas codificadas y corte de las mismas  
 Figura 6.80. Disposición de las cámaras fotográficas frente a la viga  
 Figura 6.81. Lámina de dianas codificadas lista para imprimir y adherir al tablero  
 Figura 6.82. Detalle del tablero que constituye un “plano perfecto” con sus mecanismos de nivelación  
 Figura 6.83. Medición de los Control Points con software CAD y calibre digital  
 Figura 6.84. Mecanismo de sincronización de cámaras  
 Figura 6.85. Condiciones de oscuridad total con el fin de lograr una muy precisa sincronización de cámaras  
 Figura 6.86. Detalle que demuestra la gran sincronización entre cámaras  
 Figura 6.87. Pantalla capturada en el PC de la máquina de ensayo  
 Figura 6.88. Interruptores de apertura de obturadores, y disparo de flash  
 Figura 6.89. Escema captada por la cámara superior izquierda  
 Figura 6.90. Escema captada por la cámara superior derecha  
 Figura 6.91. Escema captada por la cámara inferior  
 Figura 6.92. Modelo tridimensional generado tras el procesado fotogramétrico  
 Figura 6.93. Contraste fotogramétrico a partir de mediciones de extensómetros  
 Figura 6.94. Vista trasera de la colocación de los extensómetros  
 Figura 6.95. Diagrama fuerza-tiempo en el ensayo a flexión según la norma UNE 408  
 Figura 6.96. Diagrama fuerza-flecha global en el ensayo a flexión según la norma UNE 408  
 Figura 6.97. Análisis de regresión de la recta carga-flecha global según la norma UNE 408  
 Figura 6.98. Diagrama fuerza-flecha local en el ensayo a flexión según la norma UNE 408  
 Figura 6.99. Análisis de regresión de la recta carga-flecha local según la norma UNE 408  
 Figura 6.100. Cuantificación del peso para la determinación de la densidad y la humedad

Figura 7.1. Leyenda de índices de Agotamiento  
 Figura 7.2. Resultados del modelo con M.O.E. según 408  
 Figura 7.3. Reconocimiento de los nodos de medición en cada fotografía  
 Figura 7.4. Estimación del error a partir de los Control Points del tablero  
 Figura 7.5. Estimación del error a partir del desplazamiento de los extensómetros  
 Figura 7.6. Exactitud y Precisión de la técnica fotogramétrica empleada  
 Figura 7.7. Macro de correlación de Desplazamientos Nodales  
 Figura 7.8. Macro de obtención de Desplazamientos Nodales  
 Figura 7.9. Error del campo de desplazamientos verticales en el M.E.F.  
 Figura 7.10. Contraste de desplazamientos verticales del M.E.F. a partir de las mediciones fotogramétricas  
 Figura 7.11. Error en el campo de desplazamientos del modelo empleando M.O.E. 408  
 Figura 7.12. Consideraciones para la obtención del M.O.E. respectivo a cada punto de medición  
 Figura 7.13. Obtención del M.O.E. respectivo a cada punto de medición  
 Figura 7.14. Resumen de las rigideces longitudinales medidas en cada viga  
 Figura 7.15. Errores empleando los M.O.E. medios limpios, y mejoras respecto de la normativa  
 Figura 7.16. Errores de cada criterio fenomenológico en cada viga  
 Figura 7.17. Errores absolutos de cada volumen de integración de acuerdo a cada criterio fenomenológico  
 Figura 7.18. Errores absolutos de cada criterio fenomenológico de acuerdo a cada volumen de integración de tensiones  
 Figura 7.19. Errores medios de cada volumen de integración de tensiones de acuerdo a cada criterio fenomenológico  
 Figura 7.20. Errores medios de cada criterio fenomenológico de acuerdo a cada volumen de integración de tensiones  
 Figura 7.21. Características “estándar” en la discusión del modelo  
 Figura 7.22. Agotamiento característico en vigas con nudos cilíndricos perpendiculares a las caras  
 Figura 7.23. Diagrama de Agotamientos en las componentes tensionales  
 Figura 7.24. Agotamiento por nudos cilíndricos perpendiculares a las caras  
 Figura 7.25. Agot. de nudos tronco-cónicos, perpendiculares a las caras, con médula próxima a uno de los cantos  
 Figura 7.26. Agotamiento de nudos tronco-cónicos, perpendiculares a las caras, con médula próxima a uno de los cantos  
 Figura 7.27. Distrib. de agot. en nudos cónicos, perp. a las caras, con médula próxima al centro de la sección transversal  
 Figura 7.28. Agot. de nudos cónicos, perpendiculares a las caras, con médula próxima al centro de la sección transversal  
 Figura 7.29. Distribución característica del agotamiento en nudos perpendiculares a los bordes  
 Figura 7.30. Agotamiento producido por nudos perpendiculares a los bordes  
 Figura 7.31. Cambios en la distribución característica de agotamiento debido a la inclinación de los nudos  
 Figura 7.32. Efecto de la inclinación en el agotamiento  
 Figura 7.33. Cambios en la distribución de agotamiento debido a la desviación global de fibra  
 Figura 7.34. Efecto de la desviación global en el agotamiento

Figura 7.35. Cambios en la distribución de agotamiento debido a la excentricidad en los nudos

Figura 7.36. Cambios en la distribución de agotamiento debido a la rotación en los nudos

Figura 7.37. Efecto de la excentricidad y la rotación en el agotamiento

Figura 7.38. Programa para tratamiento estadístico de nudos

Figura 9.1. Analogía fluido-fibra cilíndrica

# INTRODUCCIÓN

# INTRODUCTION

## 1. Introducción

La madera es un material natural celular, y por tanto muy heterogéneo, que requiere la aplicación de las teorías mecánicas más sofisticadas, para tratar de acercar nuestra comprensión y simulaciones a su verdadero comportamiento real, sentando así las bases para una verdadera utilización estructural eficiente e inteligente de este material, que puede ser tan beneficiosa para todos.

Los nudos son sin duda los defectos que más disminuyen la resistencia de la madera en la escala estructural, y la inexactitud en su comprensión, provoca la utilización de bastas clasificaciones visuales basadas en resultados empíricos y procesos estocásticos, que finalmente resultan ser el factor determinante en la eficiencia estructural de este material, al condicionar en la mayoría de ocasiones la adjudicación del llamado módulo de ruptura o M.O.R. y el resto de propiedades resistentes. Sin embargo la influencia de estas singularidades, sigue siendo tan desconocida desde el punto de vista analítico, debido a la complejidad de su simulación, y también en parte a la no tridimensionalidad de los estudios realizados, que no permite simular la mayor parte de los nudos que se encuentran en la realidad, y obliga a efectuar restrictivas simplificaciones en una buena parte del resto de los casos. De ahí que sólo se contraste teóricamente su influencia con la legislación, cuando estos son idealmente pasantes y cilíndricos a

las caras de la pieza, y en algunos casos circulares, pero no cuando son cónicos ó troncocónicos elípticos y oblicuos, de cara, de borde, ó arista, ó cómo influye su inclinación, su excentricidad, su rotación ó la desviación global espacial de la fibra, que realmente son los casos que abarcan y se discuten en la normativa.

Asimismo es conocido que no solo el M.O.R. se ve fuertemente condicionado por los nudos, sino también quizá otro de los parámetros más representativos desde el punto de vista mecánico, como es el módulo de elasticidad o M.O.E., que no solo representa la rigidez longitudinal de la madera, sino que habitualmente también se emplea para determinar otras muchas propiedades mecánicas e incluso físicas de forma indirecta. Sin embargo esta constante elástica, de acuerdo a la legislación, únicamente debe ser estimada a partir de cuantificar la flecha en el centro del vano de las piezas con un extensómetro, lo cual se muestra también muy vulnerable a la distorsión que estos defectos pueden provocar en el campo de desplazamientos.

Otro de los aspectos clave para poder comprender y estudiar analíticamente piezas de madera con presencia de nudos, aunque pueda parecer trivial, es el de poder determinar con gran seguridad y precisión cuál ha sido la carga en la que se ha iniciado el fallo de la estructura, y qué factor ó factores han sido sus causantes, ya que muchas veces la carga de agotamiento es inferior a la carga máxima registrada en el ensayo con la que se cuantifica el M.O.R. en la práctica, y no siempre es fácil distinguir a uno o varios nudos concretos como los causantes fundamentales de la rotura.

Por otra parte resulta también muy importante, que no existe consenso científico en cuanto a al criterio y enfoque que se debe de utilizar para determinar el inicio del fallo de una estructura de madera sin grietas o agujeros iniciales, a partir de sus componentes tensionales. Fundamentalmente puede decirse que existen numerosos criterios fenomenológicos, y éstos suelen ser aplicados de forma discreta en un punto ó bien se emplean áreas o volúmenes de integración de tensiones.

Esta tesis tratará de iniciar el estudio de todos los nudos que se han comentado anteriormente, lidiando además con los aspectos fundamentales que se han expuesto en esta sección, y pudiendo de este modo comenzar con la evaluación analítica de la normativa vigente de clasificación, lo que permitirá avanzar en la comprensión, y eficiencia de este material.

## 2. Introduction

Wood is a natural cellular material, and therefore very heterogeneous, requiring the application of the most sophisticated mechanical theories to try to bring our understanding and simulations closer to its real behavior, and laying the foundations for a truly efficient, and smart structural use of this material, that can be so beneficial for everyone.

The knots are certainly the defects which more reduce the strength of lumber in the structural level, and the inaccuracy in their understanding, causes the use of coarse visual classifications based on empirical results and stochastic processes, which turn out to be the crucial factor in the structural efficiency of this material, since they are the main restriction in most of the cases to assign the so-called modulus of rupture or M.O.R. and the other strength properties. However the influence of these defects, remains as unknown from the analytical point of view, due to the complexity of the simulation, and partly to the non-three dimensionality of the studies, which cannot simulate most of the knots found in reality, and requires many restrictive simplifications in most of the remaining cases. Hence it is only theoretically contrasted their influence with legislation, when these are ideally cylindrical through knots from face to face of the pieces, and even in some cases circular, but it is not when they are rotated elliptically oblique cones and truncated cones placed on faces, edges, or arris, or how this influences their inclination, eccentricity, rotation or global three-dimensional deviation of grain, which really are the cases that are included and discussed in the regulations.

It is also known that not only M.O.R. is strongly conditioned by knots, but also perhaps one of the most representative parameters from the mechanical point of view, as it is the modulus of elasticity or M.O.E., which represents not only the longitudinal stiffness of timber, but also it is used to determine many physical and mechanical properties indirectly. However, this elastic constant according to legislation, should only be estimated from quantifying the displacement at the midpoint of the pieces with an extensometer, which becomes this measurement very vulnerable to the distortion that these defects may cause on the displacement field.

Another key aspect to understand and study analytically pieces of timber with the presence of knots, although it may seem trivial, is to determine certainty and with great precision



what was the load at which failure of the structure was initiated, and what defect or issues were clearly the cause of rupture, because many times the failure load is less than the maximum load recorded during the test which quantifies the M.O.R. in practice, and not always is easy to distinguish one or more specific knots as fundamental causes of the rupture.

On the other hand it's very important as well that there is no scientific consensus regarding the criteria and approach to be used for determining the start of the failure of a wooden structure with no initial cracks or notches, from its tensional components. Basically it can say that there are numerous phenomenological failure criteria, and these are usually applied discretely at one point or also in several stress integration areas or volumes.

This thesis will try to start with the study of all kind of knots that have been discussed above, also grappling with the fundamental aspects that have been discussed in this section, which will allow start with the analytical evaluation of the existing classification rules, advancing in the understanding, and efficiency of this material.

## Capítulo I:

# GENERALIDADES DE LA MADERA

### 1. Introducción

La madera maciza en su forma inalterada es particular entre los principales materiales de construcción utilizados en la ingeniería moderna por ser el único diseñado y producido por la naturaleza. Por este motivo resulta altamente complejo y heterogéneo aunque a la vez, desde el punto de vista mecánico, se comporte de manera extremadamente eficiente exhibiendo una rigidez y resistencia muy elevadas en relación a su peso y respondiendo, en condiciones normales, ante influencias externas de una manera muy flexible.

La madera es natural, heterogénea, anisótropa e higroscópica y ha sido creada para satisfacer las necesidades de los árboles por ello resulta primario conocer su composición y formación para lograr aprovechar sus cualidades mecánicas de forma inteligente.

De hecho, esa variabilidad justifica que aún a día de hoy se orienten grandes esfuerzos desde la comunidad científica para tratar de profundizar en aspectos muy básicos como la predicción de resistencia o la simulación numérica de su estructura, puesto que estos conocimientos permiten importantes avances en la optimización de las soluciones estructurales.

Consecuentemente en esta primera sección es donde se presentará de forma muy general y simplista, el proceso de formación de la madera, su composición, su estructura, sus

propiedades principales y singularidades así como las normas empleadas para su clasificación para poder exponer con mayor facilidad y precisión su comportamiento mecánico en el próximo apartado.

## 2. Funcionamiento del árbol y formación de la madera

Los árboles son plantas perennes, vasculares y leñosas que se clasifican vulgarmente en:

*Coníferas*: especies pertenecientes al orden de las coníferas, comprende la mayor parte de las gimnospermas.

*Frondosas*: pertenecientes a la división de las angiospermas dicotiledóneas.

De forma muy elemental y esquemática las principales partes del árbol funcionan de la siguiente manera:

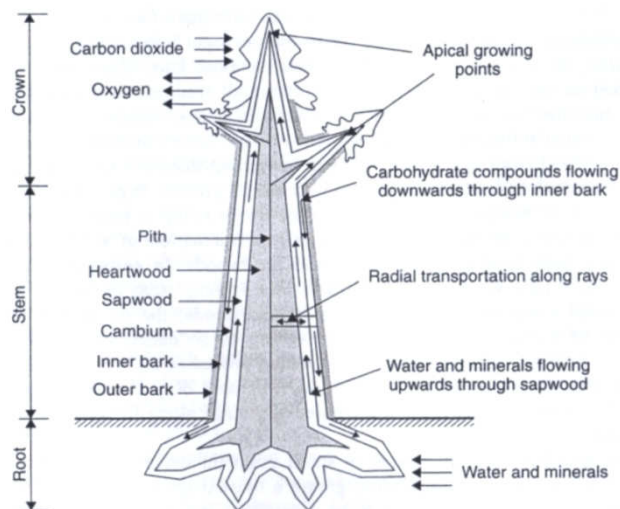


Figura 1.1. Funcionamiento básico del árbol (Smith et al 2003)

Las raíces anclan, soportan y absorben el agua y minerales necesarios. Por su parte el tronco, que normalmente supone la mayor parte de la substancia del árbol, conduce la savia bruta a través de la albura desde las raíces a las hojas, almacena las substancias elaboradas, y soporta la copa. La copa, compuesta de ramas y hojas, crea substancias elaboradas a partir de dióxido de carbono gracias a la fotosíntesis, de forma que la savia elaborada desciende y es distribuida a través

de la corteza interna. Todas las funciones estructurales, de almacenamiento, y de soporte son realizadas por agregados de células del mismo tipo o función, llamados tejidos.

El proceso de crecimiento es un proceso aditivo y acumulativo que comprende el *crecimiento longitudinal y radial* de los troncos y ramas. De tal forma que el incremento en longitud se origina en los puntos apicales o sus cercanías y el engrosamiento a partir de las actividades del cambium. Al superponer ambos crecimientos el árbol va adquiriendo cierta conicidad al ir disminuyendo su volumen en altura, obteniendo así una estructura adecuada para resistir el peso del árbol, las cargas de viento, de hielo y de nieve.

Debido al proceso de crecimiento radial, se genera en la capa más externa de la albura unas tensiones a tracción con las correspondientes sollicitaciones a compresión en el interior del tronco llamadas *tensiones de crecimiento*. La resistencia a la tracción en la madera es prácticamente el doble que a compresión, y es debido a estas tracciones externas de crecimiento, que el árbol puede aprovechar al máximo sus propiedades mecánicas ya que cuando se ve sometido a fuertes flexiones debidas a la actividad eólica el esfuerzo máximo en la zona a compresión se ve drásticamente reducido, mientras que la parte a tracción explota mucho más sus capacidades.

### 3. Estructura macroscópica

Al estudiar una sección del tronco a escala visual distinguiremos las siguientes partes:

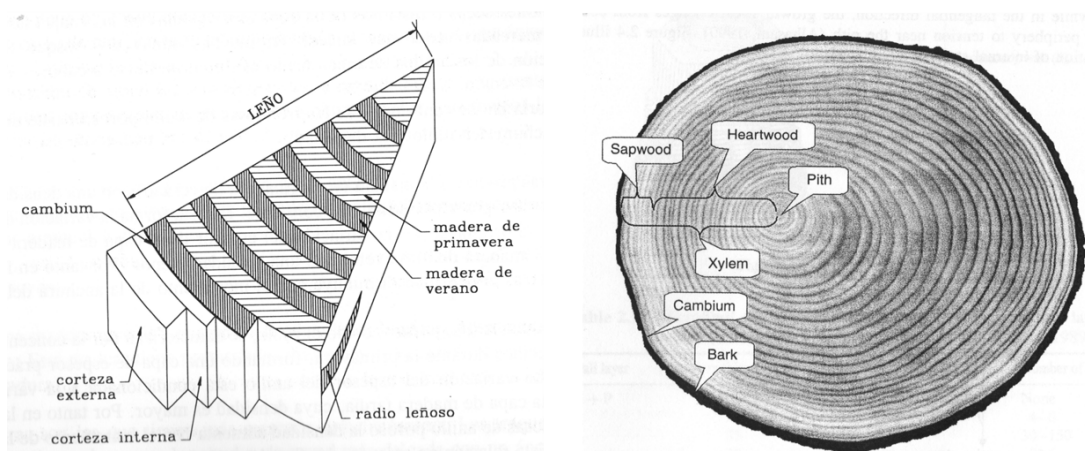


Figura 1.2. Estructura macroscópica (Argüelles y Arriaga 2000, Smith et al 2003)

La *corteza externa* está constituida por las células muertas exteriores.

La *corteza interna o liber*, que es por donde circula la savia descendente.

El *cambium*, es una capa delgada de células meristemáticas que genera leño hacia el interior y corteza hacia el exterior.

Y por último el tejido leñoso donde se diferencian:

*Albura*: es la madera encargada del transporte de la savia ascendente, se corresponde con la madera más joven, generalmente tiene un color más claro que la madera del duramen. Con el paso del tiempo las células detienen su función fisiológica y sufren transformaciones químicas y anatómicas constituyendo el duramen.

*Duramen*: más interior, posee una coloración más oscura, mayor densidad y resistencia a los ataques de insectos sin embargo resulta más difícil de impregnar con tratamientos que la albura.

*Médula*: se corresponde con la parte más interna del tronco, se desecha en los procesos de elaboración por tener unas características físicas y mecánicas deficientes.

*Anillos de Crecimiento*: están constituidos por las células que el cambium generó interiormente durante un año. A su vez se pueden diferenciar las células que se formaron en la estación seca (madera de verano) de aquellas formadas en época de lluvias (madera de primavera). En coníferas esta distinción marca principalmente una coloración más oscura y una densidad mayor en la madera de verano, mientras que en frondosas produce fundamentalmente un cambio en la distribución de ciertos elementos anatómicos. Generalmente la densidad de la madera es directamente proporcional al grosor del anillo en frondosas y lo inverso en coníferas.

*Radios Leñosos*: son células en disposición radial que contribuyen a ligar las fibras longitudinales. Son importantes en la contracción del material y su presencia implica una menor resistencia a la rajadura pero un mayor aguante a la compresión radial.

*Madera juvenil:* es la producida entre los 5 y los 20 primeros anillos de crecimiento, representan las células del xilema formadas por cambium inmaduro. Es una madera más ligera, con mayor hinchazón y merma longitudinal, y una mayor variabilidad que presenta unas cualidades mecánicas inferiores a la madera madura.

*Madera de reacción:* es la que generada cuando el árbol se encuentra sometido a tensiones predominantes en una dirección, pudiendo apreciar madera fortalecida ante la tracción (*madera de tracción*, generalmente en frondosas) y mejorada ante la compresión (*madera de compresión*, más abundante en coníferas), sin embargo esta última presenta problemas de hinchazón y merma longitudinal, ya que estos son más acusados de lo habitual.

Esta configuración provoca una anisotropía que obliga que el estudio de la madera desde el punto de vista mecánico se efectúe en tres direcciones con sus tres respectivas secciones principales:

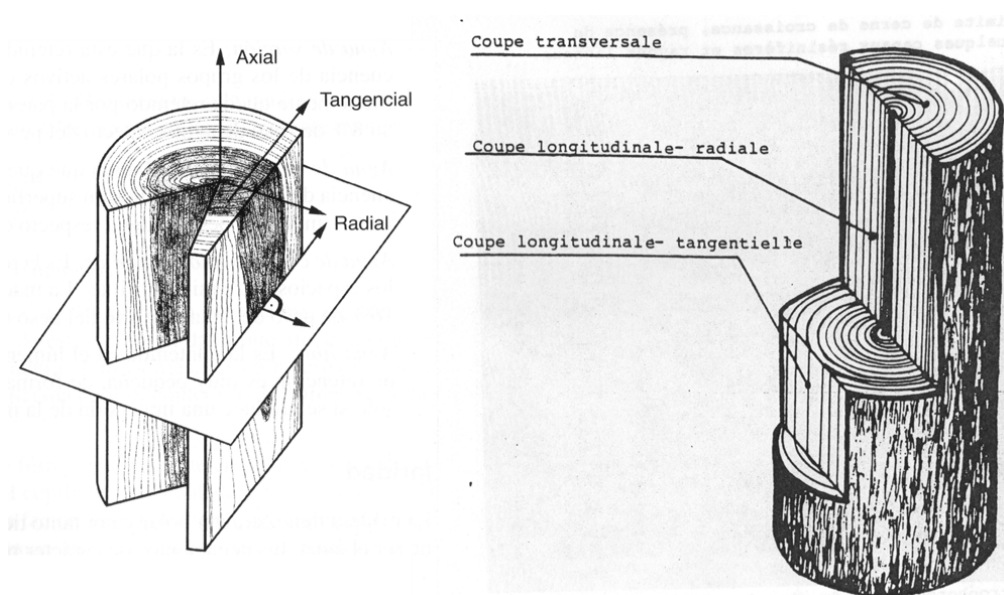


Figura 1.3. Direcciones y secciones principales de la madera (Vignote et al 2006, Guitard 1987)

- *Eje axial o longitudinal (L)*: eje de revolución del tronco.
- *Eje radial (R)*: parte perpendicularmente desde el eje axial.

- *Eje tangencial* (T): perpendicular al eje axial siendo tangencial a los anillos de crecimiento.
- *Sección transversal* (RT): resultante del corte producido por el plano formado por los ejes R-T.
- *Sección tangencial* (LT): debida al plano formado por el eje T y una paralela al eje L.
- *Sección radial* (LR): formada a través del plano formado por los ejes L y R.

#### 4. Estructura microscópica de las coníferas

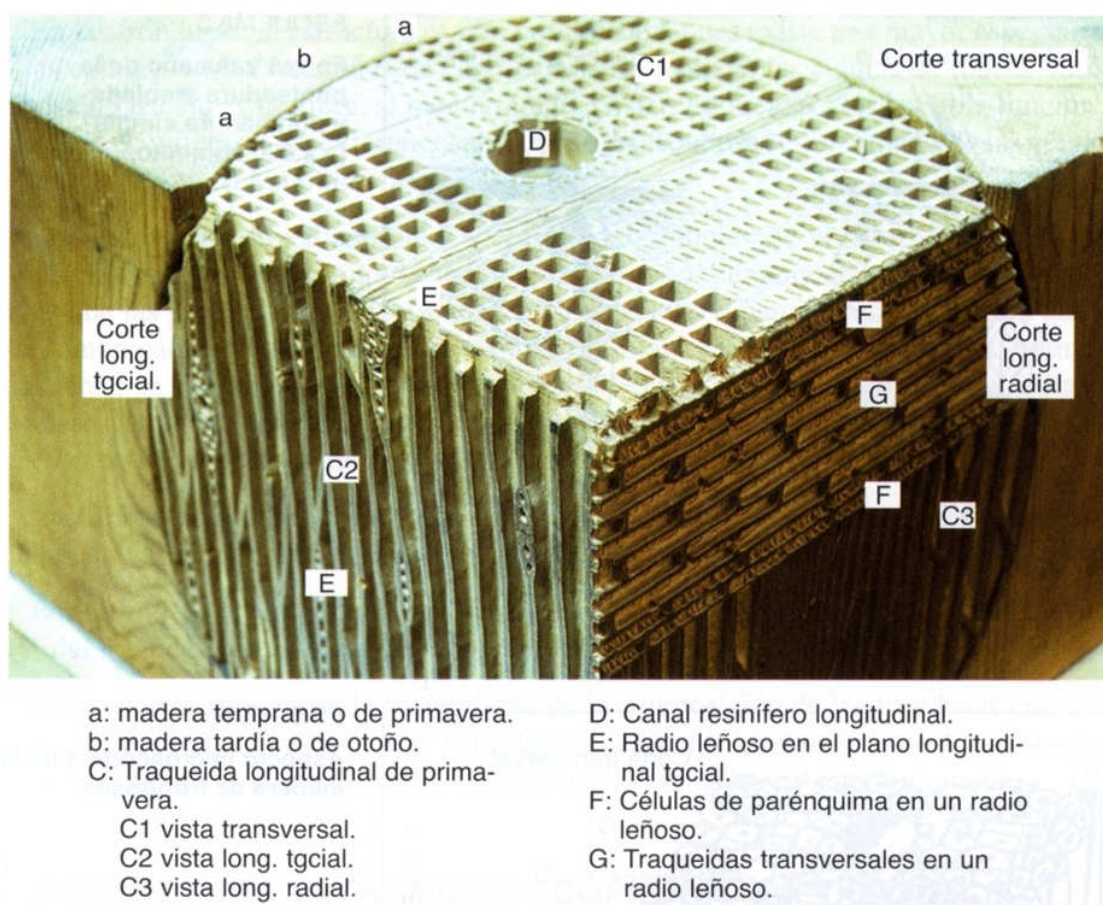


Figura 1.4. Estructura microscópica de las coníferas (Vignote et al 2006)

Estudiando este material con un microscopio de hasta 2000 aumentos se observan grandes diferencias entre coníferas y frondosas, siendo las especies coníferas las que presentan una estructura más sencilla en la que el 90-95% de las células son alargadas orientadas de forma paralela al eje axial, con una longitud de 2 a 5 mm y un diámetro de 10 a 50  $\mu\text{m}$  llamadas

*traqueidas*, o traqueidas normales éstas pueden poseer inclusiones de resina (*traqueidas resinosas*) o ser un tejido prosenquimatoso que pierde el protoplasma rápidamente (*traqueidas en cadena*).

De forma más secundaria, se advierten asimismo células columnares paralelas a las traqueidas de paredes más delgadas (*parénquima longitudinal*) encargadas del almacenamiento y transporte de sustancias, y unas cavidades longitudinales donde las células resinógenas vierten su resina (*canales resiníferos*).

Finalmente los elementos transversales se topan exclusivamente originados por radios leñosos. Su constitución anatómica es exclusivamente igual a la del tejido vertical, formado por *traqueidas radiales*, *parénquima radial* y en algunos casos canales resiníferos. Cuando el radio está formado íntegramente por parénquima constituye lo que se llama radio homogéneo, si incluye traqueidas se denomina heterogéneo, y si adicionalmente muestra canales resiníferos recibe el nombre de radio fusiforme. Uno de los caracteres de mayor valor analítico para la diferenciación de las especies de coníferas son las punteaduras de paso entre las células de l parénquima radial y las traqueidas verticales.

## 5. Estructura submicroscópica

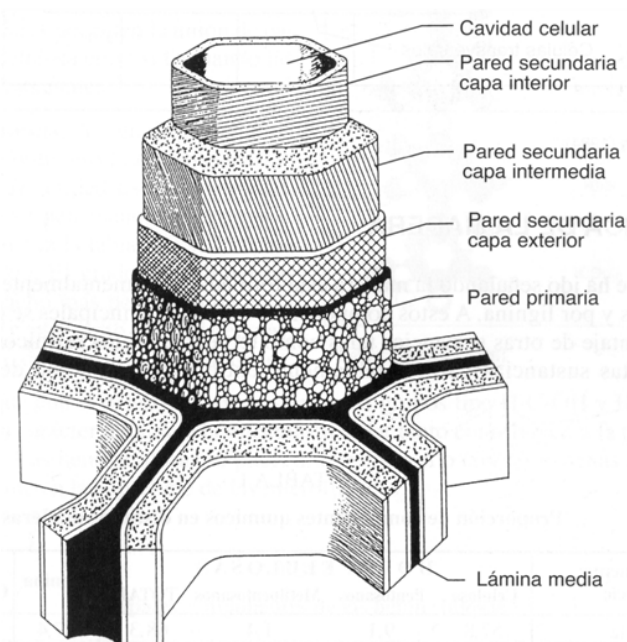


Figura 1.5. Estructura submicroscópica (Vignote et al 2006)



Con una lente de más de 3.000 aumentos lograremos identificar la ultraestructura y constitución de la pared celular.

La ultraestructura de la pared celular está conformada por filamentos enrollados helicoidalmente con relación al eje de la célula, llamados *fibrillas*, separados entre sí pero unidos a través de un material amorfo denominado lignina. Cada fibrilla se crea a partir de agregados más finos (*microfibrillas*) que a su vez están se componen de agrupaciones de *fibrillas elementales*.

La pared celular la constituyen 3 capas:

- *Pared intercelular o laminilla intermedia (M)*: localizada entre las células y uniéndolas entre sí, tiene alto contenido de lignina y carece prácticamente de celulosa. Es isótropa.
- *Pared primaria (P)*: emplazada en la parte más superficial, las microfibrillas están dispuestas de forma aleatoria en un fondo de lignina. Es anisótropa.
- *Pared secundaria (S)*: se distinguen de igual modo tres capas (Vignote 2006 y Plomion 2001):
  - *Capa exterior S<sub>1</sub>*: muy delgada (5-10% de espesor relativo a las 3 capas), las fibrillas están orientadas según ángulos opuestos de entre 70 y 90°.
  - *Capa intermedia S<sub>2</sub>*: es la capa más gruesa (75-85%) y la que mayor influencia tiene en el comportamiento mecánico, las microfibrillas tienen una inclinación inferior a 30°.
  - *Capa interna S<sub>3</sub>*: es muy delgada (5-20%) incluso puede no existir. Tiene las fibrillas orientadas con un ángulo entre 70 y 80° en sentido opuesto a la capa.

De todas formas estas cantidades pueden variar según las especies y según se cuantifique o no la madera juvenil (en el que la disparidad es mayor) como muestra la siguiente tabla:

<i>Wall layer</i>	$S_1$	$S_2$	$S_3$
<i>Max and min MFA</i>	79-117 <sup>0</sup>	1-59 <sup>0</sup>	50-113 <sup>0</sup>

Figura 1.6. Ángulos de las microfibrillas (Donaldson et al 2005)

Estas fibras alcanzan en su globalidad unas prestaciones mecánicas muy significativas; el hecho de estar huecas les permite reducir notablemente su peso, y la capa  $S_2$  ofrece una valiosa resistencia al trabajar a tracción y cuando se solicita a compresión se rige como una columna zunchada por las capas  $S_1 S_3$ .

## 6. Composición química

La madera se crea principalmente a partir de:

*-Celulosa:* es un polímero lineal homogéneo, polisacárido, formado por unidades de celobiosa ( $C_6H_{10}O_5$ ) unidos en número variable entre 7.000 a 13.000 mediante puentes de hidrógeno y fuerzas de Van der Waals, lo que justifica su extraordinaria resistencia. Es destacable la existencia de grupos  $H-C-OH$  y  $H-CH_2OH$  que dan un carácter polar a la celulosa y por tanto a la madera. Estos grupos polares permiten la unión de cadenas de celulosa entre sí formando las fibrillas elementales.

*-Hemicelulosa:* es también un polímero lineal polisacárido en donde la unidad es muy variable, pudiendo ser pentosanos o hexosanos. El grado de polimerización es mucho más pequeño que en la celulosa.

*-Lignina:* es un polímero tridimensional amorfo compuesto de unidades de fenil-propano  $C_6 - C_3$ . No dispone de grupos polares, lo que le da un carácter hidrófobo a la madera. Es una sustancia bastante inerte, lo que proporciona gran durabilidad a la madera.

-*Sustancias de impregnación*: la madera tiene muchos tipos de sustancias de este tipo, que son variables con la especie. La función de estas sustancias en el árbol es muy compleja, aunque en general están ligadas a prevención de ataques de organismos patógenos. Comúnmente se encuentran:

-*Ácidos resínicos*: sustancias de fórmula empírica  $C_{20}H_{30}O_2$  cuyos compuestos más importantes son ácidos de tipo abiético y ácidos de tipo pimárico.

-*Terpenos*: sustancias de fórmula  $C_{10}H_{16}$ .

-*Ceras*: bajo la denominación de ceras se agrupan a polímeros heterogéneos que son el resultado de la mezcla de diferentes constituyentes como hidrocarburos saturados lineales de fórmula  $CH_3-(CH_2)_n-CH_3$  a los que se le unen cierto número de átomos de carbono, y ésteres resultantes de la combinación de un ácido y un alcohol.

-*Taninos, materias nitrogenadas y sustancias colorantes*: normalmente se encuentran en proporciones muy pequeñas, aunque en ciertas especies su porcentaje es lo suficientemente importante como para que se utilicen por esta circunstancia.

Esta configuración química provoca una configuración básica aproximada de entre el 48-52% de Carbono, 5,8-6% Hidrógeno y 41,5-45,5% Oxígeno. La composición química de las principales especies madereras españolas se puede resumir en la siguiente tabla:

Componente/ Especie	HOLOCELULOSAS				Lignina	Resina Grasa/Cera	Ceniza
	Celulosa	Pentosanos	Metilpentosanos	TOTAL			
Pinus radiata	57,8	9,1	1,4	68,3	27,4	2,2	—
Pinus sylvestris	61,6	5,5	1,3	68,4	29,6	3,4	0,4
Picea excelsa	57,8	11,3	3,0	72,1	28,3	2,3	0,8
Populus nigra	54,5	19,0	3,0	76,5	19,6	3,2	0,3
Ulmus glabra	43,0	21,8	6,0	70,8	27,3	1,6	—
Quercus petraea	41,2	22,3	—	63,5	29,6	0,4	—
Castanea sativa	47,3	16,7	—	64,0	31,7	4,7	—
Fagus sylvatica	53,5	24,9	1,0	79,4	22,5	1,8	1,2
Eucalyptus globulus	57,6	20,1	2,3	80,0	25,1	0,6	0,3

Figura 1.7. Composición de las principales especies (Vignote 2006)

## 7. Propiedades físicas

### 7.1. Contenido de humedad

El contenido de humedad ( $H$ ) se define como el porcentaje de peso de agua respecto al peso seco de la madera:

$$H(\%) = \frac{P_h - P_s}{P_s} \cdot 100 \quad (1.1)$$

Donde;

$P_h$  = peso húmedo de la probeta

$P_s$  = peso seco de la probeta, obtenido por secado en estufa a  $102 \pm 2^\circ\text{C}$

### 7.2. El agua en la madera

El agua puede estar presente en la madera bajo tres formas distintas:

- *Agua de constitución*: forma parte de sus moléculas y para eliminarla es necesario destruir el material.

- *Agua de impregnación*: es el agua que está contenida en las paredes celulares, tiene gran influencia en las condiciones físico-mecánicas. Cuando las paredes se saturan se dice que se alcanza el punto de saturación de las fibras ( $PSF$ ), en coníferas suele aproximarse al 28-30% de humedad.

- *Agua libre*: se denomina así a aquella que supera el  $PSF$ , no tiene influencia sobre en las prestaciones mecánicas.

### 7.3. Higroscopicidad

Tal y como se citó anteriormente la madera se comporta como un material higroscópico y por tanto tiende a perder o absorber agua en función de la humedad relativa y la temperatura a la que se encuentre sometida, de manera que se puede establecer una humedad de equilibrio higroscópico ( $HEH$ ) propia de cada ambiente, como se muestra en el siguiente ábaco:

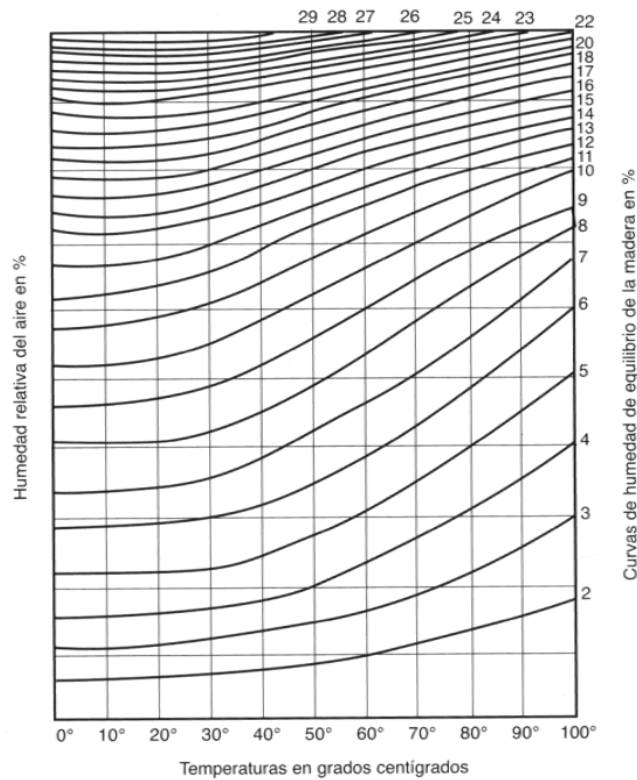


Figura 1.8. Abaco de humedad de Kollman (Kollman 1959)

## 7.4. Hinchazón y merma

Los aumentos en el contenido de humedad conllevan incrementos de volumen (*hinchazón*) así como las disminuciones provocan contracciones (*merma*) en la madera, siempre que ésta se halle en el intervalo 0-*PSF*.

La anisotropía de la madera provoca que esas variaciones volumétricas sean distintas de acuerdo a las direcciones principales, así por ejemplo al secar la madera desde *PSF* en un horno, se contrae del orden del 0,1-0,3% en *L*, 3-5% en *R* y 6-10% en *T*.

Se define la *contracción volumétrica total* como el porcentaje de variación de volumen de una probeta saturada respecto a su volumen seco:

$$C_v(\%) = \frac{V_s - V_0}{V_0} \cdot 100 \quad (1.2)$$

Siendo;

$V_S$  = volumen de la probeta en el *PSF*

$V_0$  = volumen de la probeta anhidra

De igual manera se define el *coeficiente de contracción volumétrica* como la variación de volumen que experimenta una probeta en el intervalo (0-*PSF*) al variar un 1% la humedad:

$$v(\%) = \frac{V_h - V_0}{V_0 \cdot H} \cdot 100 \quad (1.3)$$

Tal que;

$V_h$  = volumen de la probeta con una humedad  $H\%$

$H$  = contenido de humedad de la madera

Análogamente se pueden definir las contracciones radiales ( $R$  a partir de las dimensiones  $R_S$  y  $R_0$ ), tangenciales ( $T$  según  $T_S$  y  $T_0$ ), el coeficiente de contracción radial ( $v_r$ ) y coeficiente de contracción tangencial ( $v_t$ ), siendo las variaciones longitudinales prácticamente despreciables.

En la siguiente tabla se muestran los valores aproximados que adoptan estos parámetros en el *Pinus sylvestris*:

$C_v$	$R$	$T$	$v$	$v_r$	$V_t$
12%	3,85%	6,82%	0,37	0,12	0,21

Figura 1.9. Contracciones aproximadas en *P. sylvestris* (Argüelles y Arriaga 1996)

## 7.5. Densidad

La densidad de la madera es la relación entre la masa y el volumen por tanto será necesario referirla a un determinado nivel de humedad, que suele ser el 12%. Los rangos habituales de densidad acostumbran a cuantificarse entre 400 y 550 kg/m<sup>3</sup> para coníferas y 600-700 kg/m<sup>3</sup> para frondosas, datos que difieren de manera notable con otros materiales como el hormigón armado (2500-3500 kg/m<sup>3</sup>) y el acero (7850 kg/m<sup>3</sup>).

## 7.6. Dureza

Es la resistencia que opone la madera a la penetración de cuerpos extraños, como herramientas, clavos, tornillos, etc. Está relacionada con la densidad de modo que las maderas más densas acostumbran a ser también las más duras.

## 8. Propiedades mecánicas

Pese a se dedica un apartado exclusivo a esta temática, en esta sección se expone una breve introducción de sus principales cualidades.

### 8.1. Anisotropía

Las propiedades mecánicas de la madera van a depender de la dirección en la que sean examinadas, se comportará pues como un *material anisotrópico* debido a la estructura física expuesta anteriormente, que de forma muy simplista, podría considerarse como un haz de cilindros huecos muy finos (fibras longitudinales) atados radialmente por otro conjunto de fibras transversales (radios leñosos). Resultando obvio por tanto, que por ejemplo, estos cilindros responderán de forma distinta ante una fuerza de tracción longitudinal que tienda a estirar los elementos longitudinales, que a una carga de tracción radial que los separe transversalmente, o a una acción de naturaleza tangencial que los intente desglosar tangencialmente.

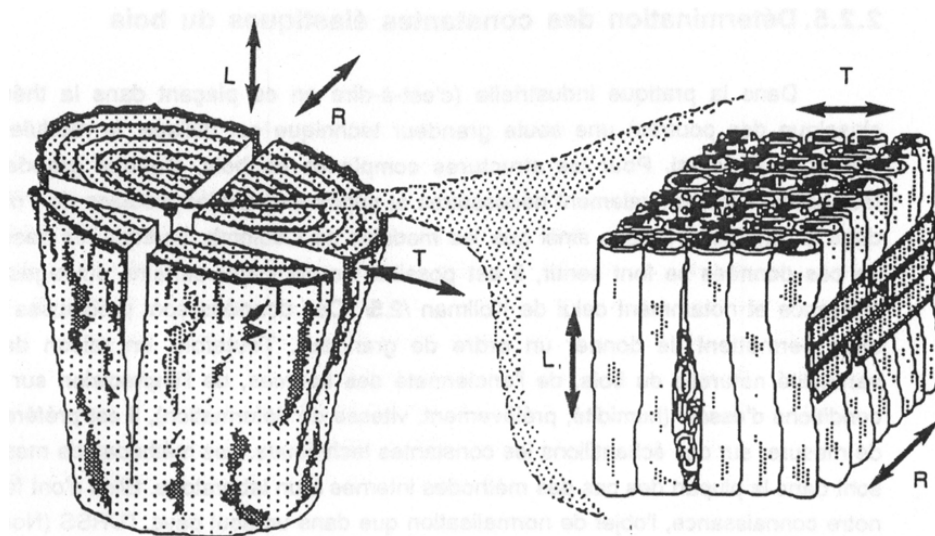


Figura 1.10. Esquema de ortotropía de la madera (Pluvinatge 1992)

Como los ejes que determinan la variación de las propiedades del material ( $L$ ,  $T$ ,  $R$ ), llamados ejes principales, son perpendiculares entre sí, podemos referirnos a la madera como un *material ortótropo*. Además, groseramente como se puede fácilmente imaginar, las variaciones en las propiedades serán mucho más elevadas para aquellas sollicitaciones que actúan intentando “partir” el haz de fibras longitudinales (dirección  $L$ ), que aquellas que procuran “separarlas” entre sí a costa de los radios leñosos (direcciones  $R, T$ ) de ahí que en la práctica y según la normativa vigente, el cálculo de este material se efectúe considerando únicamente dos direcciones X (equivalente a  $L$ ) e Y (correspondiente con  $R, T$ ) simplificando la madera a un *material transversalmente isotrópico*.

Si comparamos las principales características mecánicas de la madera con la de otros materiales podremos extraer las siguientes conclusiones:

Material	Flexión	Tracción		Compresión		Cortante	Módulo de elasticidad
		Paral.	Perp.	Paral.	Perp.		
Madera	12	12	0,15	11	2,8	1,2	11
Hormigón	8	0,6		8		0,6	20
Acero	170	170		170		100	210

Figura 1.11. Comparación resistencias uniaxiales en madera, hormigón y acero en  $\text{N/mm}^2$  y módulo de elast. en  $\text{kN/mm}^2$  (Argüelles y Arriaga 1996)

- La madera tiene una elevada resistencia a flexión en relación a su peso (1,3 veces superior al acero y 10 veces la del hormigón)
- Posee buena resistencia a tracción y compresión paralela a la fibra.
- Escasa resistencia al cortante, como el hormigón, pero no como el acero.
- Muy escasas resistencias a la compresión y tracción perpendicular a la fibra, siendo especialmente baja ésta última lo que supone una característica muy particular frente a otros materiales.
- Bajo módulo de elasticidad, la mitad que el hormigón, y 20 veces menor que el acero. Por lo que las deformaciones y pandeos se verán fuertemente repercutidas.



## 8.2. Capacidades resistentes para cada tipo de sollicitación

Una vez expuesta la estructura interna de la madera, es sencillo presentar la resistencia de este material para cada tipo de sollicitación:

### 8.2.1. Tracción paralela a la fibra

La resistencia alcanzada para esta sollicitación es elevada, si la pieza está libre de defectos es incluso superior a la flexión, sin embargo en madera clasificada alcanza unos valores entre 8 y 18 N/mm<sup>2</sup>. La relación entre la tracción y la deformación es prácticamente lineal hasta la rotura.

### 8.2.2. Compresión paralela a la fibra

Es también bastante alta, con valores característicos en madera clasificada de 16 a 23 N/mm<sup>2</sup>, sin embargo no presenta un comportamiento lineal, si no que a partir de un determinado límite se presenta una relación elastoplástica y posteriormente una zona de fluencia como se muestra con más detalle en el apartado 2 de los antecedentes.

### 8.2.3. Flexión

La madera tiene una gran resistencia a flexión en relación a su peso, de entre 14 y 30 N/mm<sup>2</sup> para coníferas. En madera es importante referirse a esta capacidad, ya que el comportamiento mecánico a tracción y compresión difiere, por lo que es útil englobar estos dos conceptos en uno solo.

### 8.2.4. Tracción perpendicular a la fibra

La resistencia a la tracción perpendicular a la fibra es muy baja, entre 0,3-0,4 N/mm<sup>2</sup>. Es por tanto de suma importancia tratar de evitar este tipo de sollicitación, que se produce principalmente en piezas de directriz curva y zonas próximas a nudos.

### 8.2.5. Compresión perpendicular a la fibra

Evidentemente esta resistencia es también escasa pues se produce de forma perpendicular a las fibras, sin embargo es superior a la tracción perpendicular, del orden de 4,3-5,7 N/mm<sup>2</sup>.

### 8.2.6. Cortante

Las tensiones tangenciales actúan sobre las fibras de distintos modos:

- De forma perpendicular a las fibras, produciendo una cortadura transversal de las mismas.
- De manera tangencial a los haces, pudiendo a su vez separar las fibras axialmente (deslizamiento), o desligarlas lateralmente (rodadura).

Obviamente de acuerdo con la estructura anteriormente expuesta la resistencia ofrecida es muy superior al fallo por cortadura que al deslizamiento o rodadura (1,7-3 N/mm<sup>2</sup>) que será el que finalmente se contabilice en miembros sometidos a flexiones o esfuerzos cortantes.

## 8.3. Factores que influyen en las propiedades mecánicas

### 8.3.1. Efecto del contenido de humedad

La mayoría de propiedades mecánicas en madera limpia (libre de defectos) disminuyen al aumentar el contenido de humedad, siempre que este se encuentre por debajo del *PSF*. Esto es debido a que se forman numerosos puentes de hidrógeno en las microfibrillas al ir expulsando las moléculas de agua de las paredes celulares. Esta disminución no es lineal, pero puede considerarse así en un rango de humedad del 8 al 22% aproximadamente. En la siguiente tabla se recogen las fluctuaciones de ciertas propiedades mecánicas causadas al variar un 1% el contenido de humedad:

Property	Change (%)
Compressive strength parallel	5
Compressive strength perpendicular	5.5
Shear strength parallel	3
Modulus of rupture parallel	4
Modulus of elasticity parallel	2
Tension strength parallel	2.5
Tension strength perpendicular	1.5

Figura 1.12. Cambio de las propiedades mecánicas debido a la humedad en la madera (Hoffmeyer 1995)

### 8.3.2. Efecto de la temperatura

Por lo general la resistencia disminuye al aumentar la temperatura. Groseramente se pueden aproximar las pérdidas de la mayoría de propiedades mecánicas en 1% al aumentar 1°C la temperatura siempre que el material se encuentre dentro del rango -20/+65°C. Sin embargo cabe resaltar que en temperaturas de congelación cualquier ganancia se traduce en pérdida tras el derretimiento debido al daño celular producido por la expansión de la solidificación.

### 8.3.3. Efecto de la duración de la carga

Tal y como se muestra más adelante, la madera es un material *viscoso* que exhibe un comportamiento *reológico*, en el que la deformación en cada instante no solo está determinada por la carga actuante en ese momento, sino que también depende de la historia de acciones anteriores y el tiempo total de carga. De tal forma que las resistencias obtenidas en ensayos estáticos de corta duración son muy superiores a las manifestadas tras tiempos prolongados de carga. Este efecto es mucho más notable en maderas de baja calidad, debido a que en ellas el efecto de los llamados “defectos” es muy superior provocando que la rotura se produzca principalmente por las concentraciones de tensiones en fibras próximas a los nudos, lo cual es objeto de esta tesis. Esta relación temporal de resistencia relativa se ilustra en la siguiente figura donde se representa por un lado la curva de Madison que se dedujo de diversos estudios a mitades del siglo XX y por otro la recogida en el EC5.

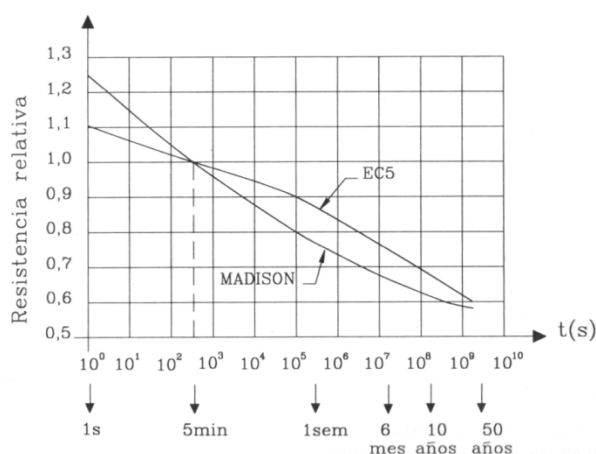


Figura 1.13. Curva de Madison sobre el efecto de la duración de la carga (Argüelles y Arriaga 1996)

Por último cabe destacar que los parámetros para la determinación de las propiedades mecánicas nunca superan por norma los 7 minutos, lo cual permite desestimar este efecto.

### 8.3.4. Efecto de la desviación de la fibra

La desviación general de la fibra es el resultado del proceso natural de reviramiento de la fibra, la conicidad del fuste y otras desviaciones producidas durante el procesado de los compuestos del árbol. Debe distinguirse de la desviación local, que es aquella debida a distorsiones locales tales como nudos. En ambos casos los efectos producidos en el *módulo de elasticidad (MOE)* y en el *módulo de ruptura (MOR)* son muy importantes como se recoge en las siguientes gráficas:

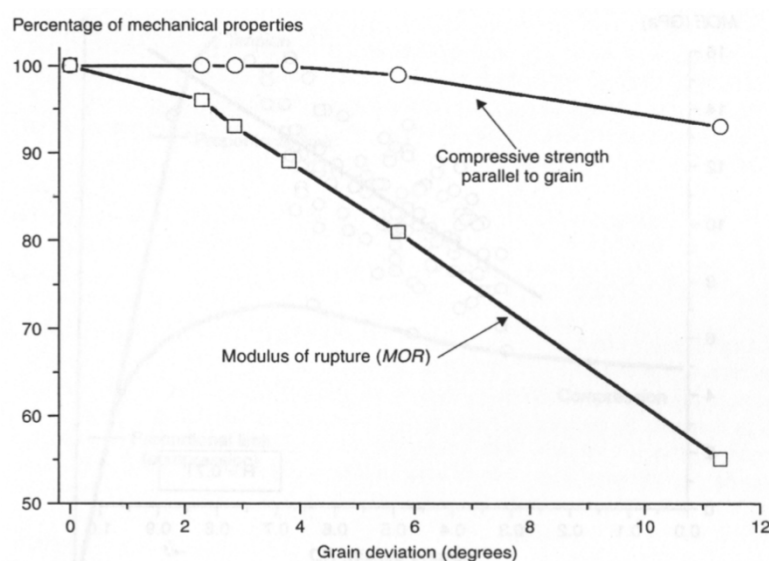


Figura 1.14. Efecto de la desviación de la fibra en la resistencia a compresión y la rigidez (Smith et al 2003)

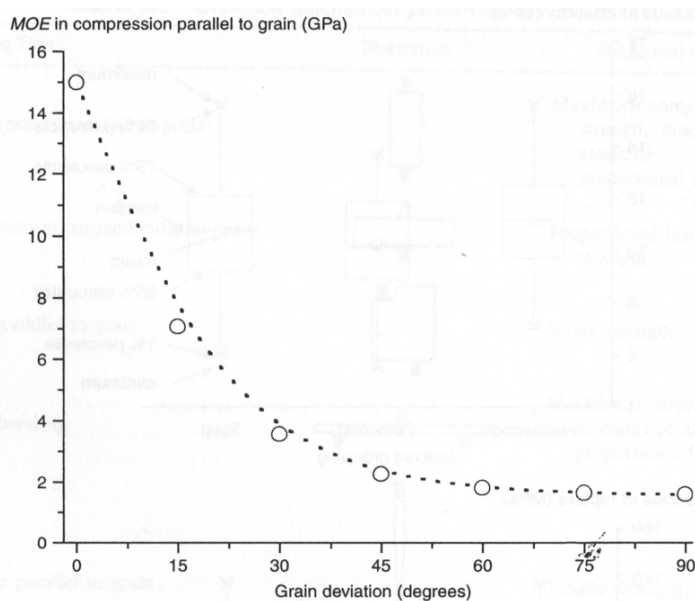


Figura 1.15. Efecto de la desviación de la fibra en la rigidez longitudinal a compresión (Smith et al 2003)

### 8.3.5. Efecto de los nudos

Los nudos producen efectos negativos en la mayoría de cualidades mecánicas de la madera porque crean discontinuidades y desviaciones en el flujo de fibras. Consecuentemente, se producen en los alrededores de estas singularidades no solo tensiones paralelas si no también esfuerzos perpendiculares provocando finalmente una rotura muy prematura en relación a la que presentaría la madera libre de defectos. De hecho, si el nudo es muy significativo la pieza no rebasa si siquiera los límites de elasticidad antes de romperse. Además, tal y como demostraron los estudios de la Dra. Vanessa Baño (2009), cuando los nudos se encuentran en la zona traccionada de los miembros lo más acertado es considerarlos como meros huecos donde no existe ninguna colaboración en la estabilidad global de la pieza, por tanto en esta zona no solo suponen la discontinuidad y desviación local de las fibras, sino también un vacío material en la sección eficaz de la estructura.

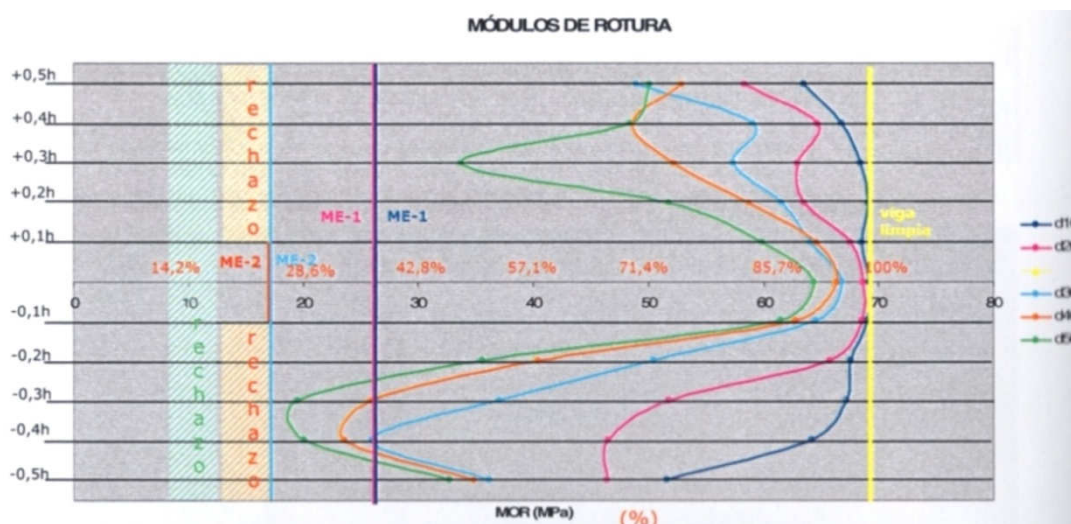


Figura 1.16. Efecto del tamaño y la posición de los nudos en la madera (Baño 2009)

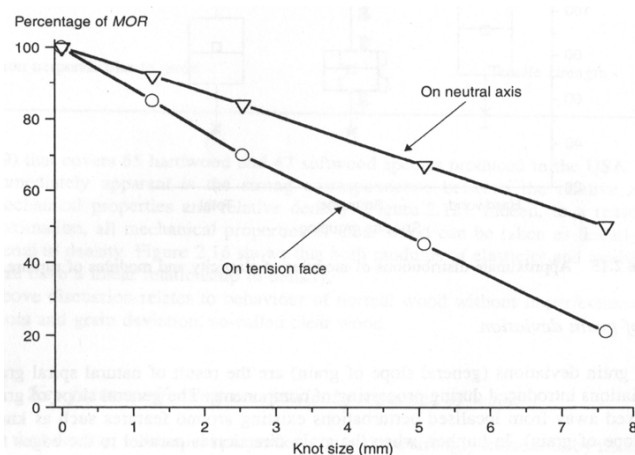


Figura 1.17. Efecto del tamaño de los nudos en el M.O.R. en zona traccionada y fibra neutra (Smith et al 2003)

### 8.3.6. Tamaño de la pieza

Se puede establecer una relación entre la resistencia de la madera y el tamaño de la pieza desde el punto de vista de la rotura frágil. Teniendo en cuenta la gran heterogeneidad de este material, cuanto mayor sea el volumen considerado mayor será el número de puntos o posibilidades por las que pueda fallar el conjunto en su totalidad por lo que podría estimarse una resistencia menor.

### 8.3.7. Otros factores

Esta parte se centró en los principales fenómenos que influyen en las propiedades mecánicas de la madera, pero podrían citarse otros muchos factores como la orientación de los anillos de crecimiento, el porcentaje de madera tardía, la madera de reacción y madera juvenil, aspectos microscópicos (ángulo de las microfibrillas, tamaño de las fibras, dimensión, forma y rigidez de las paredes celulares) y exposición agentes químicos y biológicos.

## 9. Singularidades de la madera

Son elementos indispensables para determinar la calidad de la madera y poder clasificarla ya que normalmente su presencia devalúa sus capacidades resistentes por lo que vulgarmente son denominados defectos de la madera, a continuación se presentan los principales.

### 9.1. Particularidades anatómicas del árbol

#### 9.1.1. Nudos

Son inclusiones de las porciones basales de las ramas dentro del tallo del árbol o de otras ramas. Principalmente los nudos pueden clasificarse de la siguiente manera:

*Según el estado en el que se encuentre*

Mientras la rama está viva el *nudo es sano o adherente* y existe una continuidad en los tejidos del cambium de tallo y rama. En este caso habrá por tanto una continuidad total entre los tejidos de tronco y rama (*nudo vivo*).

Cuando la rama en el momento de la corta ha desaparecido o está muerta de forma natural se dice que el *nudo es negro* debido a que ha sufrido un proceso de duraminización que previene al árbol de posibles ataques de hongos de pudrición. De forma que en estas ocasiones existe una zona donde la rama presentaba continuidad de tejidos con el fuste (*nudo vivo*) hasta cierto punto, a partir del cual no se observa ninguna continuidad (*nudo suelto*).

Si la rama de forma natural, artificial o accidental rompe no por su base, sino dejando un muñón ó si ésta permanece muerta durante periodos muy prolongados, las sucesivas capas de crecimiento acaban por cubrir la totalidad del muñón o rama por lo que el *nudo es saltadizo* y presenta además de las zonas indicadas en el caso anterior una zona donde el tronco engloba el extremo de la rama sin ningún tipo de adherencia (*clavo de cicatrización*). El hecho de que un árbol se pode de forma natural con o sin muñón es característico de la especie y procedencia.

Finalmente si la rama se encuentra en plena actividad fisiológica y rompe accidentalmente o por efecto de una poda, ésta se encuentra falta de duraminización por lo que es vulnerable a la entrada de esporas produciéndose así un *nudo vicioso o podrido*.

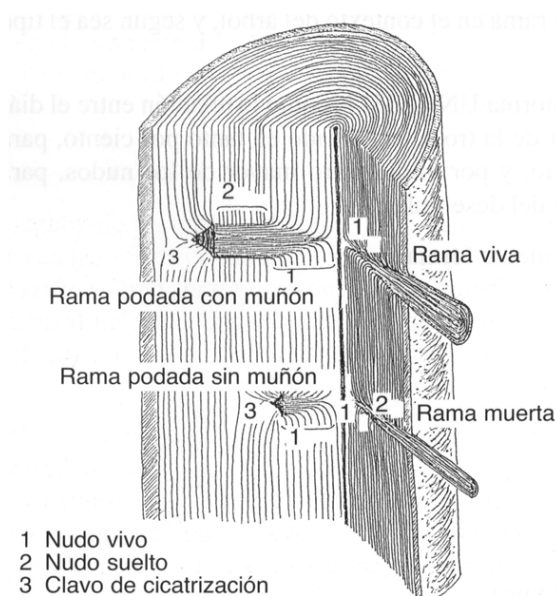


Figura 1.18. Tipos de nudos según el estado en el que se encuentren (Vignote 2006)



Figura 1.19. Aspecto de los nudos según el estado en el que se encuentren (Vignote 2006)

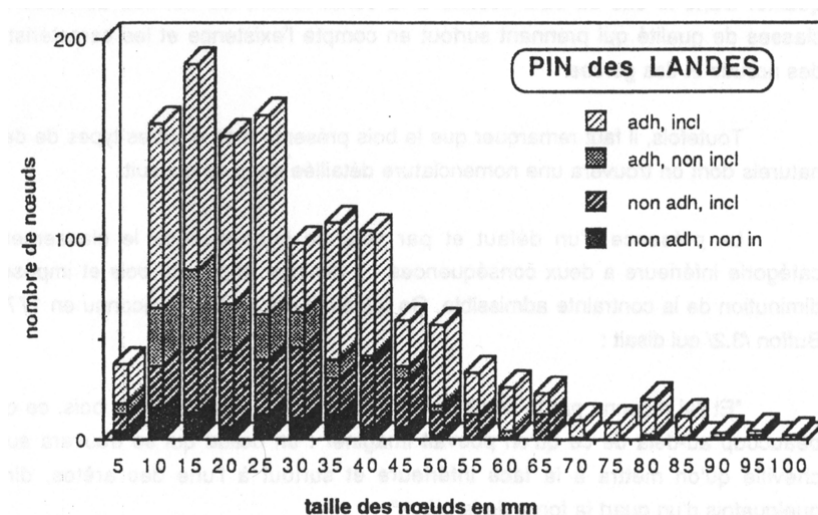


Figura 1.20. Cantidad de nudos clasificados según su estado en los pinos de Landes (Pluvinatge 1992)

### Según la forma

Los nudos en los árboles aparecen a la vista como circulares o elípticos, aunque en realidad son cónicos con origen en el eje del árbol (salvo en especies con capacidad de rebrote donde las yemas durmientes pueden producir ramas tardías con el origen muy distanciado del eje) y en dirección esencialmente radial, aunque suelen formar un cierto grado con respecto a la vertical del árbol (*Ángulo de Rama o Branch Angle*) que será menor cuanto más erectopatente



sea la rama. Existen numerosos estudios acerca de la posición y las características de las ramas en numerosas especies como por ejemplo los realizados por Mäkinen y Song (2000).

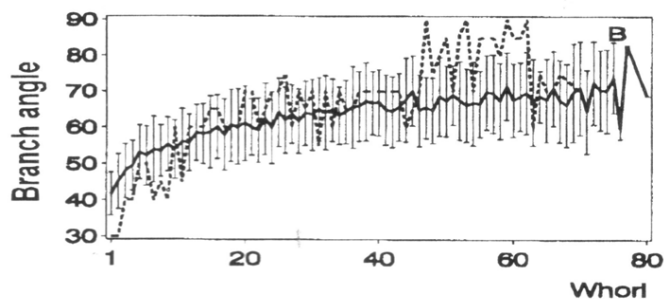


Figura 1.21. Ángulos de inserción de rama típicos en *Pinus sylvestris* (Mäkinen et al 2000)

Fundamentalmente la forma del nudo puede aparecer bajo tres formas; cuando el corte se realiza de forma radial al tronco éste aparece en *espiga*, mientras que si el corte se realiza de forma tangencial la forma se aproxima a un *círculo*, en el resto de casos se observará una sección oblicua del cono adquiriendo formas *elípticas* u *ovaladas*.

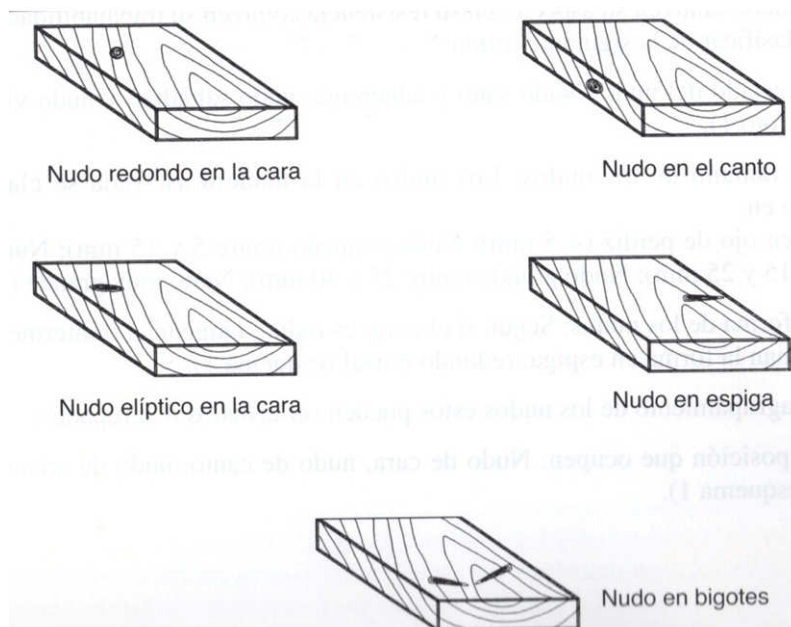


Figura 1.22. Principales tipos de nudos según su posición su forma (Vignote 2006)

### Según su tamaño

El tamaño de la rama suele ser un factor genético característico de la especie, aunque también puedan influir otros aspectos como por ejemplo la luminosidad que provoca fustes más delgados en zonas basales que en franjas de copa. Podríamos desglosar los nudos en muy pequeños (diámetros inferiores a 20mm), pequeños (20-40mm), medianos (40-60mm) y grandes (60-70mm).

#### *Según su cantidad*

El número de nudos por unidad de longitud de fuste depende de muchos factores como especie, procedencia, espesura, trabajos culturales y el turno.

#### *Según su posición en la pieza*

En esta tesis resulta muy útil poder clasificar los nudos en función de la posición y forma que ocupan con respecto a la pieza estructural a analizar, ya que junto con el tamaño, serán los factores más decisivos para determinar la resistencia final de la probeta estudiada.

Basándose en las normas nórdicas de clasificación visual de madera de conífera para uso estructural, resultaría muy práctico poder distinguir aquellas caras que no son transversales al eje longitudinal del árbol entre sí; las caras L\*b superior e inferior podrían ser llamadas *caras de borde*, mientras que en las caras L\*h podríamos distinguir entre aquella que se encuentra más próxima a la médula (*cara interna*) y aquella que resulta más alejada de ella (*cara externa*). Asimismo podría realizarse una primera diferenciación al considerar *nudos pasantes* como aquellos que aparecen en piezas sin presencia de médula o con la médula algo alejada adoptando una *forma troncocónica* y *nudos medulares* en los que la médula sí está presente ofreciendo por tanto una *forma cónica* en la pieza. De este modo, las principales situaciones que se pueden plantear para la especie estudiada son las siguientes:

1) *Nudos Solapados* (que solapan sus proyecciones en el eje longitudinal)

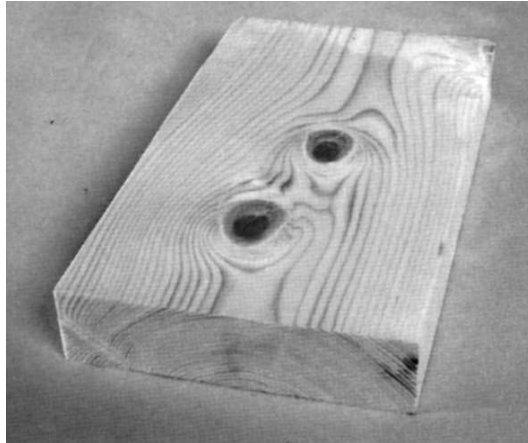


Figura 1.23. Nudos solapados (prINSTA 142:2008)

- 2) *Nudos de borde* (todo el nudo contenido en una cara de borde, en la foto es el nudo colocado a la izquierda)
- 3) *Nudos de cara externa* (nudos medulares en los que la parte visible del nudo se sitúa en la cara exterior de la pieza, es el nudo situado en la parte derecha de la imagen)

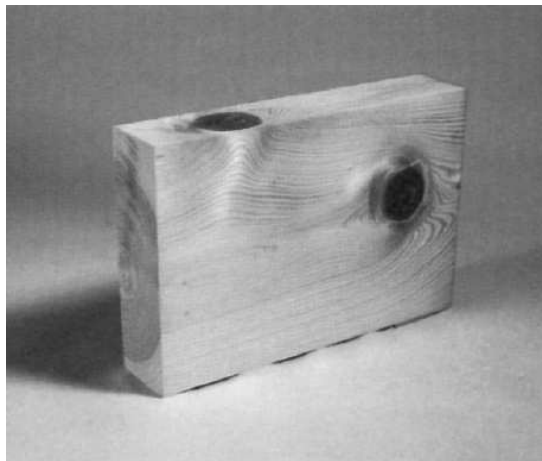


Figura 1.24. Nudos de cara externa y nudos de borde (prINSTA 142:2008)

- 4) *Nudos extendidos* (son nudos de borde en los que la cara interior de la pieza no llega a abarcar la totalidad del nudo, es decir que éste sufre un corte radial de forma que la dimensión mínima supera en 4 veces la dimensión máxima llegando hasta la cara del borde de la pieza)



Figura 1.25. Nudos extendidos (prINSTA 142:2008)

- 5) *Nudos clavados* (son nudos con clavo de cicatrización, visualmente son como los extendidos pero no llegan a tocar las aristas de la cara interior)
- 6) *Nudos de arista interna* (son como los nudos extendidos pero con la presencia de la médula lejana, de forma que más bien el nudo se limita a cortar la arista de la cara interior que a ocupar esa cara).

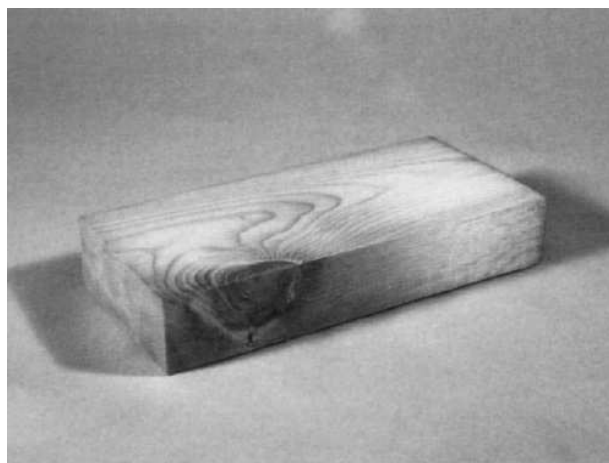


Figura 1.26. Nudos de arista interna (prINSTA 142:2008)

- 7) *Nudos de arista externa* (análogamente cortan una arista exterior)

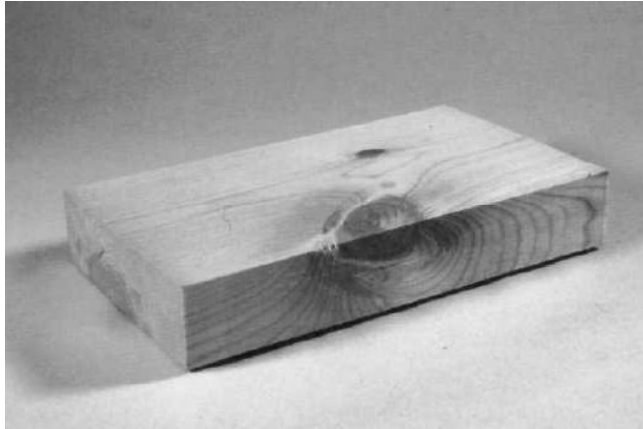


Figura 1.27. Nudos de arista externa (prINSTA 142:2008)

- 8) *Nudos pasantes interiores* (la médula se encuentra bastante alejada de la pieza, y el nudo es totalmente abarcado por todas las caras de la probeta)

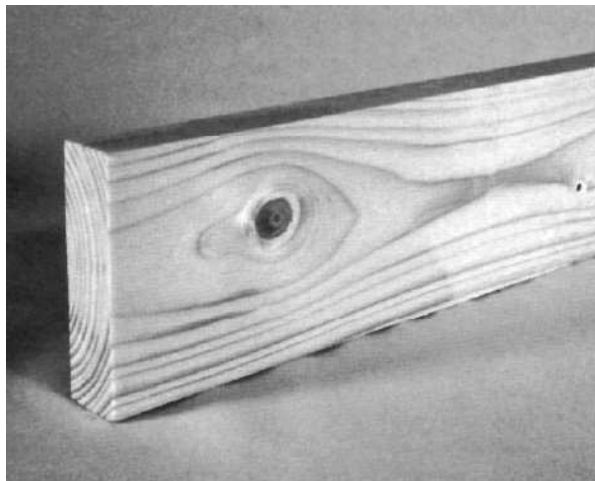


Figura 1.28. Nudos pasantes interiores (prINSTA 142:2008)

- 9) *Nudos pasantes exteriores* (la médula se encuentra lejana y el nudo transcurre más o menos paralelo al canto de la pieza, sin embargo las caras externa ó/y interna no logran abarcarlo en su totalidad)

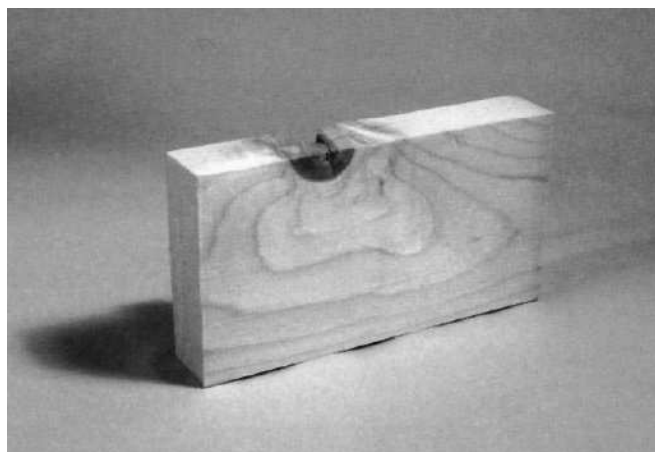


Figura 1.29. Nudos pasantes exteriores (prINSTA 142:2008)

10) *Nudos extendidos superficiales* (nudos extendidos en los que la inserción del nudo en el espesor de la pieza no supera los 7mm, en la imagen se corresponde con el nudo de la derecha)

11) *Nudos clavados superficiales* (nudos clavados con una presencia muy superficial, que no profundiza en la pieza más de 7mm, nudo situado a la izquierda de la siguiente imagen)

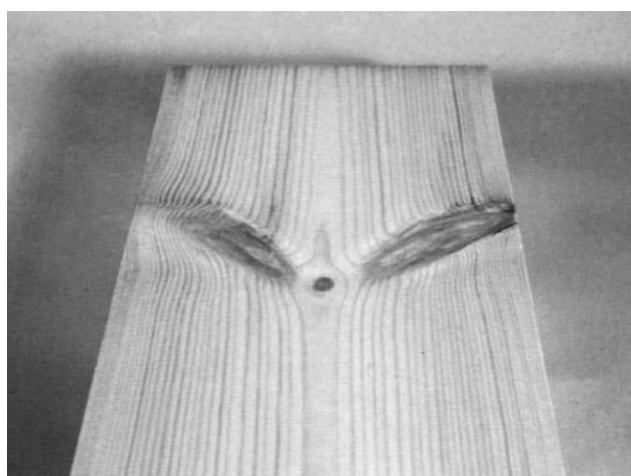


Figura 1.30. Nudos clavados superficiales y nudos extendidos superficiales (prINSTA 142:2008)

12) *Nudos extendidos de pequeño ángulo de inserción de rama* (son nudos extendidos en los que el ángulo de inserción de rama es muy reducido de tal forma que el nudo además de su

influencia como discontinuidad en la sección transversal de la pieza, adquiere un especial protagonismo como disminución de sección de pieza en la dirección longitudinal, suele ir acompañado de fisuras longitudinales)

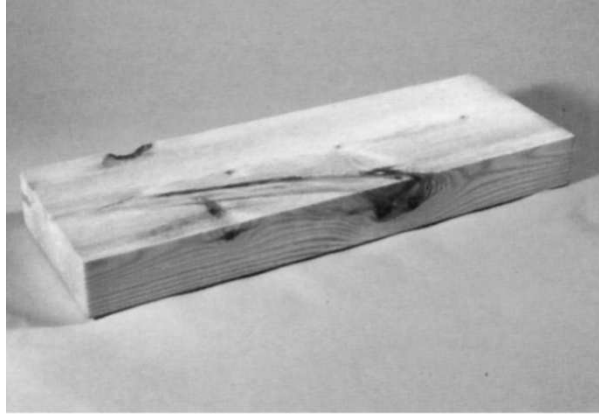


Figura 1.31. Nudos extendidos de pequeño ángulo de inserción de rama (prINSTA 142:2008)

13) *Agrupaciones de nudos* (se producen cuando no se hace evidente la recuperación del paralelismo longitudinal de la fibra al atravesar dos nudos consecutivos)

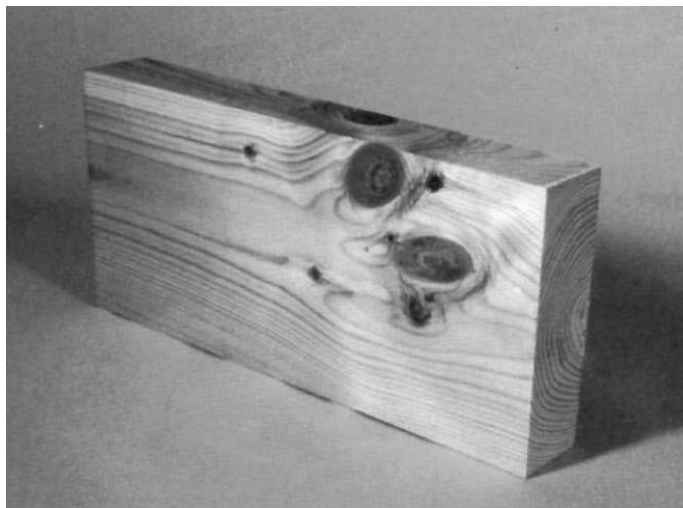


Figura 1.32. Agrupaciones de nudos (prINSTA 142:2008)

### 9.1.2. La médula

El tamaño de la médula oscila normalmente entre 1 y 2 mm (Kollmann, 1959), con sección circular, poligonal, o estrellada. Es considerado un defecto porque su constitución es completamente diferente al resto de la madera, presentando unas características de blandura, escasa resistencia y color que hace incluso despreciar las piezas que la contienen.

### 9.1.3. La madera juvenil

Los primeros anillos que forma el árbol (entre los 5 y los 20 primeros) están constituidos por madera que posee unas características mecánicas y físicas diferentes a la madera madura: es más ligera, con traqueidas o fibras más cortas, paredes celulares más delgadas, menor contenido de celulosa, más hemicelulosa, mayor desviación de fibra, y una proporción más alta de madera de compresión de forma que todo ello acaba repercutiendo tal y como se muestra en las siguientes figuras:

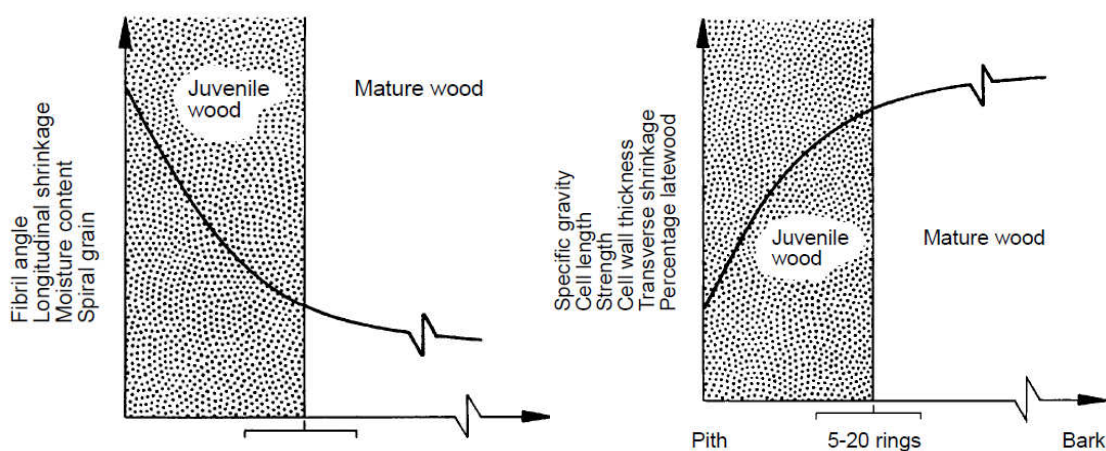


Figura 1.33. Propiedades de la madera juvenil (USDA 1999)

Además de que el módulo de ruptura, resistencia última a tracción, y módulo de elasticidad de la madera juvenil, difiere de la madera madura en proporciones de 0,5-0,9, 0,5-0,95 y 0,45-0,75 respectivamente.

## 9.2. Anomalías en la forma del tronco



### **9.2.1. La curvatura del tronco**

Las plantas son capaces de percibir la gravedad y responder a ella, creciendo en sentido contrario y formando tallos perfectamente verticales y rectos pero en ocasiones esa rectitud no es absoluta pudiendo aparecer una o varias curvaturas más o menos acusadas cuyo origen puede obedecer a diferentes causas como factores genéticos, luz, acción continuada del viento o corrimientos de tierras. Este parámetro es cuantificado como la relación entre la flecha del árbol y su longitud.

### **9.2.2. Conicidad**

La conicidad es el resultado de superponer el crecimiento en altura y en grosor. Se determina como la relación entre la diferencia de diámetros de base y punta con respecto a la longitud que los separa. Ésta, además de especie y procedencia es dependiente de la selvicultura seguida.

### **9.2.3. Bifurcaciones**

En ocasiones la guía terminal del árbol puede perderse pudiendo pasar a realizar esta función una o más ramas situadas en la copa. Si esta función es realizada por dos o más ramas es cuando se produce la bifurcación, esto provoca numerosos efectos negativos como por ejemplo una pérdida brusca de sección, madera de reacción, doble corazón, entrecasco y fibra ondulada.

## **9.3. Irregularidades en el crecimiento de la capa cambial**

### **9.3.1. Irregularidades en los anillos de crecimiento**

Se refiere a las variaciones en la anchura de las sucesivas capas anuales de crecimiento, son producidas como consecuencia de las irregularidades en el estado fisiológico de la vida del árbol, como por ejemplo variaciones en la competencia. Este defecto si es muy acusado puede llegar a originar planos de rotura entre anillos de crecimiento.

### 9.3.2. Excentricidad de corazón

Este defecto se produce cuando la anchura de los anillos de crecimiento se produce de forma desigual dentro de una misma capa, repitiéndose esta circunstancia a lo largo de los años. Esto es debido generalmente a la predominancia de un esfuerzo en una dirección determinada durante períodos prologados de tiempo. Por todo ello suele estar acompañado de madera de reacción.

### 9.3.3. Acanaladura del tronco

En algunas especies el funcionamiento de la capa cambial se produce irregularmente dando lugar a secciones onduladas o acanaladas. Generalmente es un defecto genético.

## 9.4. Defectos en la disposición de la fibra

### 9.4.1. Fibra ondulada

Las fibras siguen una trayectoria sinuosa de forma local o en la totalidad del fuste. Cuando la alteración es local, suele ser debida a la presencia de una bifurcación en la zona inmediatamente anterior a ésta, mientras que si es global suele ser debida a cuestiones genéticas.

### 9.4.2. Fibra entrelazada

Las fibras adquieren una ligera inclinación respecto el eje del árbol que varía además anualmente, al igual que el caso anterior si el defecto concierne a toda la pieza suele ser debido a causas genéticas mientras que si afecta de forma localizada suele ser provocada por la presencia de alguna herida o la existencia de un cambio acentuado en la dirección de la capa cambial.

### 9.4.3. Fibra revirada

La fibra adopta un patrón helicoidal que puede ser diestro ó de izquierdas. Es un defecto producido usualmente en madera juvenil, y suele desaparecer durante la formación de madera

madura. De hecho sólo cuando este hecho prevalece de forma notoria durante la madurez es considerado como un defecto. Es una singularidad de fundamento genético aunque factores como el medio puede tener cierta influencia.

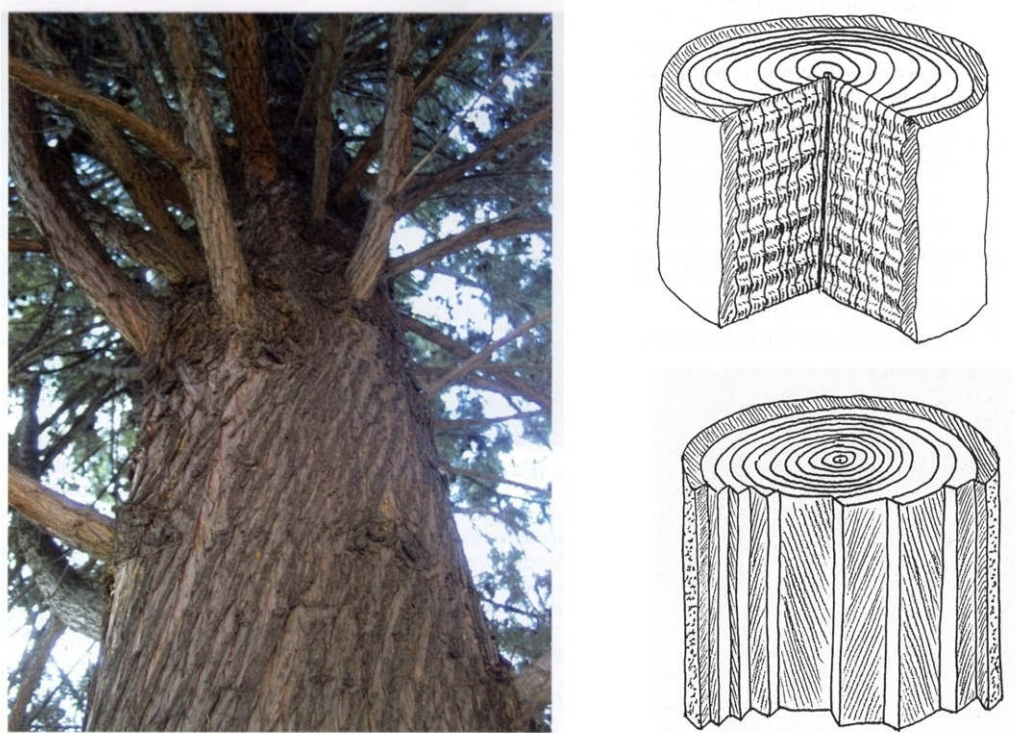


Figura 1.34. Defectos en la disposición de la fibra (Vignote 2006)

## 9.5. Otras alteraciones o defectos naturales

### 9.5.1. Tensiones de crecimiento

Ya descritas anteriormente, son consideradas un defecto por acarrear consigo los siguientes defectos:

- Médula débil: si las tensiones son importantes el centro del árbol sufre un deterioro.
- Fendas de cuadratura: son fendas originadas en el árbol en pie iniciadas por tensiones tangenciales desde la médula en sentido radial.
- Acebolladuras: similares a las fendas de cuadratura son originadas por las tensiones de crecimiento de dirección radial.

-Defectos de elaboración: cuando el árbol está en pie las tensiones del fuste se equilibran pero al cortarlo se produce una fuerte liberación de que puede causar fendas, alabeos y deformaciones.

### 9.5.2. Bolsas de resina

Son pequeñas cavidades llenas de resina, que forman la mayoría de especies de coníferas. Suelen tener una forma alargada en la dirección del eje del árbol. Son iniciadas como respuesta de defensa a un fenómeno traumático. Al igual que los nudos situados en la zona de tracción, suponen una disminución de la sección eficaz de la pieza.

### 9.5.3. Acebolladuras

Son separaciones entre anillos de crecimiento contiguos. Se originan por falta de adherencia entre capas de madera debida a irregularidades en el crecimiento del árbol, como por ejemplo una helada o un incendio.

## 9.6. Alteraciones de origen patológico

### 9.6.1. Alteraciones de origen abiótico

- Como consecuencia de las heladas se pueden producir *fendas de heladura*, cuando se congela el agua de las paredes de las células más externas del árbol se produce la desecación de las mismas y una consecuente contracción que no es seguida por las células internas generando fuertes tensiones que finalmente desembocan en estas grietas. Tras este fenómeno el cambium puede cubrir las fendas a través de un callo que si se repite en el tiempo puede llegar a ser visible en el exterior en forma de *costillaje de heladura*.

- Vientos intensos pueden también provocar la rotura del árbol creando *fendas de viento*, que análogamente tras la cicatrización se traducen en un *costillaje de viento*.

- Finalmente si un fuste ya cortado se ve sometido a fuertes gradientes de humedad, por un lado se producirá la merma volumétrica debido a la naturaleza higroscópica de la madera y por

otro esta desecación será superior en las capas externas ocasionando tensiones que pueden desencadenar en *fendas de desecación*.

Las fendas influyen a la resistencia de la madera en función del tipo de sollicitación a la que esté sometida. No afecta a piezas expuestas a tracción paralela sin embargo implica una reducción de la sección cuando la pieza está sollicitada a tracción perpendicular. Disminuye también en miembros a compresión donde se puede producir un reparto desigual de tensiones y un fallo por pandeo. En caso de tensiones cortantes se hace evidente la facilitación a la rotura por esfuerzo rasante mientras que en especímenes a flexión la división en dos tramos puede acarrear una pérdida de resistencia.

## 9.6.2. Alteraciones de origen biótico

Muy numerosos son los organismos que se alimentan de alguna forma de la madera, pero sobretodo son los hongos e insectos los de mayor potencial de alteración. Entre los principales defectos producidos por factores bióticos destacan las coloraciones, picaduras y podredumbres.

## 9.7. Gemas

Es la falta de madera que se puede presentar en las aristas de la pieza cuando en el aserradero se intercepta la superficie del árbol. Suponen una disminución de la sección eficaz.

## 10. Métodos de clasificación y asignación de clases resistentes

Primeramente cabe resaltar que las normas de clasificación de la madera pueden realizarse según criterios estéticos, trabajabilidad o adecuación a posibles usos, ó bien como es el interés de esta tesis en base a sus características resistentes. Este último conjunto de normas puede elaborarse en base a técnicas no destructivas (*NDT*) que no impliquen la rotura del material ó de acuerdo a técnicas destructivas.

## 10.1. Técnicas no destructivas

Estas técnicas comprenden las siguientes metodologías:

### 10.1.1. Métodos mecánicos

*-Pruebas de carga* evaluando las deformaciones pero nunca implicando la rotura de la pieza.

*-Clasificación mecánica*, estudiando la relación existente entre el módulo de elasticidad y la resistencia de la madera con defectos. Para ello, se someten las piezas a clasificar a una pequeña carga aplicada sobre tramos cortos, mientras la pieza se va desplazando por una máquina que registra la deformación máxima. Así se determina el módulo de elasticidad y, conociendo su relación con la resistencia puede clasificarse.

*-Sondeo con penetrómetro*, que consiste en la determinación de la dureza del material mediante la perforación de un elemento con el fin de obtener su resistencia. El objeto del ensayo en madera es la medición de la profundidad de penetración, la cual puede relacionarse con la densidad e indirectamente con la resistencia.

*-Arranque de tornillo* midiendo la fuerza necesaria para extraer un tornillo colocado en el material del que se quieren conocer sus propiedades. El método en madera consiste en insertar un tirafondo en la pieza a evaluar para posteriormente obtener la resistencia que ofrece su extracción y relacionarla con la densidad del material.

### 10.1.2. Métodos acústicos

Se fundamentan en la determinación de la velocidad de transmisión del sonido a través del material y otras mediciones de naturaleza acústica. Las técnicas más empleadas en madera aserrada son:

*-Técnicas de ultrasonidos* que emplean ondas con frecuencias superiores al umbral máximo de audición humano (20 kHz), pudiendo llegar hasta los 10<sup>6</sup> kHz. En este campo son muy utilizados los equipos PUNDIT y SILVATEST.

-*Ondas de impacto*, abarcando los medios acústicos que emplean una onda sónica (frecuencias entre 20 Hz y 20 kHz) generadas por ejemplo con el impacto de un martillo. Esta técnica comprende el método de ecos, método de impulso-respuesta y el método de análisis espectral de ondas de superficie. En madera uno de los equipos más utilizados para la medición de la velocidad de propagación de las ondas sónicas es el Microsend Timber. Una derivación de estos procedimientos es la tomografía acústica que se utiliza ampliamente en la evaluación de riesgo de caída de árboles en pie y permite la determinación y localización con bastante exactitud de huecos y defectos internos en el árbol.

-La *emisión acústica* es un fenómeno producido por una onda en el rango de los ultrasonidos, normalmente entre 20 kHz y 1MHz, que es generada por la disipación de energía dentro de un material. Se detecta el material débil mediante las emisiones a niveles de tensión reducidos y los aumentos de emisiones a niveles más altos de tensión. Otro indicador del estado del material se establece registrando la emisión acústica durante ciclos de carga y descarga.

-*Análisis de vibraciones*. El módulo de elasticidad dinámico de un material puede ser determinado mediante la medición de la frecuencia natural de vibración de una pieza prismática de dimensiones y densidad conocidas. La probeta de ensayo puede hacerse vibrar de varios modos en función de las condiciones de apoyo y de la localización del lugar de impacto, permitiendo medir la vibración longitudinal, vibración en flexión y la vibración en torsión.

### 10.1.3. Métodos electromagnéticos

Son aquellos que se basan en la medición de corrientes eléctricas o campos magnéticos. Dentro de este grupo se encuentran los xilohigrómetros de resistencia eléctrica, las mediciones con microondas, la termografía y la espectroscopía de infrarrojo cercano-NIR.

### 10.1.4. Métodos nucleares

Emplean los rayos X, los rayos Gamma y la resonancia magnética.

### 10.1.5. Métodos visuales

Se basan en relacionar la resistencia de las piezas con la existencia de defectos perceptibles por el ojo humano. Cuando el número de calidades es elevado, las diferencias entre grados consecutivos se hacen menos evidentes por lo que resulta más difícil y lenta su determinación. Cada país tiene sus propios procedimientos para establecer la relación apariencia-resistencia, de forma que el procedimiento que se debe de seguir para determinar esta correspondencia es el siguiente:

- Primeramente, utilizar la norma de clasificación visual para usos estructurales propia del país o región de origen del material a emplear asignando la calidad propia a sus características.
- Utilizar la norma UNE EN 912 para resolver la clase resistente pertinente
- Servirse de la norma UNE EN 338 para disponer de los valores físicos y mecánicos de la clase resistente en cuestión.

### 10.2. Técnicas destructivas

El método destructivo empleado en este trabajo para la determinación del módulo de elasticidad es la UNE EN- 408, que se describe con detalle en el segundo capítulo de esta tesis.

### 10.3. Clasificaciones visuales

En el código técnico de la edificación se desglosan las distintas calidades en el que cada país o región europea clasifica visualmente la madera aserrada estructural:

Tabla C.2. Normas de Clasificación, citadas en la Tabla C.1.		
Norma de Clasificación	País	Calidades
UNE 56.544 Clasificación visual de la madera aserrada para uso estructural.	España	ME-1 ME-2 MEG
NF B 52.001-4 Règles d'utilisation du bois dans les constructions. Partie-4. Classement visuel pour l'emploi en structures pour les principales essences résineuses et feuillues.	Francia	ST-I ST-II ST-III
DIN 4074 Teil 1. Sortierung von Nadelholz nach er Tragfähigkeit, Nadelschnittholz	Alemania	S13 S10 S7
INSTA 142. Nordic visual stress grading rules for timber.	Países Nórdicos	T3 T2 T1 T0
BS 4978. Sections 1 and 2. Softwood grades for structural use.	Reino Unido	SS GS
BS 5756. Tropical hardwood grades for structural use.	Reino Unido	HS

Figura 1.35. Calidades de las normas de clasificación visual europeas (CTE SE-M 2009)



### 10.3.1. Clasificación visual de la madera aserrada de coníferas para uso estructural en España

En España la norma UNE 56.544:2007 relaciona la resistencia con la existencia de singularidades, estableciendo dos clases de calidad denominadas *ME-1* (madera estructural de primera categoría) y *ME-2* (madera estructural de segunda categoría). Todas las piezas que no estén incluidas, de acuerdo con sus características visibles en alguna de estas dos categorías se denominan *MER* (madera estructural de rechazo) y no serán aptas para estos usos. Esta norma sigue en sus postulados clasificatorios todo lo exigido por la norma armonizada europea UNE EN 14081. Las mediciones de las singularidades presentes en la madera que pueden afectar a su resistencia son las siguientes:

- *Contenido de humedad*: se diferencia entre humedad superior o inferior al 30% en el momento de clasificación; para humedad superior al 30% no es necesario especificar ningún valor simplemente se marca la madera con la denominación *WET GRADED*. Para humedades de entre el 30-20% se emplean métodos eléctricos para su medición, y para humedades por debajo del 20% se marca la madera como *DRY GRADED*.
- *Densidad*: se calcula mediante la relación entre la masa y el volumen en el mismo grado de humedad.
- *Dimensiones*: la norma exige efectuar la medición en tres puntos distintos como mínimo, tomando dos de ellos separados de las testas 150 mm y un tercer punto tomado al azar en la zona intermedia.
- *Nudos*: como norma general se medirán perpendicularmente al eje longitudinal de la pieza y en las superficies en las que se manifiesten. Dependiendo del tipo de nudo que se presente se realizarán las siguientes mediciones:

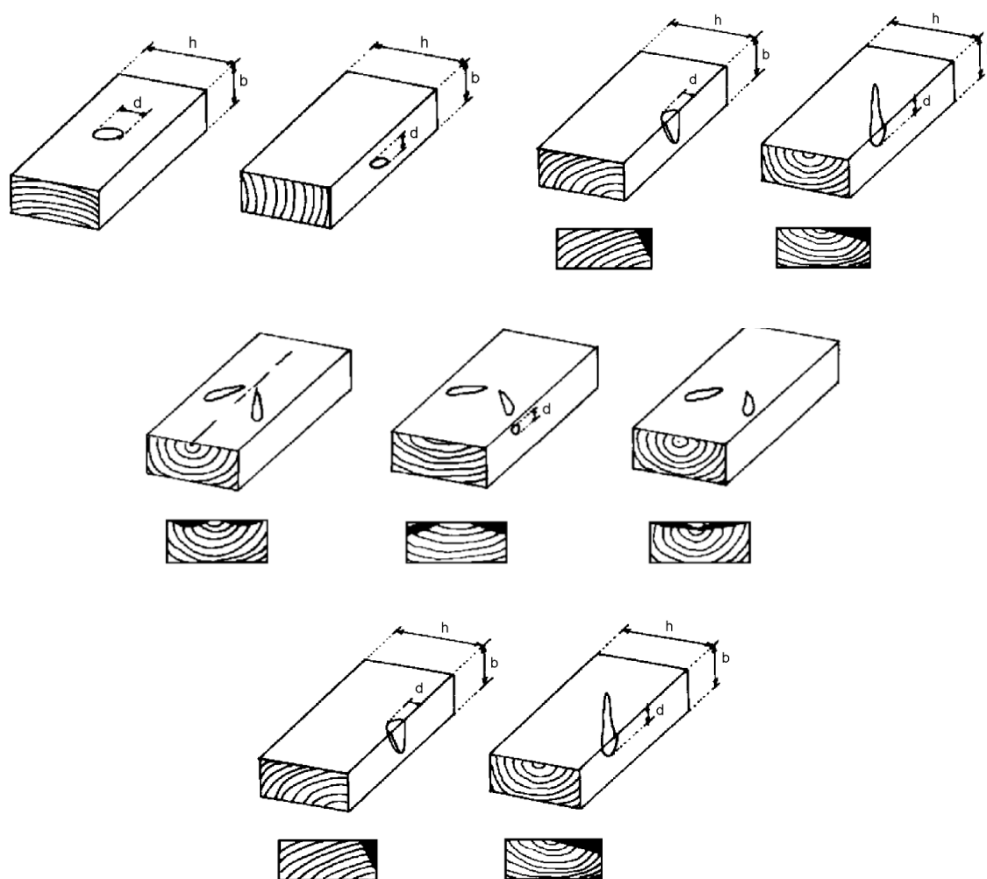


Figura 1.36. Medición de los nudos según la norma española de clasificación visual (UNE 56.544:2007)

Como norma general, los nudos con diámetro inferior o igual a 10mm y no pasantes se pueden despreciar; se incorporará la medición de la corteza incluida en el diámetro del nudo, en caso de existir; en caso de un nudos sano para el que las irregularidades de la fibra presentes alrededor del nudo no fueran claramente diferenciables de éste, la medida del tamaño del nudo deberá incorporarlas y los orificios dejados por los nudos saltadizos se medirán como si fuesen nudos. Los nudos de cara y canto se miden en la dirección transversal y se evalúan en función de su tamaño relativo respecto del tamaño de la superficie en que se presentan.

La norma UNE EN 56544:2007 no define los nudos de margen, que existían en la anterior revisión UNE EN 56544:2003 y que se definían como los nudos pasantes de cara que disten de la arista una distancia superior a su diámetro son medidos y evaluados como nudos de cara y los que disten menos lo son como nudos marginales, tomando como dimensión de los nudos pasantes el diámetro mayor de las dos caras.

Los nudos pasantes de canto se evalúan como nudos de canto, tomando el diámetro mayor de las dos superficies. Los nudos agrupados se miden en la dirección transversal según el esquema anterior; los nudos de margen en la cara pero se evalúan en canto mediante la relación  $d/b$  de acuerdo con las limitaciones establecidas para los nudos de canto.

Los nudos de arista se miden en aquella superficie que los corte más perpendicularmente, si es la cara se tratan como nudos de margen y si es el canto se tratan como nudos de canto evaluándolos mediante  $d/b$ .

Los nudos superficiales no se evalúan si no están presentes en el canto, si lo hacen se evalúan como nudos de arista.

- *Bolsas de resina y entrecasco*: se miden en su longitud en la dirección paralela al eje longitudinal de la pieza.
- *Fendas*: sólo se miden las fendas de contracción pues el resto de fendas no están permitidas en ninguna clase de calidad. Se evalúan determinando la proyección de la profundidad de las fendas sobre el canto de la sección, midiéndolo en el punto de máxima profundidad con una galga de 0,2mm de grosor.
- *Desviación global de la fibra*: esta norma no considera la desviación local, su medición se realiza con un trazador.
- *Gema*: se evalúan por su longitud, expresada como fracción de la longitud total de la pieza y por su anchura, medida en el canto o en la cara como diferencia relativa entre el valor nominal y el real de la anchura del canto o de la cara en el punto de máxima diferencia:

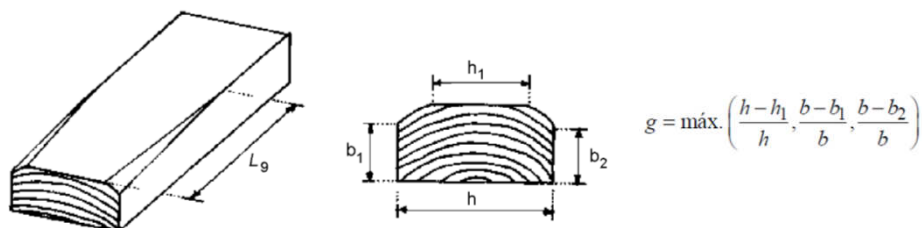


Figura 1.37. Medición de las gemas según la norma española (UNE 56.544:2007)

- *Médula*: solo se constata su presencia.
- *Deformaciones*: la cuantía de las deformaciones debe ser medida si el contenido de humedad de la madera es igual o inferior al 20%. Existen cuatro formas diferentes de deformación; curvatura de la cara, de canto, alabeo y atejado o abarquillado.
- *Madera de reacción*: no existen métodos seguros para detectar la presencia de madera de reacción. Su medición se basa en determinar la sección de un rectángulo imaginario que inscriba completamente el área afectada por esta anomalía.
- *Madera juvenil*: la norma no exige su evaluación.
- *Anchura de los anillos de crecimiento*: sólo se mide cuando se comercializa madera en húmedo. La medida comienza en el extremo más cercano a la médula, determinando el valor medio de la anchura de los cinco primeros anillos.
- *Infecciones por hongos, insectos o plantas parásitas*: debe constatarse la presencia de éstas, el azulado está permitido.

La norma UNE 56544:2007 introduce también la clasificación *MEG* (madera estructural de gran escuadría) que es la correspondiente a piezas con anchos superiores a los 70mm.

En las siguientes tablas se reflejan un resumen de los criterios visuales de aceptación de madera estructural de primera y segunda categoría empleados para la clasificación en seco y en verde respectivamente:

CRITERIOS DE CALIDAD		ME-1	ME-2
DIÁMETRO DE LOS NUDOS SOBRE LA CARA (h)		$d \leq 1/5$ de "h"	$d \leq 1/2$ de "h"
DIÁMETRO DE LOS NUDOS SOBRE EL CANTO (b)		$d \leq 1/2$ de "b" y $d \leq 30$ mm	$d \leq 2/3$ de "b"
ANCHURA MÁXIMA DEL ANILLO DE CRECIMIENTO <sup>(1)</sup>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Pino silvestre</li> <li>– Pino laricio</li> <li>– Pino gallego y pinaster</li> <li>– Pino insign (radiata)</li> </ul>		$\leq 4$ mm $\leq 5$ mm $\leq 8$ mm $\leq 10$ mm	Sin limitación Sin limitación Sin limitación Sin limitación
FENDAS	De secado <sup>(2) (3)</sup>	$f \leq 2/5$	$f \leq 3/5$
		Las fendas de secado sólo se considerarán si su longitud es mayor que la menor de las dimensiones siguientes: 1/4 de la longitud de la pieza y 1 m.	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Rayo</li> <li>– Heladura</li> <li>– Abatimiento</li> </ul>	No permitidas	
ACEBOLLADURAS		No permitidas	
BOLSAS DE RESINA y ENTRECASCO		Se admiten si su longitud es menor o igual que 1,5 "h"	
MADERA DE COMPRESIÓN		Admisible en 1/5 de la sección o de la superficie externa de la pieza	Admisible en 2/5 de la sección o de la superficie externa de la pieza
DESVIACIÓN DE LA FIBRA		1:10 (10%)	1:6 (16,7%)
GEMAS			
<ul style="list-style-type: none"> <li>– longitud</li> <li>– dimensión relativa</li> </ul>		$\leq 1/4$ de "L" $g \leq 1/4$	$\leq 1/3$ de "L" $g \leq 1/3$
MÉDULA <sup>(1)</sup>		Admitida No admitida si se clasifica en húmedo	Admitida
ALTERACIONES BIOLÓGICAS		<ul style="list-style-type: none"> <li>– Muérdago (<i>V. album</i>)</li> <li>– Azulado</li> <li>– Pudrición</li> <li>– Galerías de insectos xilófagos</li> </ul>	
DEFORMACIONES MÁXIMAS <sup>(2) (3) (4)</sup>		10 mm (para una longitud de 2 m) 8 mm (para una longitud de 2 m) 1 mm (por cada 25 mm de "h") (para una longitud de 2 m) 1/25 de "h"	20 mm (para una longitud de 2 m) 12 mm (para una longitud de 2 m) 2 mm (por cada 25 mm de "h") (para una longitud de 2 m) 1/25 de "h"
<p>(1) Estos criterios sólo se considerarán cuando se comercializa en húmedo.</p> <p>(2) Estos criterios no se considerarán cuando la clasificación se efectúa en húmedo.</p> <p>(3) Referidas a un 20% de contenido de humedad.</p> <p>(4) Pueden aceptarse deformaciones mayores siempre que no afecten a la estabilidad de la construcción (porque puedan corregirse durante la fase del montaje) y exista acuerdo expreso al respecto entre el suministrador y el cliente.</p>			

Figura 1.38. Resumen de los criterios de clasificación visual de la norma española (UNE 56.544:2007)

### 10.3.2. Clasificación visual de la madera aserrada para uso estructural en los Países Nórdicos

La madera utilizada para el desarrollo de esta tesis es de *Pinus sylvestris* procedente de Finlandia por lo que se pretende en este punto describir resumidamente la norma de clasificación visual empleada en el país de origen.

En los países nórdicos (Dinamarca, Finlandia, Islandia, Noruega y Suecia) la clasificación de la madera se realiza mediante la normativa denominada Nordic T-rules. En concreto la clasificación visual estructural con finalidades resistentes de las especies *Picea abies*,

*Picea sitchensis*, *Pinus sylvestris*, *Abies alba*, *Abies grandis*, *Pseudotsuga menziesii*, *Larix decidua*, *Larix eurolepis* y *Larix kaempferi* se regula mediante la norma prINSTA 142:2008.

Dimensionalmente, en cuanto a madera aserrada el alcance de esta normativa concierne a piezas con  $b \geq 45\text{mm}$  ó  $h > 75\text{mm}$  (que normalmente presentan médula en el centro) y piezas con  $25 < b \leq 45\text{mm}$  y  $50 \leq h \leq 75\text{mm}$ .

A continuación se presentan las formas en las que las distintas componentes de las piezas deben de ser medidas:

- *Anchura de los anillos de crecimiento*: se mide en la cara de la pieza correspondiente al plano RT desde al menos una distancia de 25mm en dirección radial hasta la esquina más alejada posible y se divide entre el número de anillos de crecimiento ( $l/n$ ):

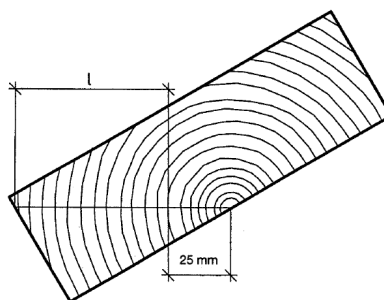


Figura 1.39. Medición de los anillos de crecimiento en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Deformaciones en el secado*: los alabeos y las flechas de secado se miden sobre piezas de longitudes superiores a 2 metros siguiendo el esquema siguiente:

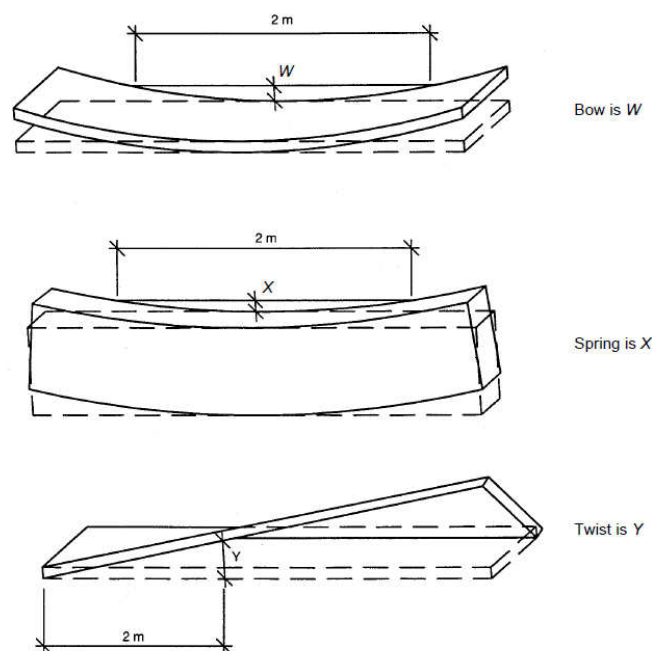
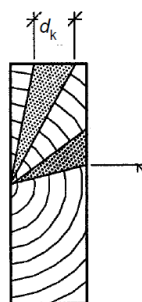


Figura 1.40. Medición de las deformaciones de secado en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Fendas superficiales (Check)*, cortas y poco profundas: se traza un rectángulo superficial que las abarque y se relaciona con el área total de la cara donde ocurren.
- *Fendas siguiendo los anillos de crecimiento (Ring Shake)*: se trazan dos líneas normales al eje longitudinal de la pieza en los puntos de comienzo y final de la fisura y se mide la distancia entre ellas.
- *Desviación de la fibra*: como la relación entre la divergencia de las fibras con respecto al eje longitudinal de la cara considerada respecto de la longitud de la aristas longitudinales que la conforman
- *Nudos*: cuando la médula está cerca se debe de observar en primera instancia cual es la cara interior del nudo; la medida es tomada respecto a una línea normal a la arista longitudinal correspondiente de la pieza; en caso de que el nudo presente corteza ésta debe de ser incluida en la medición; cuando debido a irregularidades en la disposición de la fibra, dos nudos no puedan ser independizados claramente se medirán como uno sólo; nudos que en la cara de medición presentan dimensiones inferiores a 7mm deben ser despreciados; las mediciones exactas tomadas para los distintos tipos de nudos son las siguientes:

- *Edge Knots* – son *nudos de borde*, nudos que caben en su totalidad en las caras de borde de la pieza:



Knot measure =  $d_k$

Figura 1.41. Medición de nudos de borde en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

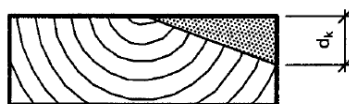
- *Arris Knot Inside* – *nudos de arista interna*, son aquellos que están expuestos a una arista perteneciente a la cara definida como interna.



Knot measure =  $d_k$

Figura 1.42. Medición de nudos de arista interna en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Splay Knot* – *nudos extendidos*, son como los definidos anteriormente pero cortados de manera que en la cara interna se puede ver su forma, midiendo su máxima dimensión al menos 4 veces más que su mínima medida

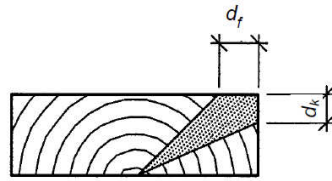


Knot measure =  $d_k$

Figura 1.43. Medición de nudos extendidos en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Arris Knot Outside* – *nudos de arista externa*, son los nudos que ocupan parte de una arista perteneciente a la cara externa de la pieza

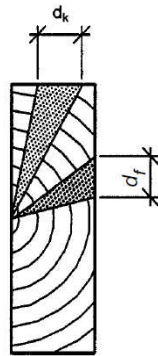




$$\text{Knot measure} = d_k + 0,5 d_f$$

Figura 1.44. Medición de nudos de arista externa en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

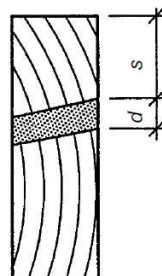
- *Knots on the Outside Face* – nudos de cara externa, se refieren a nudos medulares completamente encuadrados en la cara externa



$$\text{Knot measure (outside face knot)} = d_f$$

Figura 1.45. Medición de nudos cara externa en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Inner Through Knot* – es un nudo pasante interior, es decir un nudo pasante encuadrado totalmente en ambas caras, si el diámetro del nudo es inferior a la separación respecto del borde será evaluado como si fuese nudo de borde.



$$\text{Knot measure} = d. \text{ If } s \leq d \text{ the knot is evaluated as edge knot}$$

Figura 1.46. Medición de nudos pasantes interiores en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Outer Through Knot: nudo pasante exterior*, es aquel nudo pasante no encuadrado en su totalidad en una de las caras, es evaluado como un nudo de borde de forma que la medición se correspondería con el ancho de la pieza ( $d_k=b$ ).

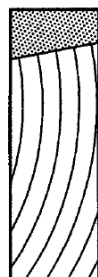


Figura 1.47 Medición de nudos pasantes exteriores en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Shallow Spike Knot (A): nudo clavado superficial*, es el nudo en el que la máxima dimensión excede en 4 veces a la mínima pero no llega a tocar ninguna arista y su inserción en la pieza se estima no superior a los 7mm.

*Shallow Splay Knot (B): nudo extendido superficial* es un splay knot superficial, de forma que la ocupación en la cara del borde no excede los 7mm. En ambos casos la medición de estos nudos es despreciada.

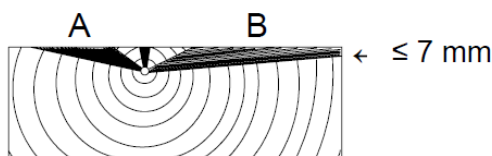


Figura 1.48 Condición de consideración de nudos superficiales en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Splay Knot with small angle to the length axis of the piece: nudos extendidos de pequeño ángulo de inserción de rama*, son como los splay knots pero con ángulos de inserción de rama muy pequeños que suelen ir acompañados de fisuras longitudinales superficiales, de manera que influyen también en la dirección longitudinal de la pieza teniendo que tomar en este caso una medición en longitud además (ilustración superior muestra cara interior) de la correspondiente como nudo de borde:

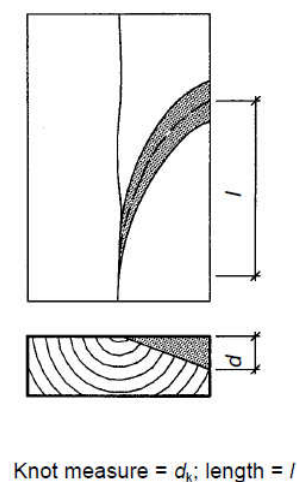


Figura 1.49. Medición de nudos extendidos de pequeño ángulo de inserción de rama en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Knot Clusters*: son *agrupaciones de nudos* en los que no resulta evidente la recuperación de la dirección longitudinal de la fibra entre nudos consecutivos, entran en esta categoría aquellos agrupaciones cuya distancia entre centros de nudos extremos ( $l_{kc}$ ) sea igual o superior a  $b$  pero inferior o igual a 150mm. La medición del cluster es igual a la suma de mediciones de los nudos de cara y borde anteriormente citadas.

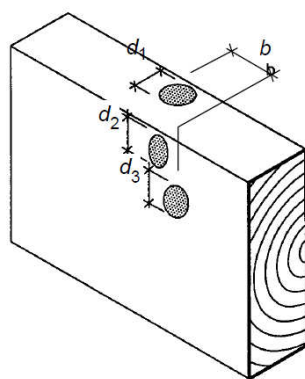
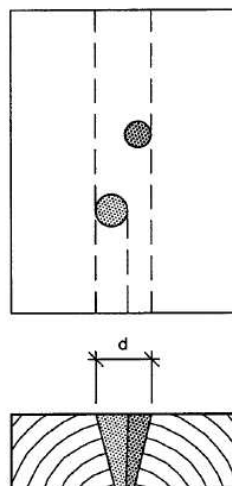


Figura 1.50. Medición de agrupaciones de nudos en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

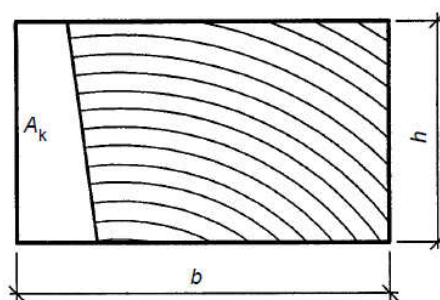
- *Overlapping Knots*: son *nudos* solapados que se superponen sus proyecciones en la dirección longitudinal de la pieza y cumplen las condiciones de separación de un clúster. Son medidos como un único nudo que envuelve ambas proyecciones.



Knot measure =  $d$ , only when the knots constitute a cluster

Figura 1.51. Consideración de nudos solapados en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

- *Knot Area Ratio*: esta medición es la utilizada para contabilizar los nudos en piezas de  $h \leq 45\text{mm}$  y  $b \leq 75\text{mm}$ . Y es definida como la relación entre la superficie de nudo proyectada ( $A_k$ ) en la dirección longitudinal con respecto al área total de la escuadría. En caso de haber clústeres, las proyecciones serán sumadas.



Knot area measure =  $A_k$

Knot area ratio =  $A_k / (b \times h)$

Figura 1.52. Medición del Knot Area Ratio (ratio superficial de nudos) (prINSTA 142:2008)

De forma resumida, las condiciones generales de clasificación de madera estructural de coníferas para piezas con  $b \geq 45\text{mm}$  ó  $h \geq 75\text{mm}$  en los países nórdicos son las siguientes:

Feature	T3	T2	T1	T0
Single knots	Edge: Not more than 1/3 of the thickness  Face: Not more than 1/6 of the width	Edge: Not more than 1/2 the thickness  Face: Not more than 1/4 of the width	Edge: Not more than 4/5 of the thickness  Face: Not more than 2/5 of the width	Edge: Allowed for the thickness  Face: Not more than 1/2 the width
Splay knot with small angle to axis	Not permitted	Edge: Evaluated as a single knot.  Face: Length not more than the width of the piece.		Permitted
Knot clusters	Maximum knots measure equal to the sum of largest permitted face knot and largest permitted edge knot			
Knots in squares	Not more than 1/5 of the side	Not more than 2/5 of the side	Not more than 3/5 of the side	Not more than 4/5 of the side
Knot clusters in squares	Maximum knots measure not greater than 4 times the measure of the largest permitted single knot			
Slope of grain	Not more than 1:10	Not more than 1:8	Not more than 1:6	Not more than 1:4
Width of annual rings	Not greater than 4 mm	Not greater than 6 mm	Not greater than 6 mm	No limit
Ring shakes	Not permitted	Permitted to a total width (both sides of the pith) of 50 mm (depth = 25 mm) and up to 0,5 m in length		Permitted up to 1min length
Checks,not through the piece (aggregated length)	Checks with a depth less than half the thickness of the piece are permitted without limitation.			
	Permitted up to 1 m in length or 1/4 of the length of the piece, whichever less.  Not permitted if intersecting an arris.		Permitted up to 1,5 m in length or 1/2 of the length of the piece, whichever less.  Not permitted if intersecting an arris.	Permitted up to the full length of the piece.
Checks, through	Permitted only in the ends of the piece to a length equal to the width of the piece or 150 mm, whichever less.			Permitted up the aggregated length 0,5 m. Permitted in the ends of the piece to a length equal to the width of the piece or 150mm, whichever less
Top rupture	Not greater than 1/4 of the width, when in the middle of the width.	Not greater than 1/2 of the width, when in the middle of the width.		Not greater than 3/4 of the width.
Curly grain	Close curly grain permitted up to 1/4 of the width of the piece. Not permitted in the outer 1/4 of the width.	Close curly grain permitted up to 1/2 of the width of the piece. Not permitted in the outer 1/4 of the width		Not greater than 3/4 of the width.
Compression failure (or shakes) in windthrown timber	Not permitted			Minor damages permitted.

Table 2 – Requirements for wane and tolerances for dimensions.

	T3	T2	T1	T0
Wane	In any chosen cross section at least 2/3 of an edge and 2/3 of a face shall be machined.			
Tolerances on dimensions NOTE: According to EN 336.	<p>The reference moisture content is 20 %.</p> <p>The average actual thickness and the average actual width shall not be less than the target size.</p> <p><b>Tolerance class 1:</b></p> <p>Thicknesses and widths ≤ 100 mm: + 3, -1 mm.</p> <p>Thicknesses and widths &gt; 100 mm: + 4, -2 mm.</p> <p>Length: Negative deviations are not permitted.</p> <p><b>Tolerance class 2:</b></p> <p>Thicknesses and widths ≤ 100 mm: ± 1 mm.</p> <p>Thicknesses and widths &gt; 100 mm: ± 1,5 mm.</p> <p>Length: Negative deviations are not permitted.</p>			

Table 3 – Requirements for distortion

Feature	T3	T2	T1	T0
Bow <i>w</i>	8 mm			
Spring <i>x</i>	5 mm			
Twist <i>y</i>	1 mm per 25 mm width of the piece.			
Cup	No requirement.			
NOTE: Distortion is linked with moisture content and can therefore change with time.				

Table 4 – Requirements for discoloration and fungal attack.

Feature	T3	T2	T1	T0
Blue stain (3.6)	Permitted			
Brown stain (3.8)	Permitted			
Dot (3.14)	Not permitted	Throughgoing not permitted. Permitted up to 1/4 of the width	Permitted	

Table 5 – Requirements for other features.

Feature	T3	T2	T1	T0
Compression wood (3.11)	Not permitted if the shape of the piece of timber is expected to be significantly affected as the piece dries. Else permitted to the extent as given below.			
	Not more than 10 % of the cross-sectional area.			Not more than 20 % of the cross-sectional area.
Resin pockets	Permitted.			
Resin wood	Permitted.			
Scar (3.31)	Permitted in width up to 1/5 of the width of the piece and in length up to two times the width of the piece. Throughgoing not permitted.	Permitted in width up to 1/5 of the width of the piece and in length up to three times the width of the piece. Throughgoing not permitted.		Throughgoing not permitted.
Weathering	Permitted			
Insect attack	Not permitted			Permitted to a limited extent.
Damages due to handling, machining etc.	Not permitted.	At least 95 % of the cross section shall be free from damage.		At least 85 % of the cross section shall be free from damage.

Figura 1.53. Resumen de criterios de clasificación visual en los países nórdicos (prINSTA 142:2008)

## 10.4. Asignación de las clases resistentes

Tal y como se expuso anteriormente, una vez asignada la calidad correspondiente del país de origen se le asigna la clase resistente propia según la norma UNE EN 1912, la cual se presenta en la siguiente tabla resumen extraída del código técnico de la edificación:



Norma	Especie (Procedencia)	Clase resistente									
		C14	C16	C18	C22	C24	C27	C30	C35	D35	D40
UNE 56.544	Pino silvestre (España)	-	-	ME-2	MEG	-	ME-1	-	-	-	-
	Pino pinaster (España)	-	-	ME-2	-	ME-1	-	-	-	-	-
	Pino insignis (España)	-	-	ME-2	-	ME-1	-	-	-	-	-
	Pino laricio (España)	-	-	ME-2	MEG	-	-	ME-1	-	-	-
NF B 52.001-4	Abeto (Francia)	-	-	-	ST-III	ST-II	-	ST-I	-	-	-
	Falso abeto (Francia)	-	-	-	ST-III	ST-II	-	ST-I	-	-	-
	Pino oregón (Francia)	-	-	-	ST-III	ST-II	-	-	-	-	-
	Pino pinaster (Francia)	-	-	ST-III	-	ST-II	-	-	-	-	-
DIN 4074	Abeto (Europa: Central, N y E)	-	S7	-	-	S10	-	S13	-	-	-
	Falso abeto (Europa: Central, N y E)	-	S7	-	-	S10	-	S13	-	-	-
	Pino silvestre (Europa: Central, N y E)	-	S7	-	-	S10	-	S13	-	-	-
INSTA 142	Abeto (Europa: N y NE)	T0	-	T1	-	T2	-	T3	-	-	-
	Falso abeto (Europa: N y NE)	T0	-	T1	-	T2	-	T3	-	-	-
	Pino silvestre (Europa: N y NE)	T0	-	T1	-	T2	-	T3	-	-	-
BS 4978	Abeto (Reino Unido)	-	GS	-	-	SS	-	-	-	-	-
	Pino silvestre (Reino Unido).	-	GS	-	-	SS	-	-	-	-	-
BS 5756	Iroko (Africa)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	HS
	Jarrah (Australia)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	HS
	Teca (Africa y Asia SE)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	HS

Figura 1.54. Asignación de las clases resistentes (CTE SE-M 2009)

Para que finalmente con la UNE EN 338 se le asigne los valores físicos y mecánicos pertinentes:

Table 1 — Strength classes - Characteristic values																			
		Poplar and softwood species												Hardwood species					
		C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50	D30	D35	D40	D50	D60	D70
Strength properties (in N/mm <sup>2</sup> )																			
Bending	$f_{m,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50	30	35	40	50	60	70
Tension parallel	$f_{t,0,k}$	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30	18	21	24	30	36	42
Tension perpendicular	$f_{t,90,k}$	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Compression parallel	$f_{c,0,k}$	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29	23	25	26	29	32	34
Compression perpendicular	$f_{c,90,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2	8,0	8,4	8,8	9,7	10,5	13,5
Shear	$f_{v,k}$	1,7	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,8	3,0	3,4	3,8	3,8	3,8	3,0	3,4	3,8	4,6	5,3	6,0
Stiffness properties (in kN/mm <sup>2</sup> )																			
Mean modulus of elasticity parallel	$E_{0,mean}$	7	8	9	9,5	10	11	11,5	12	13	14	15	16	10	10	11	14	17	20
5% modulus of elasticity parallel	$E_{0,05}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	10,0	10,7	8,0	8,7	9,4	11,8	14,3	16,8
Mean modulus of elasticity perpendicular	$E_{90,mean}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53	0,64	0,69	0,75	0,93	1,13	1,33
Mean shear modulus	$G_{mean}$	0,44	0,5	0,56	0,59	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00	0,60	0,65	0,70	0,88	1,06	1,25

Figura 1.55. Asignación de las propiedades características según la clase resistente (UNE EN 338)



## Capítulo 2:

# COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA MADERA

### 1. Niveles de estudio del comportamiento mecánico de la madera

Las propiedades mecánicas de la madera, así como la concepción de las deformaciones o la aplicación de las teorías de fallo son interpretadas de forma distinta en función del *nivel* al que la madera sea estudiada. Existen 5 grandes niveles en los que los materiales en general son estudiados, ordenándolos de menor a mayor:

- *Escala Atómica.* Es el nivel inferior en tamaño, aquí los modelos mecánicos tratarían de explicar los el comportamiento de las capas de las paredes celulares y las microfibrillas.
- *Escala Microscópica.* Las teorías irían encaminadas al estudio celular.
- *Meso-escala.* Las leyes físicas serían concebidas a nivel de anillo de crecimiento, considerando las variaciones de densidad y propiedades mecánicas dentro de éstos.
- *Macro-escala.* Comúnmente nombrado como el estudio de la madera limpia, en la que no se consideran defectos tales como nudos, desviaciones de fibra o bolsas de resina. Es el nivel

empleado cuando se pueden considerar despreciables las variaciones tensionales en distancias de magnitud celular, y el efecto de los anillos de crecimiento que comprende la pieza abarca sus características de forma global.

- *Escala Masiva*. Es referido a los miembros estructurales reales, con presencia de defectos.

Efectivamente el comportamiento que un material exhibe en un nivel dado es fruto de considerar el comportamiento colectivo global de cada subnivel, por ello en muchas ocasiones resulta necesario comprender los niveles primarios para entender las concepciones utilizadas en los niveles superiores.

## 2. Notas del estudio de la madera a nivel microscópico

Las paredes celulares pueden ser consideradas como un material compuesto por capas de celulosa cristalina unida formando fibras en una matriz no cristalina compuesta de celulosa, hemicelulosa y lignina de modo que es capaz de absorber agua determinando así la dependencia del comportamiento mecánico del material frente a la humedad.

Cabe destacar que existen numerosos modelos que demuestran que la rigidez y la contracción de las paredes celulares pueden ser predichas a partir de las correspondientes respuestas de sus constituyentes químicos, principalmente de aquellos que forman la capa  $S_2$  debido a su dominancia relativa en la pared celular, siendo el grosor de las microfibrillas y su orientación los principales factores que determinan la rigidez de las paredes. Así por ejemplo según los estudios de Cave 1978, y Persson 1997, que elaboraron matrices de rigidez para los principales compuestos de las capas  $S_2$  de las paredes celulares, ( $D_C$ -Cellulose stiffness matrix;  $D_H$ -Hemicellulose stiffness matrix;  $D_L$ -Lignine stiffness matrix) considerando la celulosa como transversalmente isotrópica y no dependiente del contenido de humedad, la hemicelulosa también pero dependiente del agua y la lignina como isotrópica y sensible al contenido de humedad.

Estas matrices (D) que naturalmente fueron desarrolladas en las coordenadas propias de las microfibrillas de las capas  $S_2$  ( $D^{S_2}$ ) pueden ser multiplicadas por una matriz de cambio de coordenadas (G) y su traspuesta, pudiendo obtener de esta manera la matriz de rigidez de la capa  $S_2$  referenciada respecto a las propias paredes celulares  $\hat{D}^{S_2}$ :

$$\hat{D}^{S_2} = G^T D^{S_2} G \quad (2.1.)$$

Si por otro lado se conoce el ángulo ( $\varphi$ ) de las microfibrillas de la capa  $S_2$  con respecto al eje longitudinal del material, el fruto de la anterior transformación sería la matriz de rigidez de la capa  $S_2$  celular en la dirección longitudinal ( $\hat{D}_{LL}^{S_2}$ ). Posteriormente, si considerásemos una presencia proporcional constante ( $p$ ) de la nombrada capa en la globalidad de la pared celular, así como una relación de rigidez  $R'$  veces mayor rigidez con respecto al resto de capas de la pared, la rigidez de un compuesto en la totalidad de la pared celular en la dirección longitudinal del material ( $\hat{D}_{LL}^{cw}$ ) se expresaría de la siguiente manera (Persson 1997):

$$\hat{D}_{LL}^{cw} = \left[ p + \frac{(1-p)}{R'} \right] \hat{D}_{LL}^{S_2} \quad (2.2.)$$

Por último se debe comentar que para el análisis de la rigidez de la estructura a nivel tridimensional considerando también la variación respecto los ejes R y T, se realiza asumiendo que la sección transversal de las células adopta una forma hexagonal ideal sobre la que ya se posee gran desarrollo teórico conocido.

### 3. Notas del estudio de la madera en la meso-escala

Como se enunció con anterioridad, las fundamentaciones teóricas se realizan a escala de anillo de crecimiento por tanto es de objeto estudiar la variación radial de las propiedades mecánicas, que está íntimamente relacionada con la variación de densidad que existe en esta dirección.

En la siguiente gráfica puede observarse la variación de densidad básica (relación entre masa seca y volumen verde) en los anillos de crecimiento en píceas:

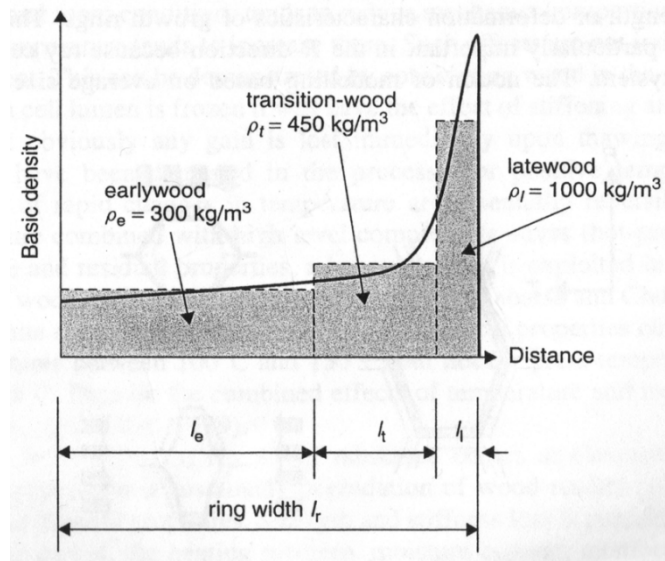


Figura 2.1. Densidad básica en los anillos de crecimiento en picea (Smith et al 2003)

Teniendo en cuenta que la densidad de las paredes celulares de cualquier planta es de  $1500 \text{ kg/m}^3$ , la densidad media ( $\rho_{av}$ ) puede relacionarse con el ratio de pared celular del árbol ( $S_{av}^{cw}$ ) de tal forma que:

$$\rho_{av} = 1500 S_{av}^{cw} \quad (2.3.)$$

Como se puede ver en la anterior gráfica, Persson sugiere que la densidad de un anillo de crecimiento sea dividida en tres valores constantes: madera de primavera, madera de verano y zona de transición. Valores que además suelen permanecer invariables en cuanto a proporción en la distribución de espesor; de tal forma que para picea el espesor de la zona de transición ( $l_t$ ) se considera el 20% del espesor total del anillo y el espesor de la madera de verano suele adoptar valores próximos a 0,2mm así, para cada especie podría llegarse a una expresión que integre las áreas rectangulares en las que la variación de la densidad puede ser discretizada, para picea:

$$\rho_{av-R} = \rho_e + 0,2(\rho_t - \rho_e) + (\rho_l - \rho_e) \frac{l_l}{l_r} \quad (2.4.)$$

En la siguiente figura se muestra cómo estos tres estados de densidad pueden estar más o menos marcados según la especie de la que se trate (*Larix occidentalis* a la izquierda y *Abies balsamea* a la derecha):

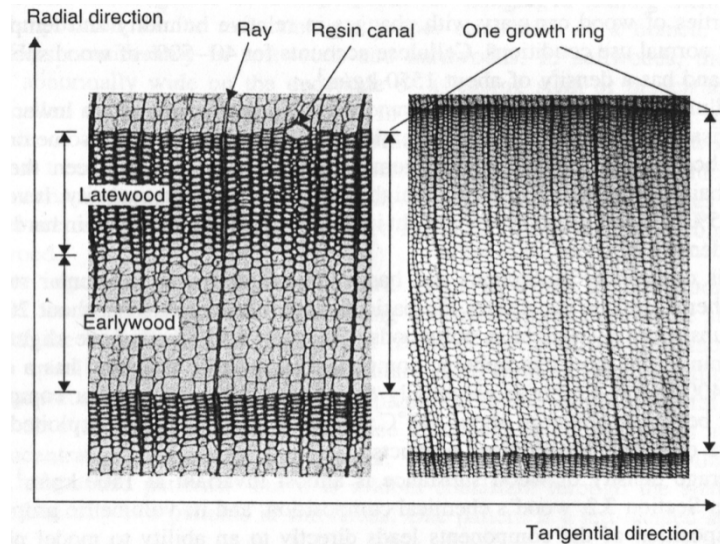


Figura 2.2. Graduación de la distribución de densidad en *Larix occidentalis* y *Abies balsamea* (Smith et al 2003)

Englobando las ideas de densidad media celular ( $\rho_{av}$ ) calculada a partir del ratio de pared celular ( $S_{av}^{cw}$ ), y rigidez celular de las paredes celulares en la dirección longitudinal, se puede construir el concepto de rigidez longitudinal de la madera para uno o varios anillos de crecimiento adyacentes ( $D_{LL}$ ) ya que:

$$D_{LL} = \frac{\rho_{av}}{1500} D_{LL}^{cw} \quad (2.5.)$$

En cuanto a la consideración tridimensional, al igual que en el estudio microscópico y especialmente para coníferas, en la meso escala las secciones transversales de las células con concebidas como una agregación de hexágonos formando una colmena lo cual lleva a las siguientes consideraciones:

- Cuando el material es cargado axialmente en la dirección tangencial las paredes radiales se encuentran fundamentalmente solicitadas a flexión y las tangenciales a sollicitación axial.
- Cuando la madera se somete a acciones radiales son las paredes tangenciales las que se solicitan a flexión y las radiales axialmente.

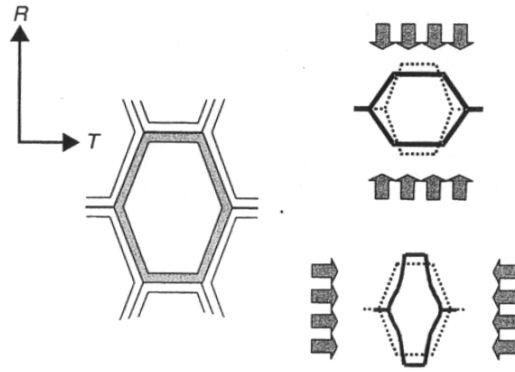


Figura 2.3. Solicitaciones producidas en las paredes celulares al cargar axialmente en las direcciones tangenciales y radiales (Smith et al 2003)

El concebir este conjunto de paredes celulares como un entramado de barras perfecto y espacial con sección transversal en forma de “colmena” perfecta resulta práctico para la adopción de resoluciones matemáticas y la aplicación de la física de medios continuos pero proporcionan soluciones insuficientes en cuanto a la exactitud, por otra parte la modelización exacta de la estructura celular resulta imposible por lo que la mayoría de investigaciones en este sentido se encaminan a una solución intermedia diseñando entramados de barras implementados en el método de elementos finitos (*lattice network finite element models*) e creando heterogeneidad a la estructura a base de introducir defectos e imperfecciones con métodos estadísticos de aleatoriedad como la técnica Monte-Carlo.

## 4. Estudio de la madera en la macro-escala

### 4.1. Ortotropía cilíndrica y conceptos geométricos preliminares

Esta es la escala donde resulta más útil desempeñar la mayoría de los esfuerzos de desarrollo teórico desde el punto de vista de la aplicación ingenieril. La madera en esta escala es concebida como un medio continuo que orienta sus ejes primarios  $L$ ,  $R$  y  $T$  ortogonales al establecer la dirección global  $L$  como la marcada por las traqueidas longitudinales y la  $R$  que concretan los mismos radios leñosos o fibras transversales que las sujetan.

Antes de exponer los fundamentos físicos en los que se sustentan muchas de las teorías cabe realizar un par de matizaciones geométricas. En muchas circunstancias los ejes materiales que definen a muchos compuestos ortótropos se definen mediante una *ortotropicidad en base cartesiana constante* que no se produce en la madera. En estos materiales se pueden enunciar tres ejes globales  $OX$ ,  $OY$  y  $OZ$  de forma que resultan coincidentes con los ejes materiales de todos sus puntos. Este hecho no se produce en la madera debido a tres circunstancias:

- Debido a que es *cilíndricamente ortótropo*, es decir que sus propiedades mecánicas se distribuyen de forma circular en el espacio alrededor de la médula. Tal como se representa en las siguientes figuras

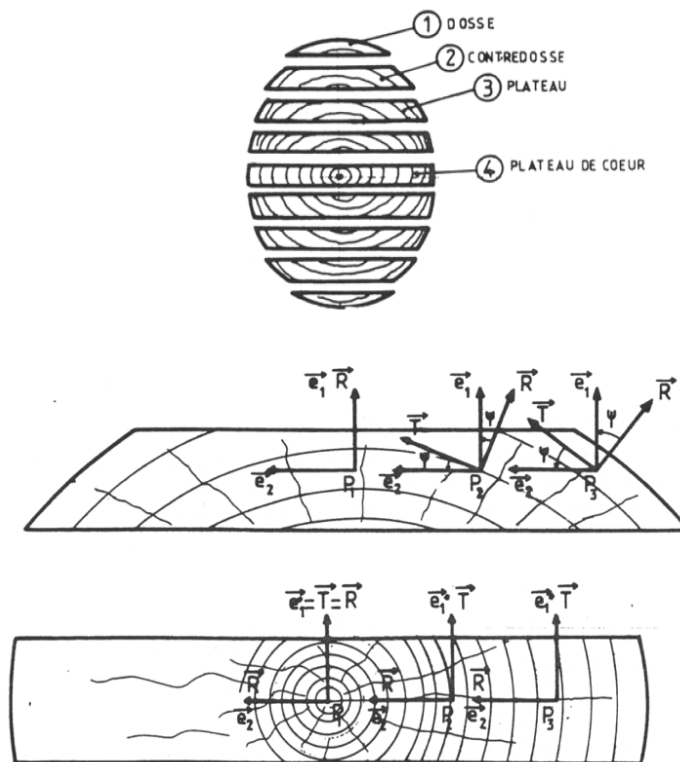


Figura 2.4. Ortotropicidad cilíndrica en la madera (Guitard 1987)

Por lo que obviamente no se pueden considerar unos ejes globales como base de atribución de las propiedades mecánicas de todos los puntos del interior del sólido. De esta forma en análisis tridimensionales lo correcto sería identificar la posición cilíndrica de cada punto respecto de la médula para poder asignarle la orientación de sus ejes materiales correctamente.

Si se observa el despiece de la figura anterior se entiende fácilmente que en piezas que han sido recortadas de forma aproximadamente paralela a dos de las secciones principales de la madera (como por ejemplo la pieza central que contiene a la médula) el error de no considerar la circularidad a la hora de determinar los ejes  $R$  y  $T$  en cada punto es muy inferior a si tomamos una pieza en la que sus caras resulten oblicuas a las secciones principales (como por ejemplo en el otro miembro del despiece de la figura). Bajo estas premisas, el elemento diferencial que realmente es coherente con las variaciones y distribuciones geométricas sería un elemento diferencial de coordenadas cilíndricas y no cartesianas tal como se muestra en la siguiente figura:

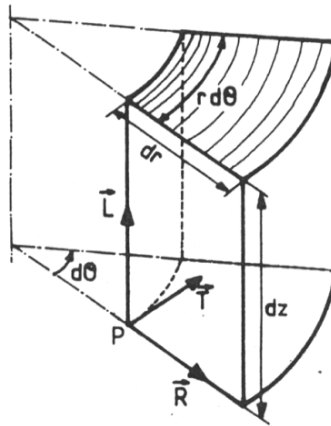


Figura 2.5. Elemento diferencial cilíndrico en la madera (Guitard 1987)

Sin embargo en la mayoría de análisis la madera es considerada como un material transversalmente isótropo por lo que no se consideran las diferencias mecánicas entre los ejes  $R$  y  $T$ , así que el analista deberá centrarse en las circunstancias que a continuación se exponen.

- Los parámetros globales, como por ejemplo debido al ángulo de conicidad del tronco ( $\phi$ ) o al posible ángulo de fibra revirada ( $\gamma$ ), que provocan alteraciones en la distribución mencionada anteriormente:

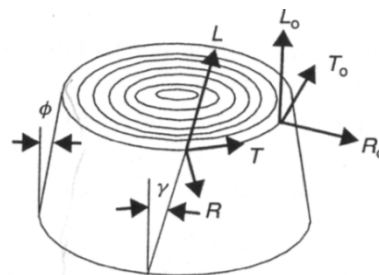


Figura 2.6. Ejes materiales considerando conicidad y fibra revirada (Smith et al 2003)



- Además de todas las variaciones locales que se puedan producir como por ejemplo debidas a la distorsión en la fibra por la presencia de nudos, que aunque formaría parte de un análisis en la escala masiva por ser un defecto, se expone convenientemente aquí:

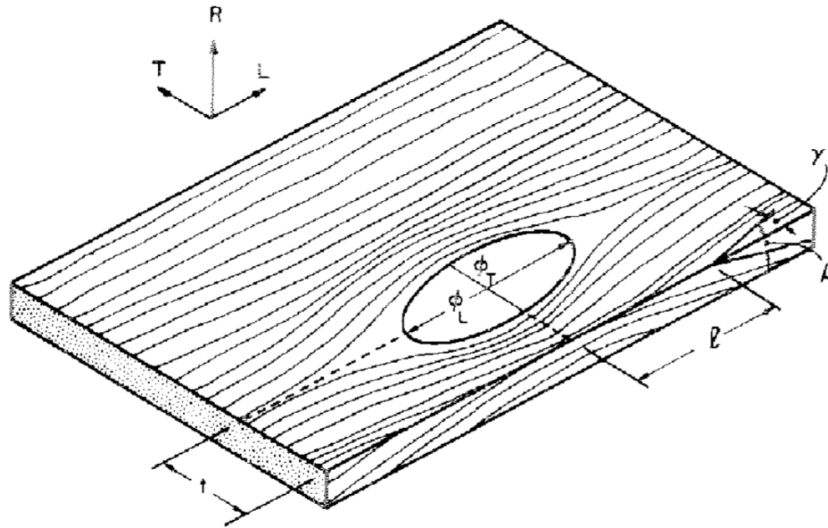


Figura 2.7. Desviaciones locales de los ejes materiales debido a la presencia de un nudo elíptico (Phillips 1981)

En conclusión, para poder mantener la coherencia entre la distribución geométrica de las propiedades mecánicas del material y el análisis estructural bi ó tridimensional primero se debe de considerar si se analizará un material ortótropo ó si se simplificará a transversalmente isótropo, para después definir unos ejes globales que se identifiquen de forma global a los supuestos ejes principales  $L$ ,  $R$  y  $T$  de la estructura para posteriormente “desviar” localmente todos los puntos que se vayan a analizar dando un sustento coherente a todos los desarrollos físicos y teóricos que a continuación se exponen.

## 4.2. Diagramas tensión deformación de todas las solicitaciones testadas independientemente

En líneas generales, la respuesta que el material proporciona ante las diversas solicitaciones posibles de forma independiente son las siguientes:

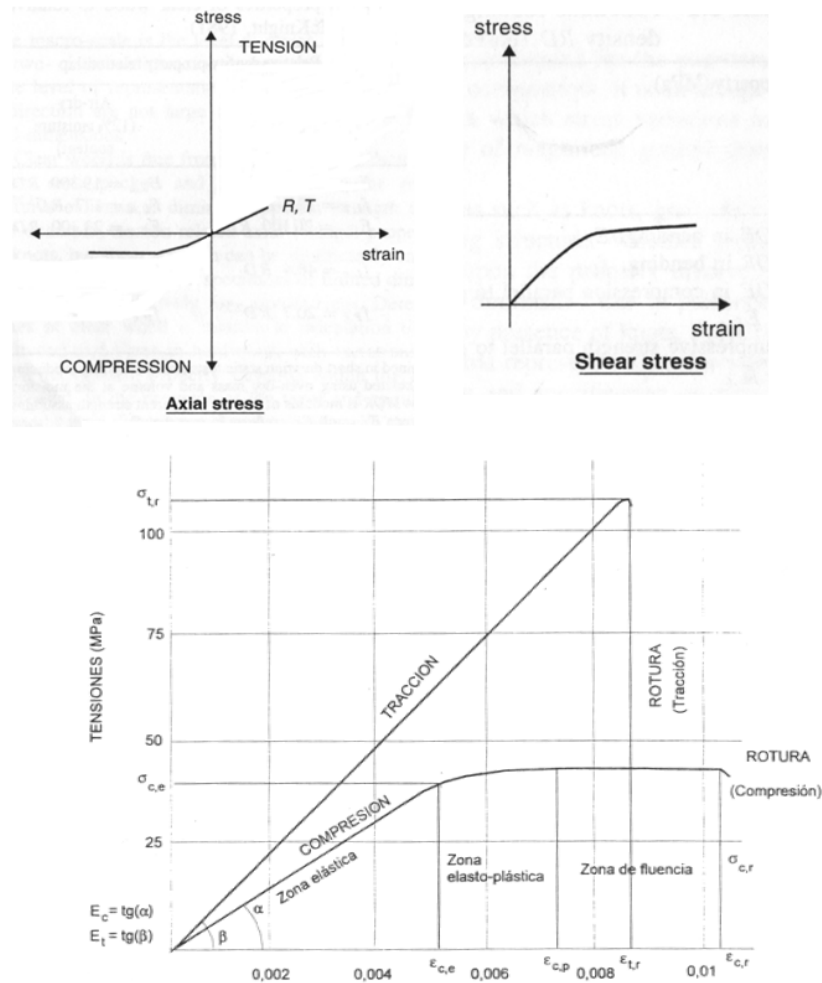


Figura 2.8. Diagramas uniaxiales tensión-deformación para las distintas sollicitaciones en la madera (Smith et al 2003, Argüelles 1994)

Siendo esta última figura el diagrama correspondiente a *Pinus sylvestris* de origen español obtenido por Ramón Argüelles (1994). Como puede apreciarse, la madera exhibe un comportamiento no lineal e inelástico a fuertes niveles de tensión, ó cuando la tensión es sostenida a lo largo del tiempo. Sin embargo, a bajos niveles de tensión, y para cargas de baja duración (unos 6 minutos) este material puede considerarse linealmente elástico para todos los tipos de sollicitación. Esta linealidad se hace mucho más evidente para esfuerzos de tracción en cualquier dirección, en contraposición a las tensiones de compresión que muestran una no linealidad muy acentuada frente a las deformaciones, por lo que este material ha sido considerado tradicionalmente como “*quasi frágil*”. Asimismo, tal y como se introdujo anteriormente, puede observarse la gran dependencia direccional de su resistencia mecánica; el módulo de elasticidad para las direcciones *Ry T* es muy inferior a su correspondiente de compresión longitudinal y

menos aún que el de tracción. Cabe distinguir que en la gráfica tensión deformación longitudinal son de especial relevancia 4 puntos:

El punto en el cual la madera a compresión abandona su *elasticidad* donde era capaz de almacenar toda la energía que se producía durante la deformación en forma de *energía potencial elástica*, ó *energía interna* siendo la transformación producida *termodinámicamente reversible* pudiendo alcanzar de este modo tras la descarga el mismo estado que poseía antes de la deformación que es llamado *punto de límite elástico a compresión o límite de proporcionalidad* (y acontece a una determinada deformación de compresión durante un test uniaxial  $\epsilon_{c,e}$  a su correspondiente tensión  $\sigma_{c,e}$ ). A partir de ahora la madera entrará en estado de *plasticidad*, en el cual parte de la energía mecánica se disipa y no toda podrá ser acumulada en forma de energía potencial elástica constituyendo un fenómeno *termodinámicamente irreversible* donde tras la descarga el material no logrará adoptar su estado inicial, como se explica más adelante es una *plasticidad con endurecimiento* por necesitar aumentos de tensión para poder seguir deformándose.

Un *punto límite de plasticidad* a partir del que, tras alcanzar un valor límite de tensión (tensión de rotura a compresión  $\sigma_{c,r}$  que se inicia en un determinado valor de deformación longitudinal unitaria  $\epsilon_{c,p}$ ), el material sigue deformándose sin que aumente dicho valor de tensión provocando de esta manera una *fluencia* del material, pudiendo ser considerado en este tramo un material *perfectamente plástico*.

El *punto de rotura a compresión* que desemboca en la rotura del material tras alcanzar el valor de acortamiento  $\epsilon_{c,r}$  al superar la nombrada fase de fluencia.

Finalmente el *punto de rotura a tracción*, marca el fallo del material a tracción por rotura directa de sus fibras al adquirir un valor de tensión  $\sigma_{t,r}$  y alargamiento unitario  $\epsilon_{t,r}$ . Puede concluirse de esta forma que la madera se comporta más como un *material frágil* a tracción donde muestra un *fallo frágil* o *fractura*, mientras que a compresión se puede concebir como un *material dúctil* cuyo *fallo dúctil* se inicia con la entrada en un estado de plasticidad.

### 4.3. Aplicación de la teoría de la elasticidad en la madera

La madera de baja calidad y con notable presencia de defectos en ensayos de corta duración como es el caso, muestra por lo general un comportamiento enteramente elástico. Es por ello que en este apartado se expondrá la aplicación de la teoría de la elasticidad en la madera para posteriormente introducir unas pequeñas notas sobre su comportamiento plástico y efectos de larga duración.

Entrando en el campo de la mecánica de sólidos deformables la madera puede ser efectivamente considerada como un *material elástico lineal no-isótropo*, es decir que es capaz de sufrir transformaciones termodinámicas reversibles (puede devolver la totalidad de la energía potencial elástica interna captada a partir de sus deformaciones) variando sus respuestas a influencias externas según la dirección que se considere.

#### 4.3.1. Concepto de tensor

En este punto resulta útil introducir el concepto de *tensor*, que es muy empleado en las bases teóricas que a continuación se exponen, y que no es más que una entidad matemática que abarca a los escalares, vectores y matrices en un solo concepto, y que se usa para describir *transformaciones lineales* entre estos elementos, es decir que permite asignar a un escalar, vector, o matriz dada otra entidad similar que es el resultado de la operación que se designe, siendo ambas independientes del sistema de coordenadas utilizado de forma que se puedan utilizar como un planteamiento general de una ley física que viene descrita por las operaciones efectuadas entre los tensores para posteriormente poder aplicarla en un punto concreto asignándole un sistema de coordenadas determinado. Resulta muy útil en la física de los medios continuos, pues aunque no todas sus leyes son lineales, la mayoría sí son *diferenciables* y pueden ser aproximadas de forma localizada a través de sumas de funciones lineales. Esto resulta muy práctico, pues se podrán englobar y ordenar las ecuaciones que describen las leyes físicas sin tener que escribir todas las ecuaciones que está representado cada teoría.

### 4.3.1.1 Rango del tensor

El *rango u orden del tensor* describe el número de componentes que constituyen la entidad matemática que está representando, siendo igual a  $3^n$  donde  $n$  el rango del tensor. Así por ejemplo un tensor de rango 0 es igual a 1 es decir un escalar (p.ej. una constante); un rango de 1 equivale a 3 componentes o lo que es lo mismo, un vector (p.ej. una fuerza); un rango 2 es una matriz  $3 \times 3$  es decir 9 componentes (p.ej. la tensión o la deformación en un punto).

### 4.3.1.2 Notación indicial o convenio de Einstein y operaciones tensoriales básicas

A continuación se exponen un resumen básico de la notación y operaciones empleadas con tensores con el fin de introducir la teoría necesaria para los trabajos que posteriormente se expondrán:

Operación	Notación tensorial	Notación indicial
Igualdad de vectores	$\mathbf{a} = \mathbf{b}$	$a_p = b_p$
Igualdad de tensores	$\mathbf{T} = \mathbf{S}$	$T_{pq} = S_{pq}$
Delta de Kronecker	$\begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$	$\delta_{ij}$
Tensor de permutación	$\begin{cases} 1 & \text{si } ijk = 123, 231 \text{ ó } 321 \\ -1 & \text{si } ijk = 213, 132 \text{ ó } 312 \\ 0 & \text{si hay algún índice repetido.} \end{cases}$	$\epsilon_{ijk}$
Producto escalar	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	$a_p b_p$
Producto vectorial	$\mathbf{a} = \mathbf{b} \wedge \mathbf{c}$	$a_i = \epsilon_{ipq} b_p c_q$
Suma de vectores	$\mathbf{a} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$	$a_i = b_i + c_i$
Suma de tensores	$\mathbf{R} = \mathbf{S} + \mathbf{T}$	$R_{ij} = S_{ij} + T_{ij}$
Producto tensor, vector	$\mathbf{b} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{a}$	$b_i = T_{ip} a_p$
Producto tensor trans., vector	$\mathbf{b} = \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{a}$	$b_i = T_{pi} a_p$
Producto tensor, tensor	$\mathbf{R} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{T}$	$R_{ij} = S_{ip} T_{pj}$
Producto externo	$\mathbf{T} = \mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$	$T_{ij} = a_i b_j$
Doble contracción	$\mathbf{S} : \mathbf{T}$	$S_{pq} T_{pq}$
Traza de un tensor	$\text{tr}(\mathbf{T})$	$T_{pp}$
Determinante	$\det(\mathbf{T})$	$\epsilon_{ijk} T_{1i} T_{2j} T_{3k}$
Gradiente de f. escalar	$\mathbf{a} = \text{grad} [\phi]$	$a_i = \phi_{,i}$
Gradiente de f. vector	$\mathbf{T} = \text{grad} [\mathbf{a}]$	$T_{ij} = a_{i,j}$
Divergencia de un vector	$\phi = \text{div} [\mathbf{a}]$	$\phi = a_{i,i}$
Divergencia de un tensor	$\mathbf{a} = \text{div} [\mathbf{T}]$	$a_i = T_{ip,p}$
Rotacional de un vector	$\mathbf{b} = \text{rot} [\mathbf{a}]$	$b_i = \epsilon_{ijk} a_{j,k}$

Figura 2.9. Resumen operaciones y notación tensorial e indicial (Ruigómez 2001)

Clases especiales de tensores

Además de los ya conocidos por álgebra matricial básica como *el inverso*, *el traspuesto*, o *el ortogonal*, cabe destacar el *simétrico* que es aquel en el que:

$$(\mathbf{T})^t = (\mathbf{T})$$

O el *hemisimétrico* en el que:

$$(\mathbf{T})^t = -(\mathbf{T})$$

Cambio de base y de coordenadas de un tensor

El cambio de coordenadas de un tensor genérico ( $\mathbf{T}$ ) se realiza a partir de un *tensor de transformación o de cambio de base* ( $\mathbf{A}$ ), que cambia las bases de las coordenadas de un espacio vectorial ( $\mathbf{e}_i$ ) en donde el tensor genérico es inicialmente definido a las correspondientes de otro sistema de coordenadas ( $\mathbf{e}_i'$ ):

$$\mathbf{e}_i' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_i$$

Si el espacio vectorial fuese en tres dimensiones, esta relación podría expresarse matricialmente como:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}_1' \\ \mathbf{e}_2' \\ \mathbf{e}_3' \end{pmatrix} = (\mathbf{A})^T \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{pmatrix}$$

Así por ejemplo un vector ( $\mathbf{v}$ ) definido en el primer sistema de coordenadas pasaría a estar definido en el segundo sistema de coordenadas ( $\mathbf{v}'$ ) de la misma forma:

$$(\mathbf{v}') = (\mathbf{A})^T \cdot (\mathbf{v})$$

O regresando al sistema inicial:

$$(\mathbf{v}) = (\mathbf{A}) \cdot (\mathbf{v}')$$

Obviamente si las bases son ortonormales el tensor de transformación que define esta aplicación lineal es ortogonal por lo que se verifica que:

$$(\mathbf{A})^T = (\mathbf{A})^{-1}$$

De esta forma, si este tensor representa una aplicación lineal entre dos vectores ( $v$  y  $u$ ) tal que:

$$v = \mathbf{T} \cdot u$$

Para cambiar la base de ese tensor a otro sistema de coordenadas ( $\mathbf{T}'$ ) en el que se la aplicación lineal se describa de la siguiente manera:

$$v' = \mathbf{T}' \cdot u'$$

El tensor ( $\mathbf{T}'$ ) será:

$$(v')' = (\mathbf{A})^T \cdot (v) = (\mathbf{A})^T \cdot (\mathbf{T}) \cdot (u) = (\mathbf{A})^T \cdot (\mathbf{T}) \cdot (\mathbf{A}) \cdot (u)'$$

De lo que se deduce que:

$$(\mathbf{T}') = (\mathbf{A})^T \cdot (\mathbf{T}) \cdot (\mathbf{A}) \quad (2.6.)$$

Constituyendo la típica transformación de coordenadas de un tensor que se realiza postmultiplicando el tensor por la matriz de transformación y premultiplicándolo por su traspuesta. Así por ejemplo el tensor tensión ó deformación en un determinado punto del interior de una pieza de madera, definido localmente respecto de un sistema de coordenadas dado podrá ser rotado, si es que la matriz de transformación es la *matriz de rotación*, a cualquier otro sistema de coordenadas local, como por ejemplo el que define a las tensiones principales en ese punto.

### 4.3.2. Parámetros que determinan el estado mecánico de un punto de un sólido elástico de deformaciones infinitesimales

La resolución de cualquier problema estático en un sólido deformable continuo pasa por poder conocer los siguientes componentes en cada punto del material:

a) *El tensor de tensiones de Cauchy* ( $\sigma$ , que es un tensor de tensión de segundo orden y engloba en una matriz todas las posibles tensiones que se pueden producir en un punto o elemento diferenciable de un sólido:

$$\sigma = \sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (2.7.)$$

Que siendo el problema ortótropo, se podrá equiparar a los ejes  $OX, OY, OZ$ :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.8.)$$

Donde las tres componentes de la diagonal principal representan los tres posibles esfuerzos axiales de un punto del sólido y el resto de componentes los posibles esfuerzos tangenciales, aplicándolo a la madera:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_L & \tau_{LR} & \tau_{LT} \\ \tau_{LR} & \sigma_R & \tau_{RT} \\ \tau_{LT} & \tau_{RT} & \sigma_T \end{pmatrix} \quad (2.9.)$$

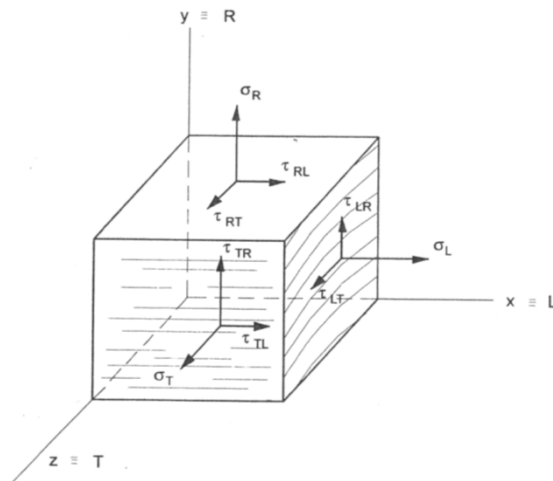


Figura 2.10. Tipos de esfuerzos en un elemento diferencial de madera (Argüelles 1994)

Si se aplica el primer corolario del teorema fundamental de la elasticidad, al paralelepípedo fundamental de la figura se obtiene que:



$$\tau_{LR} = \tau_{RL} \quad ; \quad \tau_{LT} = \tau_{TL} \quad ; \quad \tau_{RT} = \tau_{TR} \quad (2.10.)$$

Por lo que las incógnitas a resolver en ese punto se reducen de 9 a 6. Además, como ya se dijo anteriormente, estos componentes de tensión que están determinados respecto a los ejes  $L$ ,  $R$  y  $T$  pueden rotarse logrando así obtener el valor del tensor tensión  $\sigma'$  referenciando sus componentes de tensión respecto cualquier sistema de coordenadas de ejes  $L'$ ,  $R'$  y  $T'$  rotado un cierto valor respecto el primero sin más que premultiplicar por la *matriz de rotación* ( $R$ ) y postmultiplicarlo por su traspuesta ( $R$ )<sup>T</sup>, esto permitirá definir la tensión de un punto de un sólido localmente respecto de cualquier sistema de coordenadas cartesiano dado:

$$\sigma' = R \sigma R^T \quad (2.11.)$$

Siendo:

$$\sigma' = \begin{pmatrix} \sigma'_L & \tau'_{LR} & \tau'_{LT} \\ \tau'_{LR} & \sigma'_R & \tau'_{RT} \\ \tau'_{LT} & \tau'_{RT} & \sigma'_T \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos(LL') & \cos(RL') & \cos(TL') \\ \cos(LR') & \cos(RR') & \cos(TR') \\ \cos(LT') & \cos(RT') & \cos(TT') \end{pmatrix} \quad (2.12.)$$

Se puede demostrar que para cualquier punto sometido a una cierta tensión en el interior de un sólido elástico existen tres *planos principales ortonormales* donde las tensiones tangenciales son nulas siendo las tres componentes de tensión normales a los planos principales las *tensiones principales* ( $\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$ ). Por tanto se puede decir que el estado de tensión multiaxial de un sólido siempre podrá ser representado a partir de sus tres tensiones principales. Éstas son calculadas mediante la regla de Cramér, que consiste en resolver la *ecuación cúbica o ecuación característica* que resulta al resolver el siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} \sigma_L - \sigma_0 & \tau_{LR} & \tau_{LT} \\ \tau_{LR} & \sigma_R - \sigma_0 & \tau_{RT} \\ \tau_{LT} & \tau_{RT} & \sigma_T - \sigma_0 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.13.)$$

Que siempre produce una ecuación de la forma:

$$-\sigma_0^3 + I_1 \sigma_0^2 - I_2 \sigma_0 + I_3 = 0 \quad (2.14.)$$

Siendo  $\sigma_0$  los valores de las 3 raíces de la ecuación, es decir las tensiones principales que suelen ordenarse de mayor tracción a mayor compresión por lo que normalmente  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Se llama *intensidad de tensión* al máximo de los valores absolutos de  $|\sigma_1 - \sigma_2|$  ;  $|\sigma_2 - \sigma_3|$  ;  $|\sigma_3 - \sigma_1|$ .

Dado que sólo existen tres únicas tensiones principales para cada punto, se deduce que los factores  $I_1$  ,  $I_2$  e  $I_3$  permanecerán invariables independientemente del sistema de coordenadas elegido por lo que se denominan respectivamente *primer, segundo y tercer invariante de tensión*.

Finalmente, cuando las tensiones principales tienen idéntico signo pueden ser concebidas de la siguiente manera: habrá una parte que igualará en magnitud a las otras dos componentes principales constituyendo en el conjunto de las tres sollicitaciones una tensión axial uniforme de igual signo alrededor de todas las caras del punto de un sólido como le ocurriría a un punto del interior de un líquido sometido a la misma presión hidrostática ( $\sigma_m$ ) en todas sus direcciones por lo que tan sólo producirá una variación de volumen, esta parte del tensor tensión es llamada *tensor de tensión hidrostático*, mientras que el resto de cantidades de tensión que no contribuyen a igualarse en todas las direcciones se denominan *presiones desviadoras* ( $\sigma_i - \sigma_m$ ) que son las que realmente producen deformación y distorsión (elástica o plástica) agrupándose a su vez en el *tensor desviador*, produciendo este último una ecuación cúbica similar al tensor de tensión de Cauchy generando por ende unos invariantes llamados *primer, segundo y tercer invariante del tensor desviador*, denotados como  $J_1$  ,  $J_2$  y  $J_3$ .

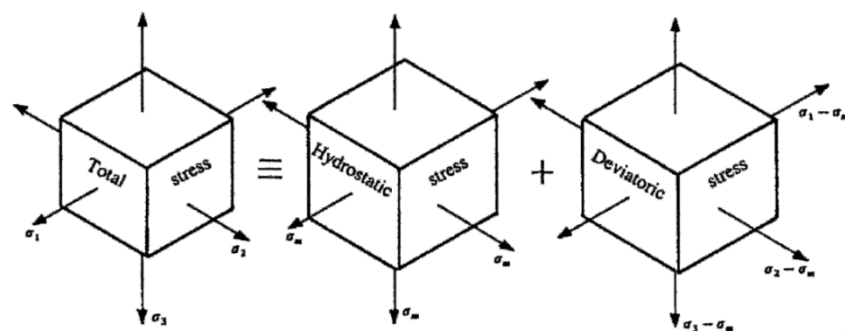


Figura 2.11. Desglose de la tensión en tensión hidrostática más tensión desviadora (Guitard 1987)

b) Análogamente, el *tensor de deformación* ( $\epsilon$ ) *infinitesimal de Cauchy* en el punto estudiado, que agrupa todas las posibles deformaciones longitudinales y las distorsiones angulares de un punto y es susceptible de ser rotada por la matriz de rotación:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_L & \frac{1}{2}\gamma_{LR} & \frac{1}{2}\gamma_{LT} \\ \frac{1}{2}\gamma_{LR} & \varepsilon_R & \frac{1}{2}\gamma_{RT} \\ \frac{1}{2}\gamma_{LT} & \frac{1}{2}\gamma_{RT} & \varepsilon_T \end{pmatrix} \quad (2.15.)$$

Se puede de la misma manera calcular las *deformaciones principales* como aquellas que se producen en las tres direcciones principales  $\varepsilon_1$ ;  $\varepsilon_2$ ;  $\varepsilon_3$  que homológamente se ordenan de mayor alargamiento unitario a máxima contracción unitaria y que definen una cierta *intensidad de deformación*, obviamente se pueden también definir sus respectivos *invariantes* así como transformar sus coordenadas.

c) El *vector desplazamientos o corrimientos*, que concreta el desplazamiento de cada punto del sólido:

$$\boldsymbol{\delta} = (u \quad v \quad w) \quad (2.16.)$$

Entendido de forma que un punto de coordenadas  $(l_0 \quad r_0 \quad t_0)$  antes de sufrir deformaciones, pasa a estar situado en  $(l_0 + u_0 \quad r_0 + v_0 \quad t_0 + w_0)$  después de la influencia de las acciones. Estas componentes  $(u, v, w)$  que definen el corrimiento de un punto se supone, que se obtienen al particularizar en ese punto unas funciones generales que son capaces de describir el corrimiento de todos los puntos de un sólido en función de sus coordenadas, suponiéndose en la mecánica de medios continuos como continuas y derivables:

$$\begin{aligned} u &= u(x, y, z) \\ v &= v(x, y, z) \\ w &= w(x, y, z) \end{aligned} \quad (2.17.)$$

Evidentemente, puede establecerse una relación entre la diferencia de recorridos que sufren dos puntos próximos de un sólido y la deformación que existe entre ellos, valga el ejemplo expuesto a continuación como justificación de este vínculo. Cabe anticipar, que todo el desarrollo teórico que a se expone en esta sección está obviamente basado en la teoría de las deformaciones infinitesimales, ya que se presupone que las deformaciones serán lo suficientemente

pequeñas como para poder aplicar por ejemplo el principio de superposición de efectos sin cometer grandes errores entre otras simplificaciones.

Si se considerasen 2 puntos muy próximos del interior de un sólido P y Q, separados a unas distancias ortogonales  $(dx, dy, dz)$ , que tras entrar en un estado de carga, pasasen a ocupar las posiciones P', Q' respectivamente:

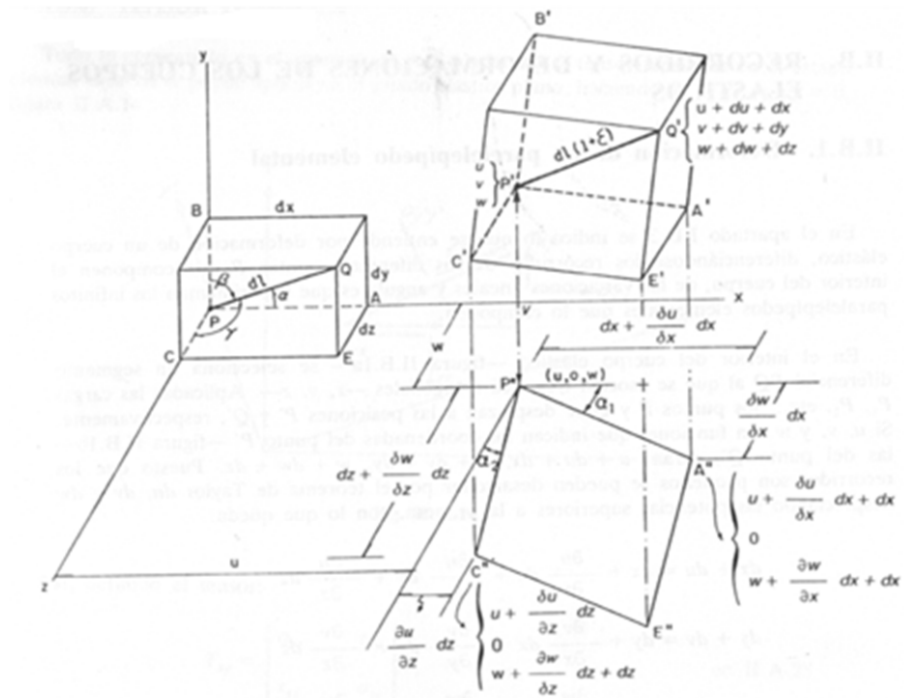


Figura 2.12. Deformación de un segmento del paralelepípedo elemental y su relación con las componentes del vector corrimiento (Argüelles 1994)

Se definiría un vector desplazamiento para el punto P, que permitiese obtener el punto P' a partir de P:

$$\delta_P = (u \quad v \quad w)$$

De este modo el vector desplazamiento del punto Q, podría determinarse a partir del desplazamiento del punto P, al sumarle a las funciones  $(u, v, w)$ , las *diferencias de posición* iniciales entre puntos  $(dx, dy, dz)$  más las *diferencias de desplazamiento* que hayan experimentado ambos puntos  $(du, dv, dw)$ :

$$\delta_Q = (u + dx + du \quad v + dy + dv \quad w + dz + dw) \quad (2.18.)$$

Desarrollando el teorema de Taylor y despreciando las potencias superiores a uno es posible determinar las diferencias de desplazamiento como la suma de las funciones derivadas respecto de los ejes coordenados multiplicados por las diferencias de posición, así el vector  $P'Q'$  tendría unas componentes:

$$\begin{aligned} dx + du &= dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ dy + dv &= dy + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ dz + dw &= dz + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz \end{aligned} \quad (2.19.)$$

Pudiendo expresar la relación diferencias de desplazamiento-diferencias de posición, matricialmente de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} du \\ dv \\ dw \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \quad (2.20.)$$

Donde

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} = \mathbf{M} = \text{Matriz de deformación global}$$

Por otro lado, si considerásemos el segmento ( $dl$ ) como aquél que expresa la distancia inicial entre los puntos P y Q, las diferencias ortogonales entre puntos ( $dx, dy, dz$ ) podrían cuantificarse una vez conocidos los cosenos directores ( $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ ):

$$\begin{aligned} dx &= dl \cos\alpha \\ dy &= dl \cos\beta \\ dz &= dl \cos\gamma \end{aligned} \quad (2.21.)$$

Así, la deformación ( $\epsilon$ ) que efectivamente sufre este segmento, luego de entrar en estado de carga provocaría una nueva longitud del mismo ( $dl'$ ) tal que:

$$dl' = dl(1 + \varepsilon) \quad (2.22.)$$

Lo cual permite establecer una relación entre el valor de la distancia y el módulo del vector  $P'Q'$  aplicando lo anteriormente expuesto:

$$\begin{aligned} (P'Q')^2 &= (dl(1 + \varepsilon))^2 \\ &= (dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz)^2 \\ &\quad + (dy + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz)^2 \\ &\quad + (dz + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz)^2 \quad (2.23.) \end{aligned}$$

Dividiendo por  $(dl)^2$ , despreciando las potencias de orden superior a la unidad, y teniendo en cuenta que  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$  se deduce que la deformación:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\partial u}{\partial x} \cos^2 \alpha + \frac{\partial v}{\partial y} \cos^2 \beta + \frac{\partial w}{\partial z} \cos^2 \gamma + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cos \alpha \cos \beta \\ &\quad + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cos \beta \cos \gamma \\ &\quad + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \cos \gamma \cos \alpha \quad (2.24.) \end{aligned}$$

Si se concibiese la aplicación de lo descrito anteriormente, en un caso en el que sólo existe una variación volumétrica en el plano XY, de un cuadrado infinitesimal de lados  $(dx, dy)$  tal como se muestra en la figura:

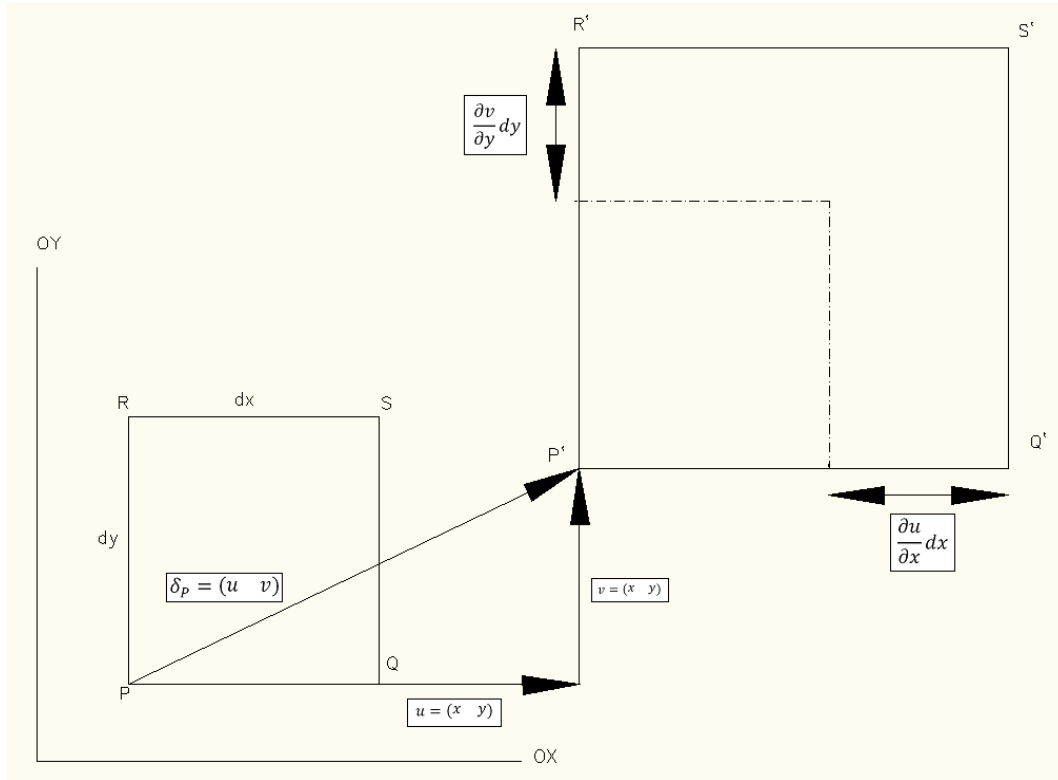


Figura 2.13. Justificación de la relación de las deformaciones unitarias ingenieriles con el vector desplazamiento (Elaboración propia)

Se comprendería fácilmente que el alargamiento unitario utilizado en ingeniería para contabilizar las variaciones de longitud en las diferentes direcciones, no es más que la diferencial de los desplazamientos ( $\partial u, \partial v$  y  $\partial w$ ) respecto de sus respectivas dimensiones de asignación de coordenadas:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}\end{aligned}\quad (2.25.)$$

Análogamente, se pueden relacionar las distorsiones angulares, que como es conocido en ingeniería, son la suma de los ángulos que se producen al desviar dos líneas que originariamente eran perpendiculares entre sí:

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta \quad (2.26.)$$

Tal como se muestra en la figura:

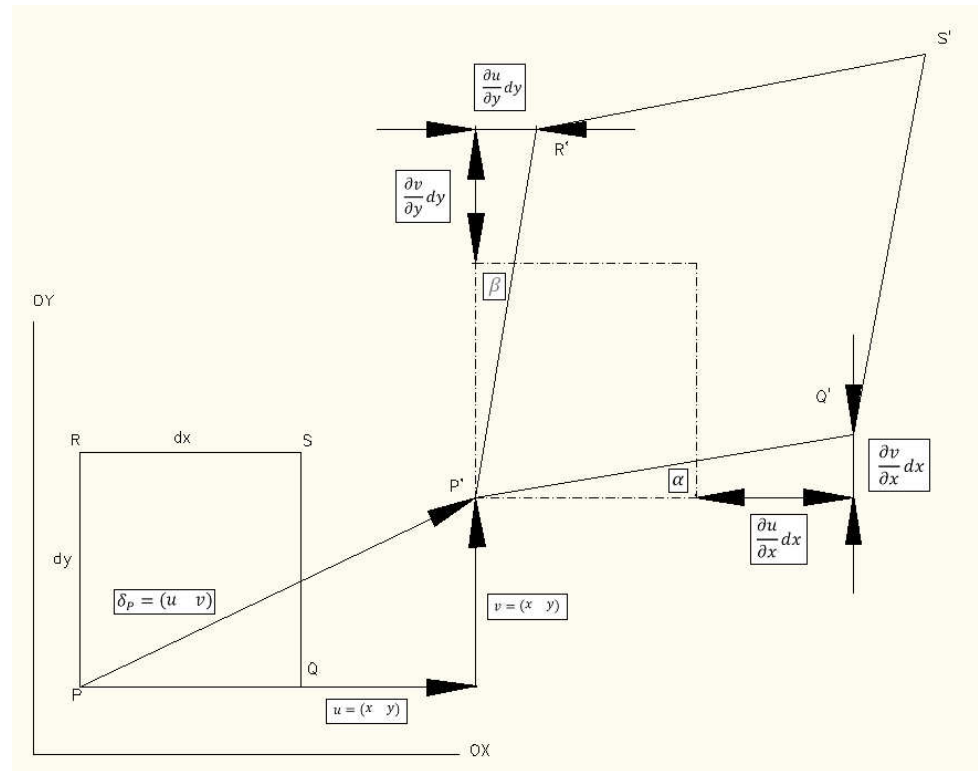


Figura 2.14. Justificación de la relación de las distorsiones angulares ingenieriles con el vector desplazamiento (Elaboración propia)

Así:

$$tg\alpha = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dx}{dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u}{\partial x}}$$

$$tg\beta = \frac{\frac{\partial u}{\partial y} dy}{dy + \frac{\partial v}{\partial y} dy} = \frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{1 + \frac{\partial v}{\partial y}} \quad (2.27.)$$

En caso de que los desplazamientos sean pequeños (teoría de las deformaciones infinitesimales), los gradientes  $\frac{\partial v}{\partial y}$  y  $\frac{\partial u}{\partial x}$  son mucho más pequeños que la unidad y pueden ser despreciados en estas fórmulas, y cuando las distorsiones angulares son pequeñas (teoría de las deformaciones infinitesimales)  $tg\alpha \cong \alpha$  y  $tg\beta \cong \beta$  por lo que:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

Análogamente en los planos ortogonales XZ e YZ



$$\begin{aligned}\gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\end{aligned}\quad (2.28.)$$

Así que el valor de la deformación del vector  $P'Q'$  será:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \cos^2 \beta + \varepsilon_z \cos^2 \gamma + \gamma_{xy} \cos \alpha \cos \beta + \gamma_{yz} \cos \beta \cos \gamma \\ &\quad + \gamma_{zx} \cos \gamma \cos \alpha\end{aligned}\quad (2.29.)$$

Y el valor al cuadrado del vector  $P'Q'$  despreciando las potencias de orden superior a la unidad:

$$\begin{aligned}(P'Q')^2 &= (dl(1 + \varepsilon))^2 \\ &= (1 + 2\varepsilon_x)dx^2 + (1 + 2\varepsilon_y)dy^2 + (1 + 2\varepsilon_z)dz^2 + 2\gamma_{xy}dxdy \\ &\quad + 2\gamma_{yz}dydz + 2\gamma_{zx}dzdx\end{aligned}$$

Con lo que se demuestra que las diferencias entre los desplazamientos próximos permiten relacionar a éstos con las deformaciones. Por último conviene presentar que la matriz de deformaciones puede ser descompuesta en la suma de una matriz simétrica con otra hemisimétrica tal que:

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) & 0 \end{pmatrix} \\ &= \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{H}\end{aligned}\quad (2.30.)$$

Siendo  $\mathbf{D}$  el tensor deformación infinitesimal ya introducido con la terminología habitual:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_L & \frac{1}{2}\gamma_{LR} & \frac{1}{2}\gamma_{LT} \\ \frac{1}{2}\gamma_{LR} & \varepsilon_R & \frac{1}{2}\gamma_{RT} \\ \frac{1}{2}\gamma_{LT} & \frac{1}{2}\gamma_{RT} & \varepsilon_T \end{pmatrix} \quad (2.31.)$$

Y  $\mathbf{H}$  es el llamado *tensor de giro infinitesimal*, y es la parte de la matriz de deformación global, que efectivamente forma parte de las diferencias en los vectores desplazamiento entre puntos pero sin embargo éstos no son provocados por deformaciones o distorsiones algunas, por lo que implican únicamente las rotaciones en los mismos. Así en la terminología empleada habitualmente:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & -w_{LR} & -w_{LT} \\ w_{LR} & 0 & -w_{RT} \\ w_{LT} & w_{RT} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.32.)$$

A modo de resumen de todo lo expuesto en esta sección, puede por tanto considerarse que la diferencia entre desplazamientos de los puntos próximos (p.ej punto Q) a un punto de corrimiento conocido (p.ej punto P) que se consigue a través de la aplicación de unas funciones generales  $(u, v, w)$  que determinan su desplazamiento en el espacio  $(\delta_P)$  al entrar en un estado de carga atribuyéndole una *traslación*, puede explicarse:

1º conociendo la diferencia de posición inicial entre ambos,

2º aplicándole a este vector diferencia de posición inicial en el punto de *traslación* su correspondiente tensor de giro, permitiendo así el *giro* infinitesimal del mismo

3º utilizando el tensor de deformación infinitesimal consiguiendo la *dilatación o contracción* del mismo en la dirección adecuada:

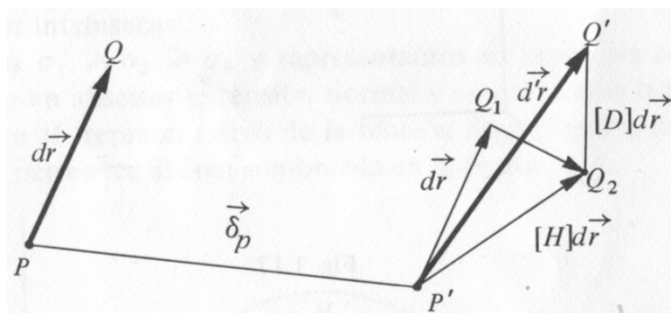


Figura 2.15. Corrimiento de un punto a partir del corrimiento y la deformación respecto de otro punto próximo (Ortiz 1998)

Ó bien, planteando el problema desde una perspectiva diferente, es posible predecir las deformaciones que se producen entre dos puntos al conocer las diferencias de desplazamientos entre los mismos así como las rotaciones que existen entre ellos.

### 4.3.3. Resolución del problema elástico en la madera

Para poder conocer los 15 parámetros que determinan el estado mecánico de un punto ( $\sigma_L, \sigma_R, \sigma_T, \tau_{LR}, \tau_{LT}, \tau_{RT}, \varepsilon_L, \varepsilon_R, \varepsilon_T, \gamma_{LR}, \gamma_{LT}, \gamma_{RT}, u, v, w$ ), se tendrán que:

- Conocer la geometría del sólido, las fuerzas actuantes y las condiciones de contorno, que son específicas de cada problema.
- Conocer las constantes elásticas que definen el material, en este caso ortótropo, queda completamente definido con:

- 3 Módulos de elasticidad longitudinales ( $E_i$ ), que relacionan la tensión con la variación de longitud de un cuerpo en las tres direcciones ( $L, R, T$ ); ( $E_L, E_R, E_T$ ), que en la madera adoptan de forma general, las siguientes proporciones:

Clasificación comercial	$E_L/E_R$	$E_R/E_T$	$E_L/E_T$
Coníferas	13	1,6	21
Frondosas	8	1,7	13,5

Figura 2.16. Relación general entre los módulos de elasticidad longitudinales (Argüelles y Arriaga 1996)

- 3 *Módulos de elasticidad transversales* ( $G_{ij}$ ), que vinculan la tensión tangencial con la distorsión angular de un sólido en las tres secciones ( $LR, LT, RT$ ); ( $G_{LR}, G_{LT}, G_{RT}$ ). Relacionados de la siguiente forma:

Clasificación comercial	$G_{LT}/G_{LR}$	$G_{LR}/G_{RT}$	$G_{LT}/G_{RT}$
<b>Coníferas</b>	0,9	10,3	8,9
<b>Frondosas</b>	0,8	3,4	2,6

Figura 2.17. Relación general entre los módulos de elasticidad transversales (basado en Argüelles y Arriaga 1996)

De forma que si se simplifica el problema a 2 dimensiones, o se supone transversalmente isométrico, se suele utilizar un valor intermedio entre  $G_{LT}$  y  $G_{LR}$ , que habitualmente es  $E_L/16$

Species	Relative density $RD$	Moisture content $m$ (%)	$E_T/E_L$	$E_R/E_L$	$G_{LR}/E_L$	$G_{LT}/E_L$	$G_{RT}/E_L$
Balsa	0.13	9	0.015	0.046	0.054	0.037	0.005
Spruce	0.37	12	0.041	0.074	0.050	0.061	0.002
Yellow-poplar	0.38	11	0.043	0.092	0.075	0.069	0.011
Douglas-fir	0.50	12	0.050	0.068	0.064	0.078	0.007
Mahogany	0.50	12	0.073	0.107	0.098	0.066	0.028
Sweetgum	0.53	11	0.050	0.115	0.089	0.061	0.021
Black Walnut	0.59	11	0.056	0.106	0.085	0.062	0.021
Alpine Maple	0.59	10	0.088	0.152	0.123	0.110	0.029
Yellow Birch	0.64	13	0.050	0.078	0.074	0.068	0.017

Figura 2.18. Relación de rigideces entre las principales especies madereras de los Estados Unidos de América (USDA 1999)

- 6 *Coefficientes de Poisson* ( $\nu_{ij}$ ), que asocian la deformación que se genera en el eje  $i$  como consecuencia de una deformación unitaria en el eje  $j$  ( $\nu_{LR}, \nu_{LT}, \nu_{RT}, \nu_{RL}, \nu_{TL}, \nu_{TR}$ ). Se reducen a 3 incógnitas al poder establecer las siguientes igualdades entre ellos:

$$\frac{\nu_{TL}}{E_T} = \frac{\nu_{LT}}{E_L} \quad ; \quad \frac{\nu_{RL}}{E_R} = \frac{\nu_{LR}}{E_L} \quad ; \quad \frac{\nu_{RT}}{E_R} = \frac{\nu_{TR}}{E_T} \quad (2.33.)$$

Que se pueden aproximar de forma general:

Clasificación comercial	$\nu_{RT}$	$\nu_{LT}$	$\nu_{LR}$	$\nu_{TR}$	$\nu_{RL}$	$\nu_{TL}$
<b>Coníferas</b>	0,510	0,430	0,390	0,310	0,030	0,020
<b>Frondosas</b>	0,670	0,460	0,390	0,380	0,048	0,033

Figura 2.19 Coeficientes de Poisson generales en la madera (Argüelles y Arriaga 1996)

Species	Relative density	Moisture content $m$ (%)	$\nu_{LR}$	$\nu_{LT}$	$\nu_{RT}$	$\nu_{TR}$	$\nu_{RL}$	$\nu_{TL}$
Balsa	0.13	9	0.23	0.49	0.67	0.23	0.02	0.01
Spruce	0.37	12	0.44	0.56	0.57	0.29	0.03	0.01
Yellow-poplar	0.38	11	0.32	0.39	0.70	0.33	0.03	0.02
Douglas-fir	0.50	12	0.29	0.45	0.39	0.37	0.04	0.03
Mahogany	0.50	12	0.31	0.53	0.60	0.33	0.03	0.03
Sweetgum	0.53	11	0.32	0.40	0.68	0.31	0.04	0.02
Black Walnut	0.59	11	0.50	0.63	0.72	0.38	0.05	0.04
Alpine Maple	0.59	10	0.46	0.50	0.82	0.40	0.09	0.04
Yellow Birch	0.64	13	0.43	0.45	0.70	0.43	0.04	0.02

Figura 2.20. Coeficientes de Poisson en las principales especies madereras de los Estados Unidos de América (USDA 1999)

c) Plantear el sistema de 15 ecuaciones que relacionan las 15 variables entre sí:

- Las 3 ecuaciones de equilibrio de Cauchy, que manifiestan para cada punto de la madera, según sea interior ó exterior, el equilibrio interno al compensarse las variaciones de las componentes del tensor tensión con sus respectivas componentes de fuerza volumétrica en cada dirección, ó el equilibrio exterior al igualarse el producto de las componentes del tensor tensión por el vector normal con las componentes de fuerza por unidad de superficie en cada dirección:

Para puntos internos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_L}{\partial L} + \frac{\partial \tau_{LT}}{\partial T} + \frac{\partial \tau_{LR}}{\partial R} + b_L &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_T}{\partial T} + \frac{\partial \tau_{TL}}{\partial L} + \frac{\partial \tau_{TR}}{\partial R} + b_T &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_R}{\partial R} + \frac{\partial \tau_{RL}}{\partial L} + \frac{\partial \tau_{RT}}{\partial T} + b_R &= 0\end{aligned}\quad (2.34.)$$

Siendo  $b_i$  las componentes de las fuerzas volumétricas, en las direcciones  $L, R, T$ . Para puntos del contorno:

$$\begin{aligned}\sigma_L \cdot n_L + \tau_{LT} \cdot n_T + \tau_{LR} \cdot n_R &= f_L \\ \sigma_T \cdot n_T + \tau_{TL} \cdot n_L + \tau_{TR} \cdot n_R &= f_T \\ \sigma_R \cdot n_R + \tau_{RL} \cdot n_L + \tau_{RT} \cdot n_T &= f_R\end{aligned}\quad (2.35.)$$

Donde  $n_i$  son las componentes del vector normal al contorno, y  $f_i$  las componentes de la fuerza superficial en las direcciones  $L, R, T$ .

- Las 6 ecuaciones de compatibilidad de Saint-Venant, que relacionan las deformaciones y distorsiones unitarias con los desplazamientos. Tal como se mostró anteriormente:

$$\varepsilon_L = \left( \frac{\partial u}{\partial L} \right)$$

$$\varepsilon_R = \left( \frac{\partial v}{\partial R} \right)$$

$$\varepsilon_T = \left( \frac{\partial w}{\partial T} \right)$$

$$\gamma_{LR} = \frac{\partial u}{\partial R} + \frac{\partial v}{\partial L}$$

$$\gamma_{LT} = \frac{\partial u}{\partial T} + \frac{\partial w}{\partial L}$$

$$\gamma_{RT} = \frac{\partial v}{\partial T} + \frac{\partial w}{\partial R} \quad (2.36.)$$

- Las 6 ecuaciones constitutivas de Lamé-Hooke que establecen la relación lineal entre las tensiones normales y tangenciales con las deformaciones y distorsiones en cada punto:

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma_L}{E_L} - \frac{\sigma_R}{E_R} \cdot \nu_{RL} - \frac{\sigma_T}{E_T} \cdot \nu_{TL}$$

$$\varepsilon_R = \frac{\sigma_R}{E_R} - \frac{\sigma_L}{E_L} \cdot \nu_{LR} - \frac{\sigma_T}{E_T} \cdot \nu_{TR}$$

$$\varepsilon_T = \frac{\sigma_T}{E_T} - \frac{\sigma_R}{E_R} \cdot \nu_{RT} - \frac{\sigma_L}{E_L} \cdot \nu_{LT}$$

$$\gamma_{LR} = \frac{\tau_{LR}}{G_{LR}}$$

$$\gamma_{LT} = \frac{\tau_{LT}}{G_{LT}}$$

$$\gamma_{RT} = \frac{\tau_{RT}}{G_{RT}} \quad (2.37.)$$

Que expresadas matricialmente:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LR} \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{RT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/E_L & -v_{RL}/E_R & -v_{TL}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -v_{LR}/E_L & 1/E_R & -v_{TR}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -v_{LT}/E_L & -v_{RT}/E_R & 1/E_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{LR} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LT} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{RT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \tau_{LR} \\ \tau_{LT} \\ \tau_{RT} \end{pmatrix} \quad (2.38.)$$

De forma compacta esta ecuación se expresa como  $(\varepsilon) = (f) \cdot (\sigma)$ , siendo  $(\varepsilon)$  el vector deformación,  $(\sigma)$  el vector tensión y  $(f)$  la llamada *matriz de flexibilidad*, cuya inversa  $(k)$  constituye la *matriz de rigidez elástica* relacionando la tensión de acuerdo a la deformación:

$$(\sigma) = (k) \cdot (\varepsilon) \quad (2.39.)$$

Asimismo si se introdujesen en el análisis el efecto en la deformación de acciones externas como la hinchazón y merma y la dilatación o contracción térmica, el vector deformación incluiría además de los efectos producidos por las deformaciones elásticas  $(\varepsilon^e)$  aquellos derivados de las variaciones de humedad  $(\varepsilon^m)$  y la temperatura  $(\varepsilon^{Tmp})$ :

$$(\varepsilon) = (\varepsilon^e) + (\varepsilon^m) + (\varepsilon^{Tmp}) \quad (2.40.)$$

Donde los vectores deformación debidos a variaciones de humedad y la temperatura son determinados según sus coeficientes de contracción y dilatación térmica respectivamente multiplicados por sus correspondientes variaciones relativas respectivamente:

$$(\varepsilon^m) = \begin{pmatrix} \alpha_L \\ \alpha_R \\ \alpha_T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Delta m \quad ; \quad (\varepsilon^{Tmp}) = \begin{pmatrix} \lambda_L \\ \lambda_R \\ \lambda_T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Delta Tmp \quad (2.41.)$$

d) Resolver el sistema de 15 ecuaciones con 15 incógnitas

Las 6 ecuaciones de compatibilidad se pueden fusionar con las 6 ecuaciones constitutivas, de forma que podamos expresar las tensiones en función de los desplazamientos, es decir que en un problema elástico lineal podremos relacionar la tensión de cada punto del material con su vector desplazamiento.

Posteriormente, se pueden sustituir estas tensiones en las ecuaciones de equilibrio de forma que relacionemos las fuerzas a las que está sometido con sus desplazamientos en cada punto, estas ecuaciones son denominadas *ecuaciones de Navier*, que para un punto interno del sólido, se formularían de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 (\lambda + \mu) \frac{\delta}{\delta L} (\nabla \cdot u) + \mu \cdot \Delta u_L + b_L &= 0 \\
 (\lambda + \mu) \frac{\delta}{\delta R} (\nabla \cdot u) + \mu \cdot \Delta u_R + b_R &= 0 \\
 (\lambda + \mu) \frac{\delta}{\delta T} (\nabla \cdot u) + \mu \cdot \Delta u_T + b_T &= 0 \quad (2.42.)
 \end{aligned}$$

Siendo  $\mu$  y  $\lambda$ , las constantes elásticas expresadas en forma de coeficientes de Lamé, por lo que en cada caso:

$$\begin{aligned}
 \mu &= G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \\
 \lambda &= \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (2.43.)
 \end{aligned}$$

Finalmente las tres ecuaciones se pueden compactar en una sola *ecuación fundamental de la elasticidad* que establece el equilibrio de un punto interior de un sólido relacionando las fuerzas volumétricas de ese punto con el desplazamiento que sufre a través de sus constantes elásticas:

$$(\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) + \mu \cdot \Delta u + b = 0 \quad (2.44.)$$

En alguna ocasión, la geometría del sólido y la formulación del problema es sencilla y los problemas pueden solucionarse sin resolver por completo el sistema de ecuaciones de elasticidad aplicando los métodos de resistencia de materiales, sin embargo en el resto de los casos será inabordable desde el punto de vista práctico, y será necesario recurrir a métodos numéricos como



por ejemplo *el método de los elementos finitos (MEF)*, que como se expone más adelante, no es más que una potente herramienta matemática que resuelve las funciones que constituyen las leyes físicas que rigen el comportamiento de los medios continuos al resolver éstas en determinados *puntos de integración (nodos)* fruto de la discretización de un medio continuo en un medio “finito” compuesto de *elementos* (ver capítulo 3).

## 4.4. Teorías de fallo en la madera

La *teoría de fallo* o rotura es la ciencia que predice las condiciones en las cuales un sólido pierde sus propiedades resistentes al estar sometido a acciones externas. El fallo de un material se clasifica usualmente en *fallo frágil o fractura* y *fallo dúctil o plasticidad*. Pero en la práctica la mayoría de materiales dependiendo de las condiciones en las que se encuentre (temperatura, estado tensional, cargas) pueden fallar por plasticidad, por fractura o por ambos.

La madera ha sido considerada tradicionalmente como un material “*quasi frágil*” en el que suelen darse dos posibilidades:

- Si la madera es de baja calidad y los especímenes tienen una presencia importante de defectos, ésta suele romper por tracción perpendicular o esfuerzo cortante, como un material frágil, sin que se pueda apreciar una no-linealidad muy notable en sus características materiales. En este caso que la madera suele modelizarse como un material linealmente elástico en todos sus puntos en el que la superficie que determina la fractura en un estado de carga multiaxial se determina a partir de un criterio de fallo frágil fenomenológico.
- Si por el contrario las probetas son de madera de mayor calidad con poca presencia de defectos, o han recibido alguna intervención humana haciendo su estructura más homogénea, es probable que el miembro no padezca fenómenos significativos de tracción perpendicular y que llegue a presentar un comportamiento no lineal. En estos casos se debe definir como es tradicional, una superficie inicial de plasticidad, una regla de endurecimiento y una regla de flujo como se introducirá posteriormente.

A su vez, las teorías de fallo pueden ser catalogadas en dos grandes grupos:

- Teorías de fallo microscópico: se ocupan a escala microscópica del estudio de la iniciación y propagación de la rotura.
- Teorías de fallo macroscópico: describen la pérdida de resistencia de los materiales en base a su capacidad de carga o su capacidad de almacenaje de energía.

En la madera son numerosísimas las teorías de fallo empleadas ya que no existe un consenso general acerca de cómo modelar el comportamiento mecánico de un material tan heterogéneo y también debido a normalmente estas teorías se heredan de la ingeniería de materiales y la industria aeroespacial por lo que la producción científica es enorme. Por todo ello resulta imposible en esta introducción nombrar a todas, no obstante a continuación se resumen los principales criterios de fallo frágil empleados en este campo en la actualidad:

CRITERIOS DE FALLO COMUNMENTE EMPLEADOS EN LA MADERA	Criterios de fallo frágil fenomenológicos	Son criterios que predicen el inicio de la rotura al proponer fronteras de tensión o deformación a partir de las cuales se estima la rotura del material.  Son desarrollados y basados únicamente en resultados empíricos.	Basados en estados de carga uniaxiales: Criterio de máxima tensión y máxima deformación
			Utilizados en test simples “off-axis”: fórmula de Hankinson para tensión plana
			Métodos muy simples utilizados en tensión plana: criterio de fallo lineal y fallo cuadrático
			Criterio de Tsai-Hill y criterio de Hoffman
			Criterio de Tsai-Azzi y criterio de Norris
			Criterio de Yamada-Sun
			Criterio de Hashin
			Criterio del polinomio del tensor de resistencia o de Tsai-Wu
	Mecánica de la fractura lineal elástica (LEFM)	Son criterios que explican la evolución de la fractura una vez se ha producido, se basan en premisas físicas, pero requieren de una grieta o agujero inicial para poder ser aplicadas.	
	Mecánica de la fractura elasto-plástica	Son empleados en materiales en los que gran parte de la energía acumulada en forma de tensión no se destina a la propagación de la rotura si no a otros mecanismos como la plastificación alrededor de esta, o la fricción causando una rotura no lineal	
	Métodos basados en la energía	Se utilizan cuando la anisotropía o geometría dificulta mucho el análisis de la evolución de una fractura con los métodos LEFM, empleando en este caso parámetros energéticos como el ratio de liberación de energía de deformación	
	Métodos basados en zonas de cohesión	Es útil para el estudio de probetas muy pequeñas en las que las fuerzas de cohesión de las partículas del pico de la grieta no son despreciables	

Figura 2.21 Principales criterios de fallo empleados comúnmente en la madera

Obviando los criterios de fallo más simples, y de forma general se puede decir que al representar los criterios fenomenológicos de fallo frágil en el espacio tensional se crean unas *superficies de fractura* que marcan el límite entre las combinaciones de tensiones multiaxiales que no provocan la fractura del material (en el interior de las superficies) de aquellas que suponen la rotura (puntos de la superficie de fractura ó puntos exteriores).

Mientras que los criterios de fallo dúctil se plantean unas *superficies iniciales de plasticidad* en el interior de las cuales el material no sufre fenómenos de plasticidad, y a partir de su superficie sí los experimenta además de una regla de flujo y de endurecimiento. Éstas tienen la particularidad de que pueden variar su posición y tamaño en el espacio de tensión al ir aumentando la deformación. Si el criterio de flujo coincide con el criterio inicial de plasticidad, se dice que la regla de flujo es asociada.

De forma muy general, se puede decir que ambas superficies suelen representarse en un espacio definido por el valor que adoptan las tensiones principales (las posibles combinaciones de fallo describen la superficie)  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  ó bien con respecto al primer invariante del tensor tensión ( $I_1$ ) y el segundo y tercer invariante del tensor desviador ( $J_2, J_3$ ), y adoptan forma de elipses en caso de representar tensiones planas, y elipsoides en casos de análisis de tensiones tridimensionales con consideraciones ortótropas.

#### 4.4.1. Teorías de fallo frágil fenomenológico basados en estados de carga uniaxiales

Son los métodos más sencillos y los más utilizados en los análisis estructurales profesionales donde se simplifica el estado tensional de una pieza atribuyéndole únicamente la presencia de aquel esfuerzo que predomina claramente sobre los demás, y comparándolo con un valor último de resistencia ó deformación. Esta simplificación en ocasiones es obviamente muy grosera.

Este es el caso del *criterio de máxima deformación* que simplemente se basa en atribuir un límite máximo de deformación unitaria ( $f_\epsilon$ ) o distorsión angular ( $f_\gamma$ ) para cada una de los ejes

ó planos principales y compararlo con sus correspondientes, en el momento en el que la relación sea superior a la unidad se produce el fallo:

$$\text{Cuando el Max.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\varepsilon_{tL}}{f_{t,L}} \text{ ó } \frac{\varepsilon_{cL}}{f_{c,L}} \\ \frac{\varepsilon_{tR}}{f_{tR}} \text{ ó } \frac{\varepsilon_{cR}}{f_{cR}} \\ \frac{\varepsilon_{tT}}{f_{tT}} \text{ ó } \frac{\varepsilon_{cT}}{f_{cT}} \\ \frac{|\gamma_{LR}|}{f_{vLR}} \\ \frac{|\gamma_{LT}|}{f_{vLT}} \\ \frac{|\gamma_{RT}|}{f_{vRT}} \end{array} \right. = 1 \text{ Se produce el fallo (2.43.)}$$

Análogamente el *criterio de máxima tensión*:

$$\text{Cuando el Max.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{tL}}{f_{t,L}} \text{ ó } \frac{\sigma_{cL}}{f_{c,L}} \\ \frac{\sigma_{tR}}{f_{tR}} \text{ ó } \frac{\sigma_{cR}}{f_{cR}} \\ \frac{\sigma_{tT}}{f_{tT}} \text{ ó } \frac{\sigma_{cT}}{f_{cT}} \\ \frac{|\tau_{LR}|}{f_{vLR}} \\ \frac{|\tau_{LT}|}{f_{vLT}} \\ \frac{|\tau_{RT}|}{f_{vRT}} \end{array} \right. = 1 \text{ Se produce el fallo (2.44.)}$$

Como se observa estos métodos además de poder predecir el momento de fallo, pueden distinguir entre 9 modos de fallo (tensión y tracción en los tres ejes, y cortante en los tres planos). En caso de plantear el material como transversalmente isótropo, evidentemente el sistema se reduciría.

Solo a modo de observación pues no es un criterio de fallo frágil, cabe destacar que algo similar se realiza con la utilización de los *métodos incrementales uniaxiales*, que se suelen emplear para la modelización de respuestas no lineales y se basan en convertir la curva tensión-deformación en una *poligonal* que asigna al material distintas constantes elásticas en función del rango de tensión en el que se encuentre la probeta. Aunque logran adaptar el comportamiento de

tensión deformación a una curva, ésta se construye bajo hipótesis de carga uniaxial por lo que no son precisos en estados de carga multiaxiales.

#### 4.4.2. Teorías de fallo frágil fenomenológico para estados de carga multiaxiales en la madera

Éstas son las teorías más válidas puesto que en la mayoría de análisis bidimensionales o tridimensionales se producen diversos tipos de solicitaciones en los puntos internos de un sólido continuo deformable. Están mucho más perfeccionadas para materiales isótropos debido a la mayor simplicidad de las expresiones.

La mayoría de estas expresiones son polinomios cuadráticos que describen elipsoides o elipses como ya se comentó anteriormente, pero también pueden llegar a plantear hiperboloides, paraboloides hiperbólicos y cilindros elípticos. Por tanto cabe la posibilidad de que se den superficies abiertas en las que ciertas combinaciones tensionales no produzcan jamás el fallo del material, lo cual es totalmente imposible por lo que en ocasiones resultará necesario analizar la superficie matemática que describen con el fin de descartar la formación de conjuntos abiertos.

##### 4.4.2.1. Criterio de fallo lineal y fallo cuadrático

Los criterios más simples que se pueden proponer son el *criterio de fallo lineal* y el *criterio de fallo cuadrático* que suelen utilizarse para análisis planos de tensión y se contabilizan como la suma de las relaciones de las tensiones axiales y la tensión tangencial respecto sus correspondientes valores de resistencia, y la suma de las relaciones al cuadrado respectivamente:

Criterio de fallo lineal:

$$\left( \frac{\sigma_{0,t}}{f_{\sigma,0,t}} \text{ ó } \frac{\sigma_{0,c}}{f_{\sigma,0,c}} \right) + \left( \frac{\sigma_{90,t}}{f_{90,t}} \text{ ó } \frac{\sigma_{90,c}}{f_{90,c}} \right) + \left| \frac{\tau}{f_v} \right| = 1 \quad (2.45.)$$

Criterio de fallo cuadrático:

$$\left(\frac{\sigma_{0,t}}{f_{\sigma,0,t}} \text{ ó } \frac{\sigma_{0,c}}{f_{\sigma,0,c}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{90,t}}{f_{90,t}} \text{ ó } \frac{\sigma_{90,c}}{f_{90,c}}\right)^2 + \left|\frac{\tau}{f_v}\right|^2 = 1 \quad (2.46.)$$

Como puede observarse, este método asume que las resistencias de tracción y compresión son similares para ambas direcciones por lo que es necesario utilizar 4 ecuaciones para poder comprobar sus correspondientes cuadrantes tensionales, esta descomposición en 4 expresiones tiene la ventaja de que puede predecir además del momento de rotura el cuadrante tensional en el que esta se producirá. Recientemente Aicher y Klöck demostraron que el método cuadrático no es más que un caso particular del criterio de Tsai Wu en el que no existe interacción entre ninguna tensión, y las resistencias de tracción y compresión son similares.

#### 4.4.2.2. Criterio de fallo de Tsai Hill y Hoffmann

Basándose en la conocida teoría de fallo de Von Mises realizada en 1928 para materiales isótropos, Hill en 1948 creó la primera teoría de fallo multiaxial (dúctil) para materiales ortótropos, que se resume en:

$$A(\sigma_L - \sigma_R)^2 + B(\sigma_R - \sigma_T)^2 + C(\sigma_T - \sigma_L)^2 + D\tau_{LR}^2 + E\tau_{RT}^2 + F\tau_{LT}^2 = 1 \quad (2.47.)$$

Donde  $A, B, C, D, E$  y  $F$  son parámetros resistentes que se determinan a partir de ensayos uniaxiales y de cortante puro.

Aunque se trata de un criterio de fallo para comportamiento no lineal, Tsai en 1968 aplicó esta ecuación para materiales que tenían un comportamiento lineal hasta la rotura de forma que pudiese aplicar también para materiales que presentaban elasticidad lineal hasta la rotura, esto lo consiguió sin más que relacionar las constantes anteriormente citadas con las distintas resistencias que mostraba un material ortótropo en estados de carga uniaxiales. Constituyendo de esta manera la ecuación conocida como criterio de Tsai Hill:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{f_L^2} \sigma_L^2 + \frac{1}{f_R^2} \sigma_R^2 + \frac{1}{f_T^2} \sigma_T^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_L^2} + \frac{1}{f_R^2} - \frac{1}{f_T^2} \right) (\sigma_L - \sigma_R)^2 \\
& + \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{f_L^2} + \frac{1}{f_R^2} + \frac{1}{f_T^2} \right) (\sigma_R - \sigma_T)^2 \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_L^2} - \frac{1}{f_R^2} + \frac{1}{f_T^2} \right) (\sigma_T - \sigma_L)^2 + \frac{1}{f_{vRT}^2} \tau_{RT}^2 + \frac{1}{f_{vLT}^2} \tau_{LT}^2 \\
& + \frac{1}{f_{vLR}^2} \tau_{LR}^2 = 1 \quad (2.48.)
\end{aligned}$$

En un estado plano de tensión se simplificaría a:

$$\frac{\sigma_0^2}{f_0^2} - \frac{\sigma_0 \sigma_{90}}{f_0^2} + \frac{\sigma_{90}^2}{f_{90}^2} + \frac{\tau^2}{f_v^2} = 1 \quad (2.49.)$$

Sin embargo esta expresión no considera las grandes diferencias entre las resistencias de tracción y compresión que este material presenta, por lo que al igual que en los criterios anteriores será necesario aplicar 4 ecuaciones, una para cada cuadrante. En 1967 Hoffman consiguió aglutinar estas diferencias entre tracción y compresión en una sola ecuación al introducir en la expresión inicialmente propuesta por Hill tres términos lineales que permitían tomar esta consideración:

$$\begin{aligned}
& A(\sigma_L - \sigma_R)^2 + B(\sigma_R - \sigma_T)^2 + C(\sigma_T - \sigma_L)^2 + D\tau_{LR}^2 + E\tau_{RT}^2 + F\tau_{LT}^2 + G\sigma_L + H\sigma_R \\
& + I\sigma_T = 1 \quad (2.50.)
\end{aligned}$$

Ya que de esta forma, realizando los ensayos uniaxiales y de cortantes pertinentes se demuestra que:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2f_{tL}f_{cL}} + \frac{1}{2f_{tR}f_{cR}} - \frac{1}{2f_{tT}f_{cT}} \\
B &= -\frac{1}{2f_{tL}f_{cL}} + \frac{1}{2f_{tR}f_{cR}} + \frac{1}{2f_{tT}f_{cT}} \\
C &= \frac{1}{2f_{tL}f_{cL}} - \frac{1}{2f_{tR}f_{cR}} + \frac{1}{2f_{tT}f_{cT}} \\
D &= \frac{1}{f_{vLR}^2} \\
E &= \frac{1}{f_{vLT}^2}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
F &= \frac{1}{f_{vRT}^2} \\
G &= \frac{1}{f_{tL}} - \frac{1}{f_{cL}} \\
H &= \frac{1}{f_{tR}} - \frac{1}{f_{cR}} \\
I &= \frac{1}{f_{tT}} - \frac{1}{f_{cT}} \quad (2.51.)
\end{aligned}$$

Este método tiene la desventaja de no poder predecir el modo de fallo, pero resulta muy práctico ya que permite introducir diferencias entre tensión y compresión siendo los términos de interacción (los términos de resistencia que están emparejados con las componentes cuadráticas axiales de tensión de diferente dirección, es decir  $D$ ,  $E$  y  $F$ ) dependientes de las resistencias uniaxiales por lo que es sencilla su determinación (a diferencia del criterio de Tsai Wu, que se mostrará posteriormente).

De forma que al aplicar este criterio en tensión plana, se resume en:

$$\frac{\sigma_0^2 - \sigma_0\sigma_{90}}{f_{t,0}f_{c,0}} + \frac{\sigma_{90}^2}{f_{t,90}f_{c,90}} + \frac{f_{c,0} - f_{t,0}}{f_{c,0}f_{t,0}}\sigma_0 + \frac{f_{c,90} - f_{t,90}}{f_{c,90}f_{t,90}}\sigma_{90} + \frac{\tau^2}{f_v^2} = 1 \quad (2.52.)$$

#### 4.4.2.3. Criterio de fallo de Tsai-Azzi y Norris

Tsai y Azzi en 1966 simplificaron el criterio de Hill para materiales transversalmente isótropos en condiciones de tensión plana:

$$\frac{\sigma_0^2}{f_{\sigma 0}^2} - \frac{\sigma_0\sigma_{90}}{f_{\sigma 0}^2} + \frac{\sigma_{90}^2}{f_{\sigma 90}^2} + \frac{\tau^2}{f_v^2} = 1 \quad (2.53.)$$

Además Tsai desarrolló dos ecuaciones adicionales correspondientes a 2 planos ortogonales entre sí de forma que el criterio simplificado podía ser empleado para situaciones tensionales tridimensionales. Análogamente, Norris presentó 3 ecuaciones similares para

evaluar la posibilidad de fallo en 3 planos ortogonales entre sí, con la salvedad de que en el término de interacción no solo interviene la resistencia en la dirección de las fibras, sino también la resistencia perpendicular:

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_L^2}{f_{\sigma L}^2} - \frac{\sigma_L \sigma_R}{f_{\sigma L} f_{\sigma R}} + \frac{\sigma_R^2}{f_{\sigma R}^2} + \frac{\tau_{LR}^2}{f_{vLR}^2} &= 1 \\ \frac{\sigma_L^2}{f_{\sigma L}^2} - \frac{\sigma_L \sigma_T}{f_{\sigma L} f_{\sigma T}} + \frac{\sigma_T^2}{f_{\sigma T}^2} + \frac{\tau_{LT}^2}{f_{vLT}^2} &= 1 \\ \frac{\sigma_R^2}{f_{\sigma R}^2} - \frac{\sigma_R \sigma_T}{f_{\sigma R} f_{\sigma T}} + \frac{\sigma_T^2}{f_{\sigma T}^2} + \frac{\tau_{RT}^2}{f_{vRT}^2} &= 1\end{aligned}\quad (2.54.)$$

Se adecuan fácilmente en tensión plana (Eje 3 no existe), y en un criterio para análisis de materiales transversalmente isótropos (Eje 2=Eje3). Como puede observarse no considera las diferencias en tracción y compresión por lo que sería necesario extender estas ecuaciones como ya se vio anteriormente. Cabe resaltar que utilizando el sistema completo de ecuaciones, este criterio permite predecir el modo de fallo y además el plano en el que éste se produce.

Esta teoría ha sido criticada por algunos autores debido a la poca rigurosidad en la que fue asentado ya que Norris simplificó la geometría de los materiales ortótropos construyéndola como un material isótropo en el que existen vacíos espaciados, además la aplicación de este criterio ha producido resultados excesivamente conservadores en ciertos experimentos.

#### 4.4.2.4. Criterio de fallo de Yamada-Sun y Yamada-Sun extendido

Yamada y Sun desarrollaron en 1978 un criterio de fallo en elasticidad plana que no es más que una degeneración de los criterios de Tsai-Azzi y Norris, donde se desprecia el efecto en la dirección perpendicular a las fibras, de forma que la rotura se producía cuando:

$$\frac{\sigma_0^2}{f_{\sigma 0}^2} + \frac{\tau^2}{f_v^2} = 1 \quad (2.55.)$$

El cual puede concebirse como que las resistencias axiales se merman debido a la presencia de cortantes, de este modo se puede extender al caso tridimensional:

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma_L^2}{f_{\sigma L}^2} + \frac{\tau_{LR}^2}{f_{vLR}^2} + \frac{\tau_{LT}^2}{f_{vLT}^2} &= 1 \\
 \frac{\sigma_R^2}{f_{\sigma R}^2} + \frac{\tau_{LR}^2}{f_{vLR}^2} + \frac{\tau_{RT}^2}{f_{vRT}^2} &= 1 \\
 \frac{\sigma_T^2}{f_{\sigma T}^2} + \frac{\tau_{LT}^2}{f_{vLT}^2} + \frac{\tau_{RT}^2}{f_{vRT}^2} &= 1 \quad (2.56.)
 \end{aligned}$$

Se deben de hacer las mismas consideraciones que en el criterio anterior, aplicándolo en 2 dimensiones y en 3 con una de ellas isotropa y extendiendo el método con diferencias de tracción y compresión que permitirán conocer el modo de fallo y la dirección en la que se produce.

#### 4.4.2.5. Criterio de Hashin y Hashin modificado

Hashin creó en 1970 un criterio de fallo para composites de fibras que eran transversalmente isotropos (en el plano 2-3) y presentaban diferencias entre las resistencias de tracción y compresión, por lo que el criterio ya de entrada distingue entre 4 modos de rotura:

Fallo por tracción en la dirección de las fibras (dirección 1)

$$\frac{\sigma_1^2}{f_{t,0}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{f_{v,0}^2} + \frac{\tau_{13}^2}{f_{v,0}^2} = 1 \quad (2.57.)$$

Fallo por compresión en la dirección de las fibras

$$\frac{\sigma_1}{f_{c,0}} = 1 \quad (2.58.)$$

Fallo por tracción en la dirección perpendicular a las fibras (en la matriz)

$$\frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{f_{t,90}^2} + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3}{f_{v,90}^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{f_{v,0}^2} = 1 \quad (2.59.)$$

Fallo por compresión en la dirección perpendicular a las fibras

$$\frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{4f_{v,0}^2} + \left[ \left( \frac{f_{c,90}}{2f_{v,90}} \right)^2 - 1 \right] \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{f_{c,90}^2} + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3}{f_{v,90}^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{f_{v,0}^2} = 1 \quad (2.60.)$$

Este criterio fue modificado por el departamento de obras públicas de los Estados Unidos (2007), adaptándolo lo más posible al comportamiento estructural de la madera por lo que introdujeron dos simples modificaciones: la primera es plantear la posibilidad de que los esfuerzos cortantes también mermen la resistencia a compresión en la dirección de las fibras, por lo que:

Fallo por tracción ó compresión en la dirección de las fibras

$$\frac{\sigma_1^2}{f_{t \text{ ó } c,0}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{f_{v,0}^2} + \frac{\tau_{13}^2}{f_{v,0}^2} = 1 \quad (2.61.)$$

La segunda consiste en suponer que la posibilidad de fallo por compresión en la matriz es similar a la de tracción:

Fallo por tracción ó compresión en la dirección perpendicular a las fibras

$$\frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{f_{90}^2} + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3}{f_{v,90}^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{f_{v,0}^2} = 1 \quad (2.62.)$$

Donde  $f_{90} = f_{c,90}$  cuando  $\sigma_2 + \sigma_3 < 0$  y  $f_{90} = f_{t,90}$  si  $\sigma_2 + \sigma_3 > 0$

#### 4.4.2.6. Fundamentos del polinomio del tensor de resistencia o criterio de Tsai Wu

Es el criterio de fallo más utilizado en la actualidad en la madera en el caso de que esta sea modelizada como un material lineal. La ecuación global sobre la que se apoya este criterio fue propuesta por Goldenblat y Kopnov (1965) al desarrollar un polinomio de la forma:

$$(F_i \sigma_i)^\alpha + (F_{ij} \sigma_i \sigma_j)^\beta + (F_{ijk} \sigma_i \sigma_j \sigma_k)^\gamma + \dots = 1$$

$$\text{siendo } i, j, k = 1, 2, \dots, 6 \quad (2.63.)$$

Donde  $F_i$ ,  $F_{ij}$  y  $F_{ijk}$  son las componentes de un *tensor de resistencia de segundo, cuarto y sexto rango* respectivamente susceptible de sufrir transformaciones de coordenadas que se combina con  $\sigma_i$ ,  $\sigma_i \sigma_j$  y  $\sigma_i \sigma_j \sigma_k$  es decir con las *componentes lineales, cuadráticas y cúbicas de los componentes de tensión* elevados a unos determinados coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ . Se postula que la rotura se produce cuando el desarrollo de este polinomio es igual a la unidad. Esta expresión se fue un desarrollo matemático global que intentó preparar un sustento que se ajustase a las necesidades físicas de los materiales anisótropos, siendo capaz de describir numerosas superficies de rotura en el espacio tensional, incluyendo diferencias en los valores de resistencia de tracción y compresión y unos *factores de interacción independientes*.

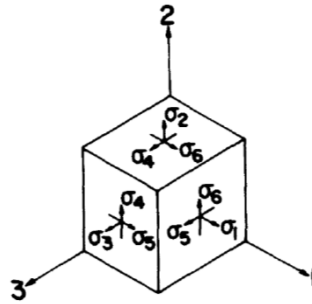


Figura 2.22. Direcciones consideradas por Tsai y Wu (Tsai et al 1971)

En concreto estudiaron el caso en el que  $\alpha = 1$  ;  $\beta = 0,5$  ;  $\gamma = -\infty$ , pero la ecuación derivó en un polinomio muy complicado de ser resuelto en la práctica que además producía una superficie de rotura no cerrada. Más tarde Tsai y Wu en 1970, utilizaron una versión mucho más simplificada de este polinomio empleando los coeficientes  $\alpha = 1$  ;  $\beta = 1$  ;  $\gamma = -\infty$  constituyendo *la asunción fundamental del teorema de los tensores de resistencia* la cual consiste en suponer que en los materiales anisótropos existe un elipsoide de rotura que describe la superficie de fallo en el espacio tensional y viene sustentado por un polinomio cuadrático de la forma:

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad \text{siendo } i, j, k = 1, 2, \dots, 6 \quad (2.64.)$$

Siendo numerosos los autores que avalan la teoría de que la omisión de los términos cúbicos de la expresión es acertada ya que complica mucho la aplicación de esta técnica aportando un incremento de precisión relativo bastante bajo. Desarrollando el polinomio se obtiene:

$$\begin{aligned}
 &F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_3\sigma_3 + F_4\sigma_4 + F_5\sigma_5 + F_6\sigma_6 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{33}\sigma_3^2 + F_{44}\sigma_4^2 \\
 &+ F_{55}\sigma_5^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{13}\sigma_1\sigma_3 + 2F_{14}\sigma_1\sigma_4 + 2F_{15}\sigma_1\sigma_5 \\
 &+ 2F_{16}\sigma_1\sigma_6 + 2F_{23}\sigma_2\sigma_3 + 2F_{24}\sigma_2\sigma_4 + 2F_{25}\sigma_2\sigma_5 + 2F_{26}\sigma_2\sigma_6 \\
 &+ 2F_{34}\sigma_3\sigma_4 + 2F_{35}\sigma_3\sigma_5 + 2F_{36}\sigma_3\sigma_6 + 2F_{45}\sigma_4\sigma_5 + 2F_{46}\sigma_4\sigma_6 \\
 &+ 2F_{56}\sigma_5\sigma_6 = 1 \quad (2.65.)
 \end{aligned}$$

Esta expresión matemática permite que los componentes lineales del tensor tensión  $\sigma_i$  permitan tener en cuenta las diferencias positivas y negativas entre sollicitaciones de tracción y compresión, mientras que los componentes cuadráticos permiten construir la geometría en sí de la elipsoide. Asimismo como es lógico, cuando la aplicación de las tensiones en un punto del sólido no coincida con los ejes de simetría de las propiedades del material, los componentes del tensor tensión pueden ser rotados como sucede en la mayoría de criterios de rotura, sin embargo es bastante particular en este método que alternativamente también se pueden rotar los componentes del tensor resistencia cuando la aplicación de las sollicitaciones no coincida con los ejes principales de la madera:

$$F_i\sigma_i' + F_{ij}\sigma_i'\sigma_j' = 1 \quad \text{ó bien} \quad F_i'\sigma_i + F_{ij}'\sigma_i\sigma_j = 1$$

$$\text{siendo } i, j, k = 1, 2, \dots, 6 \quad (2.66.)$$

No obstante lo que más peculiar hace a este criterio son los llamados *términos de interacción* ( $F_{ij}$ ) que son aquellos componentes del tensor resistencia de cuarto orden emparejados con componentes distintas del tensor tensión pues resulta que éstos son independientes del resto de componentes de resistencia (los que no pertenecen a la diagonal principal). Esto que se expone como una ventaja es y ha sido motivo de gran controversia entre la comunidad investigadora debido a la gran dificultad que entraña su correcta determinación. Además se constata que estos términos resultan tremendamente importantes por hacer variar notablemente la calidad de los resultados que se obtienen al aplicar este criterio ya que

constituyen en sí precisamente la condición que atribuye al desarrollo geométrico del polinomio la cualidad de conjunto cerrado, es decir permite que la forma que adopta la superficie de fallo sea una elipsoide (cerrada) en vez de un hiperboloide (abierto) siempre que se cumpla la siguiente inequidad llamada *condición de estabilidad*:

$$F_{ii}F_{jj} - F_{ij}^2 \geq 0; \text{ es decir que el término de interacción } F_{ij}^2 \leq F_{ii}F_{jj} \quad (2.67.)$$

Hay que resaltar en este punto, que  $F_{ii}F_{jj}$  es conocido por ser un invariante ( $\phi$ ) dependiente de las resistencias de cada material, lo cual implica que para que se cumpla la condición de estabilidad es necesario que  $-\phi \leq F_{ij} \leq \phi$ , sino el conjunto sería abierto y habría ciertas combinaciones de tensiones que jamás producirían la rotura del material independientemente de su magnitud lo cual es físicamente imposible.

En cuanto a las propiedades de simetría, Tsai y Wu asumieron que los tensores de resistencia eran ambos simétricos lo que suponía 6 términos independientes en el tensor de segundo orden y 21 términos independientes en el tensor de cuarto orden:

$$F_i \text{ tensor de resistencia de segundo orden} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{pmatrix}$$

$$= 6 \text{ términos independientes}$$

$$F_{ij} \text{ tensor de resistencia de cuarto orden}$$

$$= \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} & F_{15} & F_{16} \\ F_{12} & F_{22} & F_{23} & F_{24} & F_{25} & F_{26} \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} & F_{34} & F_{35} & F_{36} \\ F_{14} & F_{35} & F_{34} & F_{44} & F_{45} & F_{46} \\ F_{15} & F_{25} & F_{35} & F_{45} & F_{55} & F_{56} \\ F_{16} & F_{26} & F_{36} & F_{46} & F_{56} & F_{66} \end{pmatrix} = 21 \text{ términos independientes}$$

Si el material es ortótropo, los componentes de segundo orden relativos a los esfuerzos cortantes ( $F_4, F_5$  y  $F_6$ ) por lo que serán 3 los términos de resistencia a determinar.

Mientras que las componentes cuadráticas de acoplamiento entre esfuerzos cortantes y axiales ( $F_{14}, F_{15}, F_{16}, F_{24}, F_{25}, F_{26}, F_{34}, F_{35}$  y  $F_{36}$ ), Tsai Wu suponen que pueden ser despreciados asumiendo que un cambio de signo en el esfuerzo cortante no cambia el valor de la tensión de rotura. Idéntico razonamiento para los términos de acoplamiento entre cortante ( $F_{45}, F_{46}$  y  $F_{56}$ ) por lo que el número de parámetros cuadráticos a determinar será de 9.

Los tres componentes lineales, y los componentes cuadráticos de la diagonal principal son muy sencillos de determinar sin más que aplicar la asunción del teorema de Tsai Wu en estados de carga uniaxial para los tres ejes del material y cortante puro en los tres planos principales:

$$F_1\sigma_1 + F_{11}\sigma_1^2 = 1 \quad \text{siendo } i = 1$$

$$F_2\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 = 1 \quad \text{siendo } i = 2$$

$$F_3\sigma_3 + F_{33}\sigma_3^2 = 1 \quad \text{siendo } i = 3$$

$$F_4\sigma_4 + F_{44}\sigma_4^2 = 1 \quad \text{siendo } i = 4$$

$$F_5\sigma_5 + F_{55}\sigma_5^2 = 1 \quad \text{siendo } i = 5$$

$$F_6\sigma_6 + F_{66}\sigma_6^2 = 1 \quad \text{siendo } i = 6$$

Cuando se realiza un ensayo a simple tracción longitudinal obteniendo una resistencia  $f_{\sigma Lt}$ , la rotura se producirá cuando la tensión  $\sigma_1$  alcance ese valor, por tanto:

$$F_1f_{t,L} + F_{11}f_{t,L}^2 = 1$$

E igualmente en estado simple de compresión longitudinal:

$$F_1f_{c,L} + F_{11}f_{c,L}^2 = 1$$

Despejando los dos componentes del tensor resistencia a partir de estas dos ecuaciones se obtiene que:



$$F_1 = \frac{1}{f_{tL}} - \frac{1}{f_{cL}}$$

$$F_{11} = \frac{1}{f_{tL} f_{cL}}$$

Igualmente realizando ensayos de tracción y compresión simple para los ejes R y T:

$$F_2 = \frac{1}{f_{tR}} - \frac{1}{f_{cR}}$$

$$F_{22} = \frac{1}{f_{tR} f_{cR}}$$

$$F_3 = \frac{1}{f_{tT}} - \frac{1}{f_{cT}}$$

$$F_{33} = \frac{1}{f_{tT} f_{cT}} \quad (2.68.)$$

Análogamente mediante ensayos de cortante puro:

$$F_{44} = \frac{1}{f_{vRT}^2}$$

$$F_{55} = \frac{1}{f_{vLT}^2}$$

$$F_{66} = \frac{1}{f_{vLR}^2} \quad (2.69.)$$

Los 3 componentes que quedan por determinar son los componentes de acoplamiento y tal como se expuso anteriormente a diferencia de otros criterios son independientes por lo que no pueden ser determinados con los ensayos uniaxiales comentados anteriormente, siendo necesario por tanto realizar test biaxiales para su determinación. De modo que resultan ser infinitas las posibles combinaciones biaxiales que determinen estos factores. Tsai y Wu propusieron en su primera propuesta que la determinación se realizase opcionalmente mediante los siguientes tests:

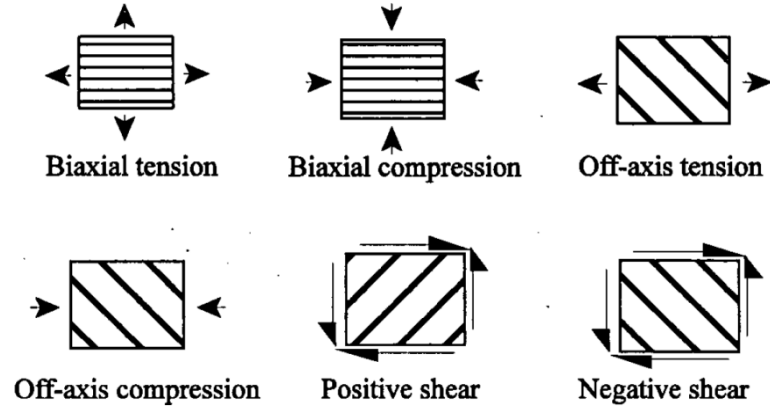


Figura 2.23. Proposición inicial de Tsai y Wu para determinar los factores de interacción (Tsai et al 1970)

Sin embargo posteriormente algunos autores criticaron el método “off axis”, es decir realizar el test biaxial al aplicando una carga inclinada respecto de las fibras debido a la enorme variabilidad y sensibilidad que comprendía este experimento. No obstante se sigue realizando, pues dado el comportamiento mecánico de madera sin duda el test de tracción biaxial y el test de tracción inclinada son los más sencillos de realizar, y son los que a continuación se exponen.

Apoyándonos en un estado de tensión biaxial de tracción en el cual  $\sigma_1 = \sigma_2 = P =$  tensión de rotura a tracción (la circunferencia de Mohr se reduciría a un solo punto) aplicada en el ensayo biaxial y  $\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = 0$  al aplicar la primera asunción del criterio del tensor de resistencia se pueden demostrar los valores que adoptan los factores de interacción, ya que al despejarlos en el polinomio queda que:

$$F_{12} = \frac{1}{2P^2} \left( 1 - P \left( \frac{1}{f_{tL}} - \frac{1}{f_{cL}} + \frac{1}{f_{tR}} - \frac{1}{f_{cR}} \right) - P^2 \left( \frac{1}{f_{tL} f_{cL}} + \frac{1}{f_{tR} f_{cR}} \right) \right)$$

De la misma forma:

$$F_{13} = \frac{1}{2P^2} \left( 1 - P \left( \frac{1}{f_{tL}} - \frac{1}{f_{cL}} + \frac{1}{f_{tT}} - \frac{1}{f_{cT}} \right) - P^2 \left( \frac{1}{f_{tL} f_{cL}} + \frac{1}{f_{tT} f_{cT}} \right) \right)$$

$$F_{23} = \frac{1}{2P^2} \left( 1 - P \left( \frac{1}{f_{tR}} - \frac{1}{f_{cR}} + \frac{1}{f_{tT}} - \frac{1}{f_{cT}} \right) - P^2 \left( \frac{1}{f_{tR} f_{cR}} + \frac{1}{f_{tT} f_{cT}} \right) \right) \quad (2.70.)$$

En caso de realizar el test mediante carga inclinada a  $45^\circ$  respecto de la fibra,  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_6 = U/2$  y el resto de tensiones nulas (secciones de cortantes principales en una

circunferencia de Mohr de tracción simple), siendo  $U$  la tensión de tracción que produce la rotura durante el ensayo. En esta situación los factores de interacción se calcularían de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 F_{12} &= \frac{2}{U^2} \left( 1 - \frac{U}{2} \left( \frac{1}{f_{tL}} - \frac{1}{f_{cL}} + \frac{1}{f_{tR}} - \frac{1}{f_{cR}} \right) - \frac{U^2}{4} \left( \frac{1}{f_{tL} f_{cL}} + \frac{1}{f_{tR} f_{cR}} + \frac{1}{f_{vLR}^2} \right) \right) \\
 F_{13} &= \frac{2}{U^2} \left( 1 - \frac{U}{2} \left( \frac{1}{f_{tL}} - \frac{1}{f_{cL}} + \frac{1}{f_{tT}} - \frac{1}{f_{cT}} \right) - \frac{U^2}{4} \left( \frac{1}{f_{tL} f_{cL}} + \frac{1}{f_{tT} f_{cT}} + \frac{1}{f_{vLT}^2} \right) \right) \\
 F_{23} &= \frac{2}{U^2} \left( 1 - \frac{U}{2} \left( \frac{1}{f_{tR}} - \frac{1}{f_{cR}} + \frac{1}{f_{tT}} - \frac{1}{f_{cT}} \right) - \frac{U^2}{4} \left( \frac{1}{f_{tR} f_{cR}} + \frac{1}{f_{tT} f_{cT}} + \frac{1}{f_{vRT}^2} \right) \right) \quad (2.71.)
 \end{aligned}$$

Y de forma completamente análoga podrían definirse los factores de interacción respecto de cualquier carga inclinada un ángulo  $(\theta)$  respecto de la orientación longitudinal de las fibras.

Por tanto como se observa el factor de acoplamiento depende de resistencia de rotura  $P$  alcanzada en los ensayos biaxiales, que pueden realizarse de múltiples formas y que son complicados de llevar a cabo en la madera donde pequeños errores en los mismos implican enormes errores en la estimación de estos factores. Esto ha dificultado enormemente la aplicación de este teorema en la madera siendo numerosos los estudios que se han realizado en el pasado, y los que se están realizando en la actualidad para encontrar una fórmula de lograr unos correctos valores que asignar a estos factores de acoplamiento.

En caso de que el material sea concebido como transversalmente isótropo (isotropía en el plano 2-3) los componentes del tensor resistencia lineales axiales serán dependientes ( $F_2 = F_3$ ) así como los factores cuadráticos de la diagonal principal en las direcciones R y T ( $F_{22} = F_{33}, F_{55} = F_{66}$ ) y los factores interacción con la dirección L ( $F_{12} = F_{13}$ ) y por supuesto  $F_{44} = 2(F_{22} - F_{23})$  por ser equivalentes los estados de tensión que se muestran en la siguiente figura (la tensión cortante pura será la mitad de la intensidad de tensión):

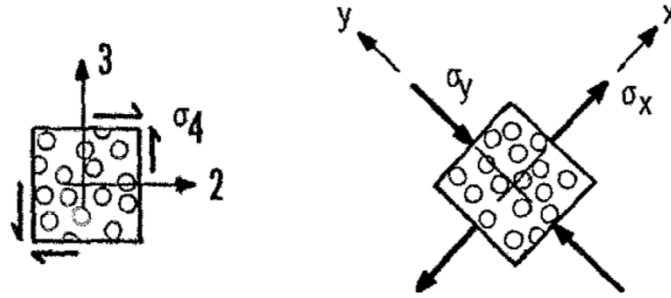


Figura 2.24. Estados equivalentes de tensión (Tsai et al 1971)

Así que el polinomio de Tsai Wu desarrollado adopta la forma:

$$F_1\sigma_1 + F_2(\sigma_2 + \sigma_3) + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}(\sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_2\sigma_3) + F_{66}(\sigma_{66}^2 + \sigma_{55}^2) + 2F_{12}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3) + 2F_{23}(\sigma_{44}^2 - \sigma_2\sigma_3) = 1 \quad (2.72.)$$

Ó en elasticidad plana:

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1 \quad (2.73.)$$

Polinomio que constituye en sí una *ellipse*, las variables independientes del tensor de segundo orden se reducen a 2:

$$F_1 = \frac{1}{f_{t0}} - \frac{1}{f_{c0}}$$

$$F_2 = \frac{1}{f_{t90}} - \frac{1}{f_{c90}}$$

Y las del tensor de 4 rango a 5, con solo un factor de interacción:

$$F_{11} = \frac{1}{f_{t0} f_{c0}}$$

$$F_{22} = \frac{1}{f_{t90} f_{c90}}$$

$$F_{66} = \frac{1}{f_{v,0}^2} \quad (2.74.)$$

Planteando el ensayo biaxial de tracción:

$$F_{12} = F_{13} = \frac{1}{2P^2} \left( 1 - P \left( \frac{1}{f_{t0}} - \frac{1}{f_{c0}} + \frac{1}{f_{t90}} - \frac{1}{f_{c90}} \right) - P^2 \left( \frac{1}{f_{t0} f_{c0}} + \frac{1}{f_{t90} f_{c90}} \right) \right) \quad (2.75.)$$

Planteando el ensayo como tracción inclinada  $45^\circ$  respecto de las fibras:

$$F_{12} = F_{13} = \frac{2}{U^2} \left( 1 - \frac{U}{2} \left( \frac{1}{f_{t0}} - \frac{1}{f_{c0}} + \frac{1}{f_{t90}} - \frac{1}{f_{c90}} \right) - \frac{U^2}{4} \left( \frac{1}{f_{t0} f_{c0}} + \frac{1}{f_{t90} f_{c90}} + \frac{1}{f_{v0}^2} \right) \right) \quad (2.76.)$$

Mientras que  $F_{23}$  pertenece al plano de isotropía y como se mencionó anteriormente no constituye una componente independiente ya que:

$$2F_{23} = \frac{1}{f_{v90}^2} - \frac{2}{f_{t90} f_{c90}} \quad (2.77.)$$

#### 4.4.2.7. Significado e implicaciones del factor de interacción

El factor de interacción en la madera es concebido como un parámetro que de alguna manera mide la interacción que existe entre las tensiones longitudinales y las transversales desde el punto de vista físico lo cual tiene importantes implicaciones matemáticas como otorgar la forma e inclinación a la elipse ó elipsoide o determinar si se cumple la condición de estabilidad generando un conjunto cerrado y coherente. Se debe tener en cuenta que evidentemente son los test uniaxiales y de cortante puro los que determinan el corte de la superficie de rotura con los ejes del espacio tensional por tanto es obvio que el factor de interacción es el que determina de alguna manera como es el desarrollo de la superficie entre los puntos que han sido determinados en los ejes principales mediante los tests uniaxiales.

En las siguientes figuras se demuestra de forma gráfica estas:

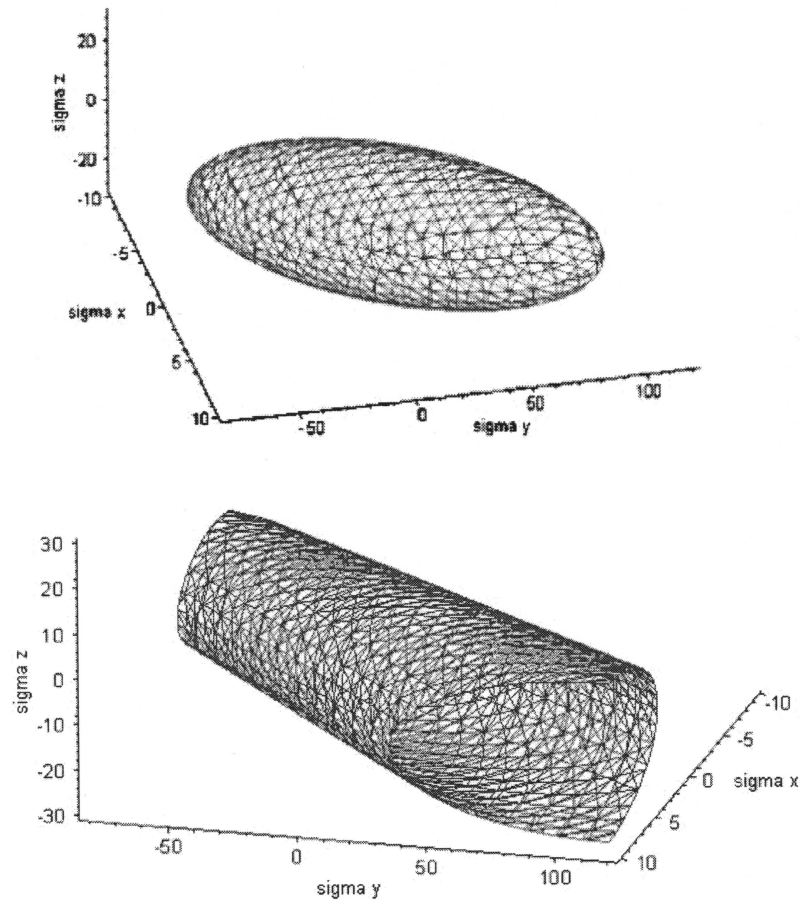


Figura 2.25. Superficies de rotura producidas por distintos factores de interacción (Kasal et al 2004)

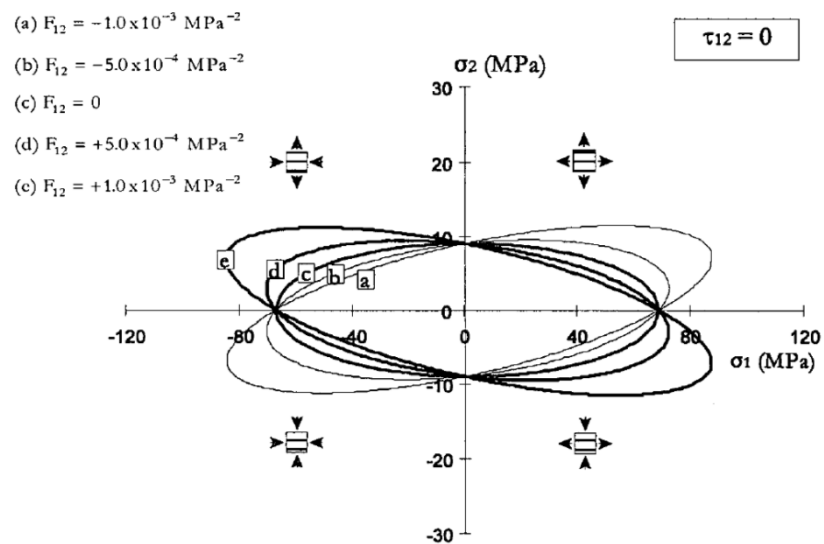


Figura 2.26. Diferencias en las inclinaciones de las superficies de rotura producidas por diversos valores del factor de interacción (Clouston 1995)

Como ya se dijo anteriormente pequeños errores durante el test biaxial provocan grandes errores en la estimación del factor de interacción como demuestran los estudios de Hemmer (2005):

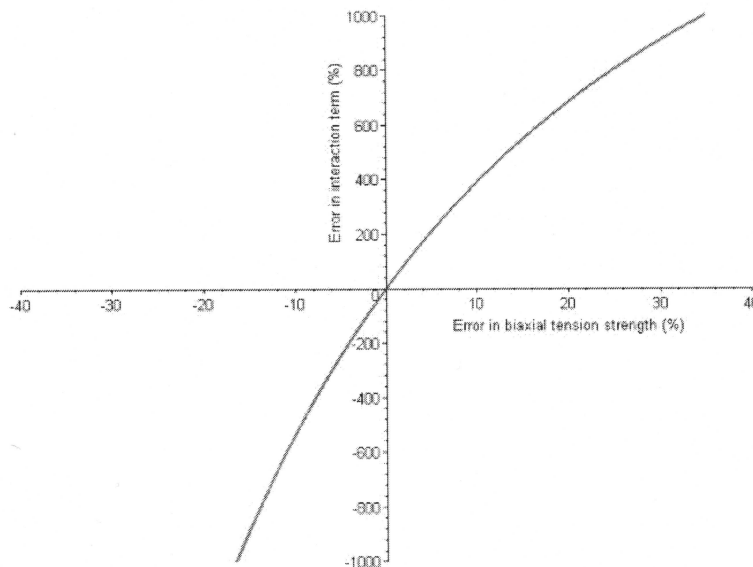


Figura 2.27. Errores en la estimación del factor de interacción al producirse errores en la estimación de la resistencia biaxial (Kasal et al 2004)

#### 4.4.2.8. Estimación del factor de interacción

No existe en la actualidad ningún estándar para calcular los factores de interacción, ya que hasta la fecha ninguno ha logrado satisfacer a la comunidad científica no obstante a continuación se presentan las claves de los estudios realizados hasta el momento:

- Algunos autores como Van der Put, Narayanaswami y Adelman o Williams et al sugieren utilizar un valor nulo para los términos de interacción, sin embargo autores como Suhling demostraron que desestimar el parámetro al cuantificar errores inaceptables entre considerar ó no un cero en este valor:

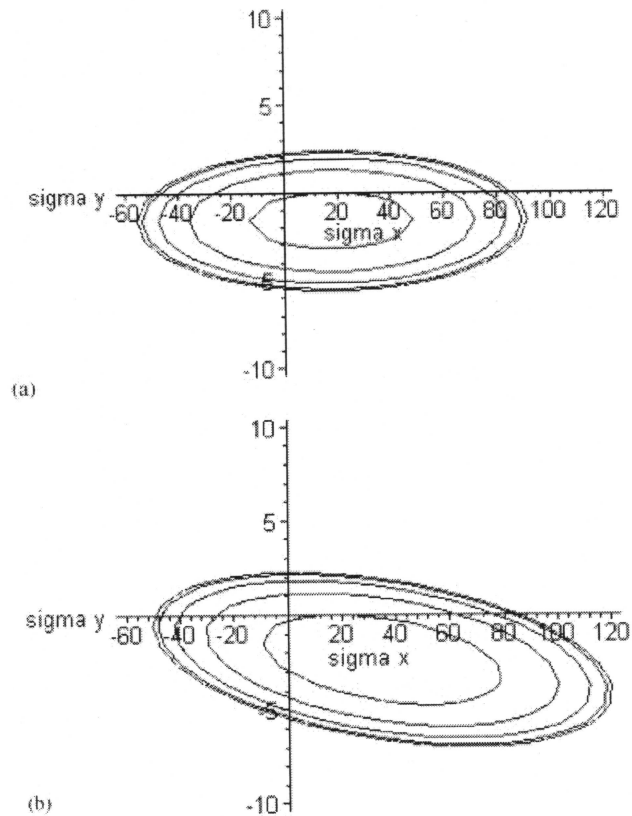


Figura 2.28. Diferencias entre considerar ó no el factor de interacción (Kasal et al 2004)

- Mientras algunos proponen que la tensión de rotura de ensayo biaxial ( $P$ ) adopte el valor de la resistencia uniaxial a la tracción perpendicular, puesto que según los estudios de Hemmer no existe mucha diferencia entre ambos.
- Otros autores intentaron crear un método para la determinación de los factores de acoplamiento a través de un enfoque teórico, éstos son basados en la equiparación del desarrollo del polinomio de Tsai Wu para tests biaxiales con el valor de la tensión oblicua obtenida mediante la fórmula de Hankinson:

Fórmula empírica de Hankinson para la determinación de la compresión oblicua ( $\sigma_e$ ) en especímenes solicitados a un cierto ángulo ( $\theta$ ) de la dirección principal de sus fibras desarrollada en 1921:



$$\sigma_e = \frac{-f_{c,0} f_{c,90}}{f_{c,0} \operatorname{sen}^2 \theta + f_{c,90} \cos^2 \theta} \quad (2.78.)$$

Posteriormente Kollman y Côté adaptaron la fórmula también para la determinación de tracciones oblicuas:

$$\sigma_e = \frac{f_{t,0} f_{t,90}}{f_{t,0} \operatorname{sen}^n \theta + f_{t,90} \cos^n \theta} \quad (2.79.)$$

Siendo n un valor constante que adopta valores entre 1,5 y 2. Siendo 2 un valor adecuado según numerosos estudios. La primera equiparación del factor de acoplamiento con la fórmula de Hankinson fue Cowin utilizando únicamente la parte lineal del polinomio:

$$F_{12} = \sqrt{F_{11} F_{22}} - \frac{1}{2 f_{v,0}^2} \quad (2.80.)$$

Finalmente de forma simultánea Van der Put y Liu (1984) utilizando también la parte cuadrática :

$$F_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_{t,0} f_{c,90}} + \frac{1}{f_{c,0} f_{t,90}} - \frac{1}{f_{v,0}^2} \right) \quad (2.81.)$$

- Por último el método que más terreno está ganando en los últimos años frente a todos estos métodos deterministas es la estimación de la componente de interacción utilizando modelos *probabilísticos o estocásticos* basados en el ajuste de datos experimentales empíricos como por ejemplo Eberhardsteiner o Clouston y Lam.

## 4.5. Notas sobre el comportamiento no lineal

Como se expuso anteriormente la madera presenta un comportamiento elasto-plástico a altas tensiones, pero es que además resulta inexacto atribuir a el comportamiento de un sólido deformable continuo debido a la naturaleza celular y los numerosos poros que presenta el

material, esto provoca por ejemplo que se experimenten contracciones especialmente significativas ante solicitaciones de compresión o cortante.

Para lograr modelizar este comportamiento no lineal se han diseñado numerosos métodos incrementales concibiendo las partes curvas de los diagramas tensión-deformación de esfuerzos cortantes y de compresión como poligonales que bilinealizan o trilinealizan este comportamiento atribuyendo diferentes módulos elásticos en los diversos rangos de tensión. Desafortunadamente estas técnicas no tienen en cuenta el acoplamiento o efecto que los esfuerzos se producen entre sí, si no que proponen unos límites basados en estados de carga uniaxiales que no obedecen a las leyes constitutivas de los materiales continuos así que han sido poco exitosos.

Sin embargo durante los últimos años se están creando modelos elasto-plásticos enmarcados en la teoría de la plasticidad clásica que evitan la violación de las leyes constitutivas de los materiales continuos al considerar tanto la historia de carga que determina el comportamiento que tendrá el material en cada momento como la respuesta del material al estar sometido a más de un tipo de solicitación, creando superficies de plasticidad para estados multiaxiales a partir de los datos obtenidos de ensayos uniaxiales.

En general para poder definir completamente el modelo constitutivo de un material que es *plásticamente imperfecto* como la madera (esto es que el material no presenta plasticidad desde el principio si no que es necesario llegar hasta un determinado punto llamado *límite de proporcionalidad*, en el cual empieza a presentar la no-linealidad en sus propiedades mecánicas) es necesario definir 3 aspectos: *la superficie o criterio inicial de plasticidad, la regla o condición de endurecimiento, y la regla de flujo*.

#### 4.5.1. Superficie o criterio inicial de plasticidad

Primeramente se deberá establecer cuál es la superficie o criterio inicial de plasticidad la cual determina a partir de qué combinaciones de tensiones el material empieza a presentar la no-linealidad.

Shin y Lee proporcionaron en 1978 una función general de superficie inicial de para materiales anisótropos:

$$f = (\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, A_{ijkl}, k) = 0 \quad (2.82.)$$

Donde:

$\sigma_{ij}$  es el tensor de tensiones de segundo orden

$\alpha_{ij}$  describe el origen de la superficie de plasticidad

$A_{ijkl}$  es el tensor de cuarto orden de los parámetros de resistencia, que describen la forma de la superficie de plasticidad

$k$  es un escalar que representa la tensión de plasticidad de referencia o umbral de tensión, permite cuantificar el tamaño de la superficie

En cualquier caso por lo general se trata de adaptar uno de los criterios de fallo presentados anteriormente y considerarlo no como un criterio de fractura frágil, sino como un modo de predecir la entrada en plasticidad, así por ejemplo Moses utilizó el criterio de fallo de Hill, mientras P. Lynn adaptó el polinomio de Tsai Wu a esta teoría.

## 4.5.2. Regla o condición de endurecimiento

En los materiales plásticamente imperfectos sucede que la superficie o criterio inicial de plasticidad no permanece constante al ir aumentando la tensión, es decir que los límites de combinación de tensiones se ven modificados al ir aumentando la intensidad de los esfuerzos, esta modificación la marca la *regla o condición de endurecimiento*.

Si el material fuese *perfectamente plástico* la pendiente de la curva tensión-deformación durante su etapa plástica tendría una pendiente nula, o dicho de otra forma, la deformación plástica iría aumentando sin que fuese necesario aumentar la tensión, en este caso la superficie inicial de fluencia anteriormente definida permanecería constante independientemente del estado de carga del compuesto, por lo que la función inicial de plasticidad definida anteriormente no solo constituiría un criterio de entrada en estado de plasticidad sino que explicaría además el comportamiento que el material exhibiría más allá de haber rebasado el límite de elasticidad.

Sin embargo en la mayoría de ocasiones esto no sucede, ya que los materiales por lo general presentan fenómenos de *endurecimiento* donde la pendiente de la curva tensión deformación es positiva (o cuando precisan de aumentos progresivos de carga para seguir deformándose plásticamente) como en el caso de la madera, ó bien reglas de *reblandecimiento* en pendientes negativas. En ambos casos, las combinaciones tensionales que determinan el comportamiento del material en cada punto varían según el historial de carga anterior por lo que la superficie inicial de plasticidad puede cambiar de forma y posición a lo largo del tiempo siendo necesario definir la nombrada condición de endurecimiento.

Según el tipo de cambio que se produzca en la superficie de plasticidad se distingue en la teoría clásica de plasticidad entre *endurecimiento isótropo* cuando la superficie simplemente aumenta de tamaño aunque no de forma, el *endurecimiento cinemático (lineal o no)* cuando no se modifica la forma pero sí la posición y *endurecimiento mixto o combinado* cuando se modifican ambos factores. No obstante en la madera las formulaciones teóricas se basan en un *endurecimiento anisótropo* en el que la superficie de plasticidad crece de manera no proporcional en las tres direcciones del espacio tensional. Y es éste el criterio que se adoptará y expondrá detalladamente más adelante.

Todos estos cambios son gestionados con el *parámetro de endurecimiento* ( $\chi$ ) que relaciona el tamaño, origen y forma de la superficie de fallo con el grado de plasticificación en el que se encuentra el sólido. Así por ejemplo si el origen y la forma ( $\alpha_{ij}$  y  $A_{ijkl}$ ) permanecen constantes respecto de la superficie inicial y sólo varía la tensión de referencia ( $k(\chi)$ ) respecto del parámetro de endurecimiento, éste será isótropo por producirse una simple expansión proporcional del criterio de fallo, por otro lado si la forma y la tensión de referencia ( $A_{ijkl}$  y  $k$ ) permanecen constantes y es el origen ( $\alpha_{ij}(\chi)$ ) el que varía, el endurecimiento será cinemático. Como se citó antes, los modelos de simulación de la madera se diseñan bajo condiciones de endurecimiento anisótropo en el que hay un cambio de forma ( $A_{ijkl}(\chi)$ ) y tamaño ( $k(\chi)$ ) por lo que las funciones que describen el endurecimiento de la madera adquieren por lo general tener la siguiente formulación:

$$f = (\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, A_{ijkl}(\chi), k(\chi)) = 0 \quad (2.83.)$$

### 4.5.3. Regla de flujo

La *regla de flujo* permite relacionar la deformación plástica que se producirá en cada estado de tensión una vez rebasado el límite elástico. Por tanto, se puede resumir que la superficie inicial de plasticidad permite conocer en qué situaciones se rompe la linealidad material para entrar en un comportamiento plástico, la regla de endurecimiento posibilita determinar la evolución de la plasticidad pudiendo predecir una vez rebasado el límite elástico bajo qué estados tensionales existe ó no plasticidad mientras que la regla de flujo permite establecer una ley constitutiva plástica al relacionar la deformación plástica que se producirá en cada estado de tensiones.

Pese a que no es posible establecer una ley constitutiva lineal como en el comportamiento elástico ésta si puede ser expresada como una función diferencial lineal de tal forma que la deformación diferencial total  $(d\varepsilon)$  de un material que ha entrado en estado de plasticidad puede concebirse como el resultado de agregarle a una componente diferencial de deformación elástica  $(d\varepsilon)^e$  una diferencial de deformación plástica  $(d\varepsilon)^p$  por lo que la ley de Hooke generalizada podría modificarse de la siguiente forma a esto se le llama *descomposición aditiva de la deformación*:

$$(d\varepsilon) = (d\varepsilon)^e + (d\varepsilon)^p = (f) \cdot (d\sigma) + (d\varepsilon)^p \quad (2.84.)$$

Siendo  $(f)$  la matriz de flexibilidad del material. En vista de ello obviamente será necesario integrar todos los incrementos de deformación que se produzcan para poder conocer la deformación total.

Cabe recordar que en la teoría clásica de plasticidad, es conveniente en numerosas ocasiones expresar las leyes constitutivas de los materiales según relaciones de carga uniaxiales, por lo es necesario introducir el concepto de *tensión efectiva o equivalente*  $(\bar{\sigma})$  como aquel estado de tensión uniaxial que representa el estado de esfuerzo multiaxial  $(\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2}$ ; siendo  $J_2$  el segundo invariante del tensor desviador de tensión) y de forma totalmente análoga se define la *deformación efectiva o equivalente*  $(\bar{\varepsilon})$  y la *deformación plástica efectiva o equivalente*  $(\bar{\varepsilon}^p)$ . De

esta manera puede definirse el *módulo plástico* ( $H'$ ) como aquel que relaciona la tensión equivalente con la deformación plástica equivalente.

La componente diferencial plástica de deformación puede a su vez ser desglosada en cada momento como la diferencial de una función de plasticidad ( $f$  ó  $q$ ) respecto del estado tensional que le da la dirección al vector deformación plástica ( $\frac{\partial f \text{ ó } q}{\partial \sigma} = \text{vector de flujo} = a$ ) multiplicada por un parámetro que determine la cantidad de deformación plástica en cada punto, es decir que le da la magnitud al vector (*el multiplicador plástico o parámetro de consistencia*  $=\lambda$ ). Si esa función ( $f$  ó  $q$ ) es la misma que la empleada para determinar la superficie inicial de plasticidad la función se denomina igualmente *función o criterio de plasticidad*, se denota como ( $f$ ) y se dice que la *ley de flujo es asociada* (lo más habitual en madera), mientras que si se utiliza un criterio diferente al inicial la función se llama *función de potencial plástico*, se denota como ( $g$ ), y se dice que la *ley de flujo no es asociada*:

$$(d\varepsilon)^p = d\lambda \frac{\partial f \text{ ó } q}{\partial \sigma} = d\lambda a \quad (2.85.)$$

En ambas funciones se debe de verificar la *condición de consistencia* que impone la condición  $df = 0$ , implicando que el estado tensional tridimensional, una vez rebasada la superficie inicial de plasticidad se encuentra en la superficie de plasticidad ( $f^n=0$ , y  $f^{n+1}=0$ , así que  $df = 0$ ) tras cada incremento de carga.

Tras definir la regla de flujo es posible construir un modelo constitutivo elasto-plástico en el que el vector deformación total pueda ser relacionado con el tensor tensión de segundo orden a través de una matriz de rigidez elastoplástica:

$$d\sigma_{ij} = k_{ij}^{ep} d\varepsilon_j \quad (2.86.)$$

Que se determina a partir de la matriz de rigidez elástica, los parámetros indicados en la superficie inicial de plasticidad, el vector de flujo y el módulo plástico.

## 5. Estudio de la madera en la escala masiva

### 5.1. Consideraciones previas

Esta tesis pretende predecir la rotura de vigas de madera de dimensiones comerciales con presencia de nudos al estar solicitadas a flexión, por tanto esta es la escala de objeto de estudio del presente trabajo.

No obstante, de forma similar a los otros niveles de estudio esta labor debe de apoyarse en las teorías precedentes, de hecho el diseño de un modelo de predicción de rotura o de análisis de madera con presencia de defectos pasa precisamente por poder conocer de la manera más fiel posible las características mecánicas y el comportamiento de la madera limpia. Sólo de este modo se puede llegar a analizar coherentemente la influencia que los defectos tienen en la madera permitiendo la generación de un modelo numérico que pueda ser validado con elevada precisión. Actualmente, se puede decir que existen dos posibilidades de análisis de la madera a este nivel:

La primera sería el *análisis ingenieril a efectos de cálculo práctico*, que se apoya en un marco legal consolidado a nivel europeo (UNE 408, 384...) y que dispensa unos procedimientos ampliamente contrastados con la experiencia para el testeo de las propiedades mecánicas de madera estructural posibilitando un uso generalizado y práctico de la madera en el ámbito de la construcción.

Evidentemente los procedimientos que se describen en esta normativa (UNE 408) se llevan a cabo bajo la presunción de que serán realizados para un número elevado de probetas con el fin de obtener información de una población lo suficientemente grande como para poder determinar unos valores característicos y medios de todas las características mecánicas (de acuerdo a los métodos indicados en la norma UNE 384) de forma que se permita obviar el comportamiento de aquellos especímenes similares no utilizados en el ensayo focalizando los test de manera que puedan proporcionar unos valores prácticos a los calculistas.

Este método es muy válido pero indiscutiblemente debe de abarcar la enorme heterogeneidad de la madera de una forma más o menos grosera, pues ante la imposibilidad de

parametrizar de forma práctica y con precisión el comportamiento de la madera bajo la presencia de estos defectos reduce el problema a tareas estadísticas que evalúan aleatoriamente amplias poblaciones de especímenes con defectos imponiendo las medidas características de los conjuntos estudiados.

El segundo enfoque sería el *análisis científico* que posibilita la progresión del anterior y que es naturalmente el que le corresponde a esta tesis. Se basa en la obtención de las características mecánicas de la madera limpia del modo más fiel a la realidad posible abarcando las probetas que constituyen el objeto de ensayo con el fin de estudiar la influencia de estos defectos de modo que puedan ser posteriormente contrastados con los resultados obtenidos en los “test ingenieriles”, que como se expuso anteriormente, incluyen la presencia de estas singularidades.

Desgraciadamente los caminos de determinación de estas propiedades mecánicas en madera limpia con fines científicos no están tan regulados y tipificados como los anteriores.

Consecuentemente en este apartado conviene resumir los parámetros necesarios para generar un modelo fenomenológico de predicción de rotura frágil de ámbito científico y presentar los métodos de ensayo que están regulados para el primer enfoque y aquellos que se suelen utilizar en el segundo (aunque realmente estudien la madera limpia), además en la última sección de este punto se expondrán las principales investigaciones previas realizadas en el campo del análisis de nudos.

## **5.2. Resumen de los parámetros mecánicos necesarios para implementar un modelo ortótropo de simulación de rotura fenomenológica en rango elástico para la madera**

Tal y como se expuso en los apartados precedentes de este capítulo, para poder generar un modelo fenomenológico de predicción de rotura en flexión en tres dimensiones ortótropas, suponiendo que la rotura de los especímenes se produzca en rango elástico será necesario determinar 9 constantes elásticas:



$$E_L, E_R, E_T$$

$$G_{LR}, G_{LT}, G_{RT}$$

$$v_{LR}, v_{LT}, v_{TR} \text{ (recordando que } \frac{v_{TL}}{E_T} = \frac{v_{LT}}{E_L}; \frac{v_{RL}}{E_R} = \frac{v_{LR}}{E_L}; \frac{v_{RT}}{E_R} = \frac{v_{TR}}{E_T} \text{)}$$

Que se ascenderían en caso de considerar las diferencias entre los módulos longitudinales de tracción y compresión.

$$E_{t,L} \neq E_{c,L} \quad ; \quad E_{t,R} \neq E_{c,R} \quad ; \quad E_{t,T} \neq E_{c,T}$$

Así como 12 valores resistentes (10 si solo se estima la diferencia longitudinal):

$$f_{t,L}, f_{c,L}, f_{t,R}, f_{c,R}, f_{t,T}, f_{c,T}, f_{v,LR}, f_{v,LT}, f_{v,RT}$$

$$F_{12}, F_{13}, F_{23}$$

Orientación material necesaria de cada punto de cálculo del sólido:

*Se necesita la orientación de los 3 ejes materiales L, R y T = Se precisa la posición relativa de cada punto de cálculo respecto de la médula para orientar R y T así como la desviación local y global del eje L*

Este modelo no se suele aplicar, puesto que resulta complicado obtener todos estos parámetros, además de situar en cada punto de cálculo del sólido del modelo la orientación de los tres ejes materiales.

### 5.3. Resumen de los parámetros mecánicos necesarios para implementar un modelo transversalmente isótropo de simulación de rotura fenomenológica en rango elástico para la madera

En la gran mayoría de análisis tridimensionales con madera se lleva a cabo esta simplificación, ya que como es conocido las diferencias mecánicas entre los ejes R y T son muy

inferiores a las relativas al eje  $L$  lo cual simplifica en gran medida las cosas, en este caso serán necesarias 5 constantes elásticas:

$$\begin{aligned} &E_0, E_{90} \\ &G_0, G_{90} \\ &\nu_{0,90} \text{ (pues } \nu_{90,90} = \frac{(E_{90} - 2G_{90})}{G_{90}}) \end{aligned}$$

Aunque lo normal es medir  $(\nu_{90,90})$  y estimar  $(G_{90})$  a partir del coeficiente Poisson y el módulo longitudinal en la dirección perpendicular a la fibra. Análogamente, considerando diferencias entre tracción-compresión en el módulo elástico:

$$E_{t,0} \neq E_{c,0} \quad ; \quad E_{t,90} \neq E_{c,90}$$

Así como 7 valores resistentes:

$$\begin{aligned} &f_{t,0}, f_{c,0}, f_{t,90}, f_{c,90}, f_{v,0}, f_{v,90} \\ &F_{12} \end{aligned}$$

Orientación material necesaria de cada punto de cálculo del sólido:

*Basta con orientar el eje  $L$  = Se precisa la posición relativa del eje  $L$  en cada punto de cálculo del sólido*

## 5.4. Resumen de los parámetros mecánicos necesarios para implementar un modelo bidimensional simulación de rotura fenomenológica en rango elástico para la madera

En caso de realizar un análisis plano, se necesitarían 4 constantes elásticas:

$$\begin{aligned} &E_0, E_{90} \\ &G_0 = G \\ &\nu_{0,90} = \nu \end{aligned}$$

Asimismo se puede considerar que:

$$E_{t,0} \neq E_{c,0} \quad ; \quad E_{t,90} \neq E_{c,90}$$

Y 6 valores resistentes:

$$f_{t,0}, f_{c,0}, f_{t,90}, f_{c,90}, f_{v,0} = f_v$$

$$F_{12}$$

Orientación material necesaria de cada punto de cálculo del sólido:

*Basta con orientar el eje L = Se precisa la posición relativa del eje L en cada punto de cálculo del sólido*

## 5.5. Determinación de las propiedades mecánicas de madera con defectos en el ámbito ingenieril europeo: norma UNE 408

La norma UNE EN 408:2004 regula cómo debe de realizarse el ensayo en flexión para la determinación algunas propiedades físicas y mecánicas en madera aserrada y laminada encolada estructural, como son la determinación de sus dimensiones, su humedad, la densidad, el módulo de elasticidad local en flexión, el módulo de elasticidad global en flexión y su resistencia, el módulo de elasticidad transversal longitudinal, el módulo de elasticidad de tracción paralelo y perpendicular a las fibras y su resistencia, el módulo de elasticidad de compresión paralelo y perpendicular a las fibras y su resistencia y la resistencia al esfuerzo cortante.

El método considera a la madera como un material transversalmente isótropo, y sus procedimientos se resumen a continuación:

- a) Determinación de las dimensiones: debe de realizarse con una precisión del 1% a una distancia mínima de 150mm de las testas, si las medidas son irregulares se debe de medir un mínimo de 3 veces.
- b) Determinación de la humedad: se determina a partir de una rebanada excepto en el caso de probetas destinadas a determinación de propiedades perpendiculares donde se realizará en

toda la pieza. Si el ensayo es de flexión, tracción o compresión paralela la rebanada debe de estar lo más próxima posible a la zona de rotura.

- c) Determinación de la densidad: análogo a lo anterior, en caso de probetas para medición de características perpendiculares se determina antes del ensayo a partir de las dimensiones y el peso de las probetas.
- d) Acondicionamiento de los ensayos: se deben realizar en atmósfera de  $20 \pm 2^\circ\text{C}$ , y  $65 \pm 5\%$  de humedad relativa. La probeta está acondicionada cuando en pesadas en pesadas consecutivas en intervalos de 6 horas la masa no difiere en más del 0,1%.
- e) Determinación del módulo de elasticidad longitudinal local en flexión (o simplemente *módulo de elasticidad o M.O.E.*): la probeta que debe de tener las dimensiones mínimas que a continuación se presentan, se somete a la acción de dos cargas puntuales idénticas en los límites del tercio central de la viga de forma que los tercios extremos están sometidos a esfuerzos constantes de valor constante ( $f/2$ ) y aumento progresivo del momento flector (desde 0 en los apoyos hasta  $f/2 \cdot 6h$ ), mientras que el tercio central carece de solicitaciones tangenciales y se somete a un momento flector constante ( $f/2 \cdot 6h$ ). Pueden colocarse unas placas de apoyo y de aplicación de carga de longitudes inferiores a  $h/2$  para disminuir el aplastamiento perpendicular en estas zonas así como unas topes laterales que eviten el vuelco lateral:

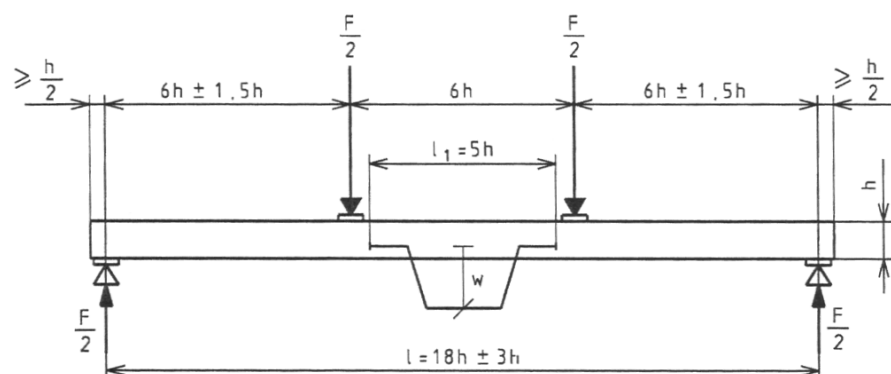


Figura 2.29. Esquema para la determinación del módulo de elasticidad local (UNE 408)

De esta forma se debe de ir incrementando la carga aplicada a velocidad constante no superior a  $0,003 \text{ h mm/s}$  hasta la rotura (de esta forma el ensayo no durará más de  $300 \pm 120$  segundos, por lo que el efecto duración de carga se puede suponer despreciable) en un dispositivo que sea capaz de determinar la acción máxima ( $F_{max}$ ) que debe de ser obtenida a partir de los resultados de un mínimo de 10 probetas.

El dispositivo de ensayo debe de ser apto para medir las cargas con una precisión de un 1% (o 0,1% en cargas un 10% inferiores a la carga de rotura) y una flecha local en el punto medio de la viga respecto de los extremos del tramo  $5 \text{ h}$  central con una precisión de un 1% (o 0,02 mm para flechas inferiores a 2mm).

A partir de las mediciones de carga y flecha en los distintos instantes del ensayo se realiza una gráfica de carga-deformación donde se lleva a cabo un análisis de regresión entre el intervalo  $0,1-0,4 F_{max}$ . Se debe de utilizar el tramo más largo de esta sección que tenga un coeficiente de correlación del 0,99 o superior siempre que comprenda el espacio comprendido entre  $0,2$  y  $0,3 F_{max}$ , de esta forma se delimitan los extremos 1 y 2 de los que se extraerá finalmente el valor de su carga ( $F_1$  y  $F_2$ ) así como su flecha local ( $w_1$  y  $w_2$ ), con estos datos aplicando la resistencia de materiales se deduce que el módulo de elasticidad local ( $E_{m,l}$ ):

$$E_{m,l} = \frac{al^2(F_2 - F_1)}{16I(w_2 - w_1)} \quad (2.87.)$$

Siendo  $a$ , la distancia en mm entre el punto de aplicación de cargas y el apoyo más cercano. Este módulo de elasticidad en ocasiones se denomina *verdadero* por estar exento de de la deformación producida por esfuerzos cortantes.

- f) Determinación del módulo de elasticidad longitudinal global en flexión (o *M.O.E.G.*): de forma totalmente análoga al método descrito anteriormente, con la salvedad de que la flecha global será medida respecto de los apoyos de la pieza, al aplicar la resistencia de materiales la cuantía del módulo de elasticidad global será:

$$E_{m,g} = \frac{l^3(F_2 - F_1)}{bh^3(w_2 - w_1)} \left[ \left( \frac{3a}{4l} \right) - \left( \frac{a}{l} \right)^3 \right] \quad (2.88.)$$

- g) Determinación del módulo de elasticidad transversal longitudinal (o *M.O.E.T.*) mediante el método de la luz única: este método deduce el módulo de elasticidad transversal a partir del módulo de elasticidad local (que se determina según lo dispuesto anteriormente) y el módulo de elasticidad aparente ( $E_{m,ap}$ ) que se cuantifica previamente utilizando la misma probeta empleada para la resolución del módulo de elasticidad verdadero con la salvedad de que en este caso se aplica una carga única sobre una luz muy pequeña ( $5 \cdot h$ ) de acuerdo con el siguiente esquema:

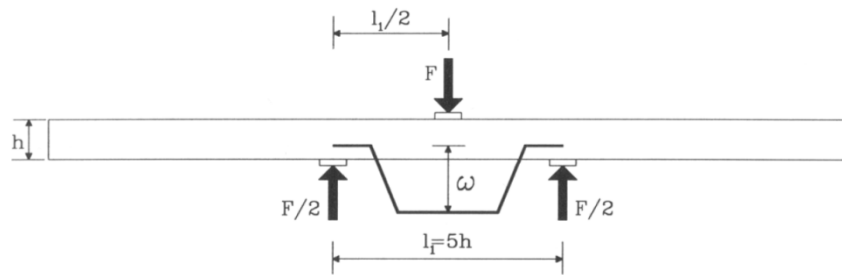


Figura 2.30. Esquema para la determinación del módulo de elasticidad transversal con el método de la luz única según la norma UNE 408 (Argüelles y Arriaga 2000)

De esta forma se debe de cargar a muy baja velocidad ( $0,0002 \cdot h$  mm/s) hasta un valor que no exceda el límite elástico ó dañe la probeta, y de forma análoga a las expuestas anteriormente:

$$E_{m,ap} = \frac{l_1^3 (F_2 - F_1)}{48 I (w_2 - w_1)} \quad (2.89.)$$

Ya que este módulo es medido en la misma probeta y en el mismo tramo que el dispuesto para el  $E_{m,l}$ , se presupone que las diferencias entre ambos son producidas por la influencia de la deformación cortante y es a partir de ella de donde se deduce el módulo de elasticidad transversal:

$$G_0 = \frac{k_G h^2}{l_1^2 \left( \frac{1}{E_{m,ap}} - \frac{1}{E_{m,l}} \right)} \quad (2.90.)$$

Siendo  $k_G = 1,2$  para secciones rectangulares.

- h) Determinación del módulo de elasticidad transversal longitudinal (o *M.O.E.T.*) mediante el método de la luz variable: de forma alternativa a lo descrito anteriormente, puede utilizarse este método para la determinación de esta constante elástica. Cabe destacar que ambos métodos pretenden proporcionar precisión a nivel de cálculo práctico por lo que los resultados obtenidos pueden diferir.

Esta técnica trata de obtener  $G$  a partir de la obtención de varios módulos de elasticidad aparente para varias luces dentro de la misma probeta de la misma forma que lo enunciado en el punto precedente. Se deben de elegir al menos 4 luces para cada viga de manera que tengan aproximadamente incrementos iguales de  $(h/l^2)$  siempre dentro de un rango de entre 0,0025 y 0,035 m/m. De esta forma para cada luz se pueden obtener dos valores ( $1/E_{m,ap}$  y  $(h/l)^2$ ) que se representan en una gráfica obteniendo una recta de pendiente ( $k_l$ ) que determina el módulo de elasticidad transversal mediante la siguiente expresión:

$$G_0 = \frac{k_G}{k_l} \quad (2.91.)$$

Donde  $k_G = 1,2$  para secciones rectangulares.

- i) Resistencia a flexión (o *módulo de rotura o M.O.R.*): para la determinación de la resistencia a flexión lógicamente se utiliza la carga de rotura obtenida en los ensayos a flexión de forma que:

$$f_m = \frac{aF_{max}}{2W} \quad (2.92.)$$

Siendo  $W$  el módulo resistente de la sección.

- j) Determinación de la resistencia y el módulo de elasticidad de tracción paralelo a la fibra: la probeta en este caso es fijada a una máquina de carga a través de mordazas en sus extremos de forma que pueda ejercerse un axil de tracción. La longitud libre entre mordazas debe de ser como mínimo 9 veces la mayor dimensión de la sección transversal ( $h$ ). La deformación se mide respecto de una longitud mínima ( $l_1$ ) de  $5 \cdot h$  colocando un extensómetro en cada una de las caras del espécimen de forma que puedan reducirse al máximo los errores debidos a la distorsión de la muestra, de esta forma aplicando la resistencia de materiales:

$$E_{t,0} = \frac{l_1(F_2 - F_1)}{A(w_2 - w_1)} \quad (2.93.)$$

Evidentemente, llevando el ensayo hasta la rotura en un intervalo de tiempo de  $300 \pm 120$  segundos se obtiene la resistencia a la tracción longitudinal:

$$f_{t,0} = \frac{F_{max}}{A} \quad (2.94.)$$

- k) Resistencia a compresión y módulo elástico en compresión paralela a la fibra: de forma análoga, pero la distancia entre cargas debe de ser en este caso 6 veces la menor de las dimensiones de la sección transversal ( $b$ ), y basta con colocar 2 extensómetros en 2 caras de la sección dispuestos en el tramo central de la muestra abarcando una distancia ( $l_1$ ) de  $4 \cdot b$  de esta forma:

$$E_{c,0} = \frac{l_1(F_2 - F_1)}{A(w_2 - w_1)} \quad (2.95.)$$

$$f_{c,0} = \frac{F_{max}}{A} \quad (2.96.)$$

- l) Ensayo de las propiedades en la dirección perpendicular a la fibra: las probetas deberán tener las siguientes dimensiones:

Características de la probeta						
Madera estructural			Madera laminada encolada			
$b(\text{mm})$	$h(\text{mm})$	$l(\text{mm})$	Volumen	$b \times l (\text{mm}^2)$	$b$ mínimo(mm)	$h(\text{mm})$
<b>Tracción</b>						
45	180	70	0,01 m <sup>3</sup>	25 000	100	400
<b>Compresión</b>						
45	90	70	–	25 000	100	200

Figura 2.31. Características de las probetas para la determinación de las propiedades perpendiculares (UNE 408)

La probeta se coloca verticalmente y se ejerce un axil de compresión o tracción a través de unas placas de acero. En el caso de la tracción estas placas se encolan a la probeta con un adhesivo. Las deformaciones se miden sobre un tramo centrado de longitud ( $h_0$ ) aproximadamente igual a  $0,6 \cdot h$ , colocando dos extensómetros, uno en cada cara. De esta forma:

$$f_{t,90} = \frac{F_{t,90,max}}{bl} ; f_{c,90} = \frac{F_{c,90,max}}{bl}$$



$$E_{t,90} = \frac{h_0(F_2 - F_1)}{bl(w_2 - w_1)} ; E_{c,90} = \frac{h_0(F_2 - F_1)}{bl(w_2 - w_1)} \quad (2.97.)$$

Siendo  $F_2$  y  $F_1$  el 40% y el 10% de  $F_{max}$  respectivamente, y  $w_2$  y  $w_1$  las deformaciones obtenidas en dicho intervalo. Cabe destacar que en el ensayo de compresión perpendicular la rotura no se produce de manera muy evidente por lo que es necesario definir un valor de carga de rotura estimada  $F_{c,90,max,est}$ . De esta manera se calcula  $0,1 F_{c,90,max,est}$  y  $0,4 F_{c,90,max,est}$  sobre la gráfica carga-deformación, y se traza la línea 1 y la 2, (ver figura) paralela a la anterior pasando por el punto  $w = 0,01 h_0$ . Se adopto como  $F_{c,90,max}$  el punto de intersección de la curva con la recta 2. Si este valor se encuentra dentro del  $\pm 5\% F_{c,90,max,est}$ , entonces puede utilizarse para determinar la resistencia a compresión, en caso contrario se repite el proceso con otro valor estimado hasta que se cumpla:

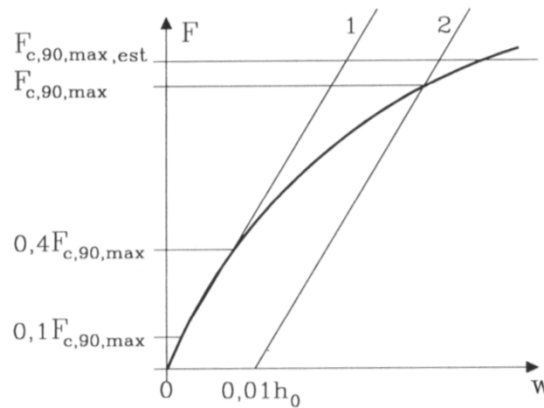


Figura 2.32. Esquema para la determinación de la fuerza máxima a compresión perpendicular (Argüelles y Arriaga 2000)

m) Ensayo de resistencia al deslizamiento (cortante): este ensayo permite obtener la resistencia a cortante, provocado por un esfuerzo de deslizamiento de las fibras en un plano paralelo a la dirección de las fibras. La probeta debe de tener unas dimensiones  $l = 300 \pm 2mm$ ;  $b = 32 \pm 1mm$ ;  $h = 55 \pm 1mm$ . El espécimen se encola a unas placas de acero con espesor de 10mm, que permite someter la pieza a un esfuerzo de compresión ( $F$ ), que provoca un esfuerzo rasante en la madera tal como se indica en la siguiente figura:

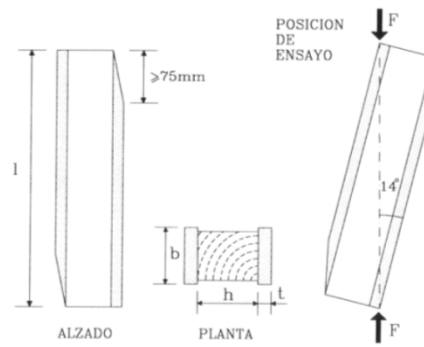


Figura 2.33. Esquema para la determinación de la resistencia al cortante longitudinal (Argüelles y Arriaga 2000)

De esta forma:

$$f_{v,0} = \frac{F_{max} \cos 14}{bl} \quad (2.98.)$$

## 5.6. Aplicación de la teoría de resistencia de materiales sobre las deformaciones producidas en el ensayo a flexión según la norma UNE 408 dentro del rango elástico

De los fundamentos presentados acerca del ensayo a flexión según la norma UNE 408 se deduce que el test consiste *en un ensayo a flexión en 4 puntos* por lo que obviamente la parte central de la viga se encuentra sometida a flexión pura, mientras que los tercios extremos se solicitan a flexión simple.

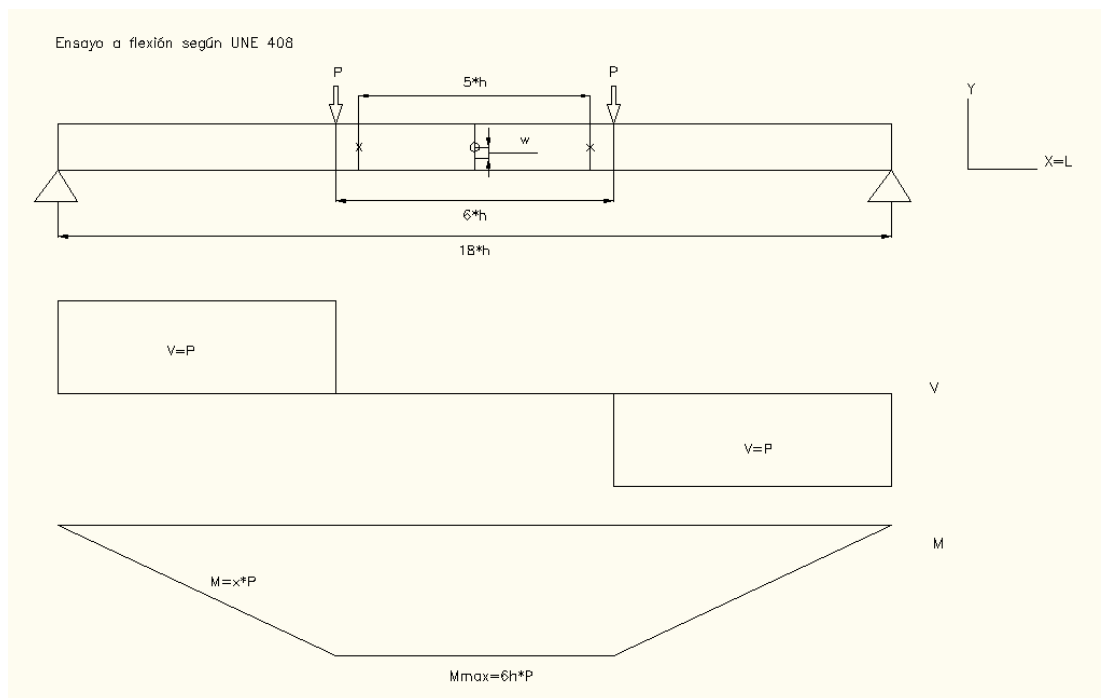


Figura 2.34. Diagrama de esfuerzos cortantes y momentos flectores en el ensayo a flexión según la norma UNE 408 (E.P.)

## 5.6.1 Tensiones y deformaciones considerando el ensayo como una flexión pura

Una viga en flexión pura entra en curvatura al ser cargada transversalmente, porque unas fibras se acortan mientras que otras se alargan. Tal como se muestra en la siguiente figura, se supone que la flexión simple produce una curvatura ( $\rho$ ) en la fibra neutra, y las secciones sufren únicamente una traslación y una rotación a lo largo de ésta, pero siguen siendo planas (hipótesis de Bernoulli):

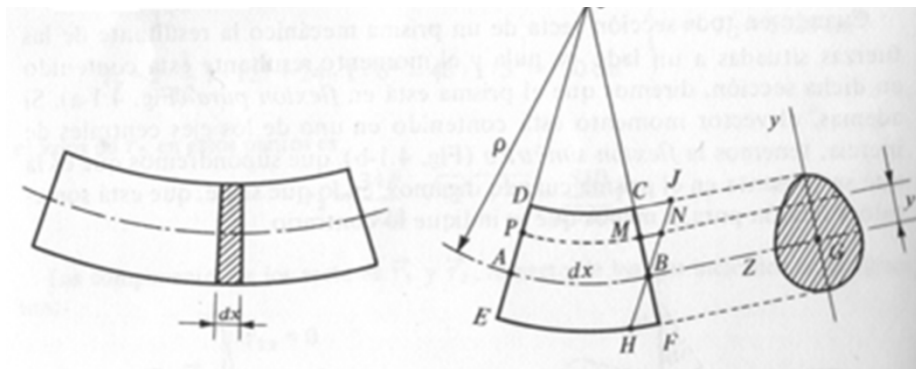


Figura 2.35. Deformación en la flexión pura (Ortiz 1980)

Por simple deducción geométrica, por semejanza de triángulos se obtiene que:

$$\frac{\overline{MN}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{MB}}{\overline{AO}}$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{y}{\rho}$$

Así:

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} = \frac{y}{\rho}$$

Por supuesto:

$$\frac{\sigma}{y} = \frac{E_0}{\rho} = cte \quad (2.99.)$$

Se deduce:

$$\sigma = cte y$$

Que la tensión a lo largo de una sección es directamente proporcional a la distancia respecto de la fibra neutra (ley de Navier).

$$\frac{1}{\rho} = \frac{cte}{E_0} \quad (2.100.)$$

Que cuanto menor sea la rigidez mayor será la curvatura. Para que exista un equilibrio de momentos en la sección, el sumatorio de los momentos de las tensiones axiales debe de ser nulo, utilizando la ley de Navier se deduce fácilmente que:

$$\sigma = \frac{M}{I} y \quad (2.101.)$$

De esta forma se puede relacionar la curvatura con el momento flector y la inercia:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E_0 I} \quad (2.102.)$$

Evidentemente, cuanto mayor sea el momento y menor la rigidez y la inercia mayor será la curvatura. Resulta también intuitivo que la flecha y los giros que se produzcan en cada punto de la viga estarán relacionados con la curvatura que esta tenga, así es posible relacionar la flecha en cada punto con el momento flector la inercia y la rigidez:

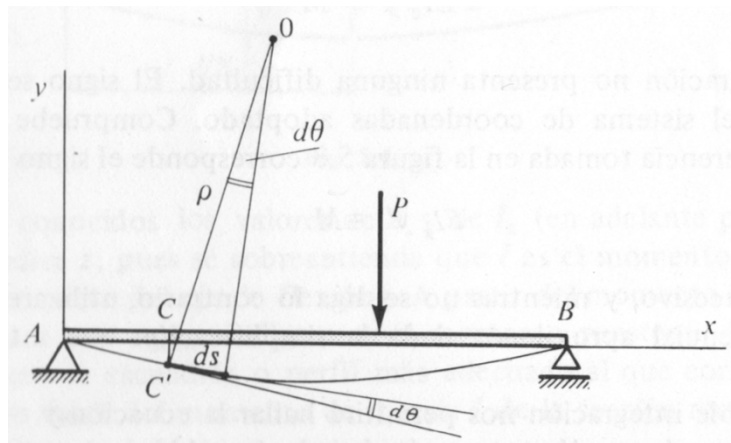


Figura 2.36. Componentes de la curva elástica (Ortiz 1980)

En la curva que adquiere la viga de la figura:

$$\rho d\theta = ds$$

Así que:

$$1/\rho = d\theta/ds$$

Como a los incrementos de  $ds$  les corresponden incrementos negativos de  $d\theta$ , conviene cambiar el signo:  $1/\rho = -d\theta/ds$ . Si las deformaciones son pequeñas  $ds \cong dx$  y  $\theta \cong tg\theta = dy/dx$ , por tanto:

$$\frac{1}{\rho} \cong -\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{E_0I} \quad ; \quad y = w = flecha = -\iint \frac{M_x}{E_0I} dx$$

Constituyendo la ecuación diferencial de la línea elástica. Y:

$$\frac{dy}{dx} = tg\theta \cong \theta = giros; \quad \theta = \varphi = -\int \frac{M_x}{E_0I} dx$$

De esta manera resulta trivial la integración de las ecuaciones de los momentos flectores para el cálculo de las flechas y los giros de una viga durante el ensayo EN 408:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx}_{x=(0,a)} E_0I &= -\frac{Px^2}{2} + C_1 \\ \frac{dy}{dx}_{x=(a,l-a)} E_0I &= -Pax + C_2 \\ y_{Mx=(0,a)} E_0I &= -\frac{Px^3}{6} + C_1x + C_3 \\ y_{Mx=(a,l-a)} E_0I &= \frac{-Pax^2}{2} + C_2x + C_4 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que  $\varphi_{x=l/2} = 0$ ;  $w_{x=0} = 0$  y que obviamente cuando  $x = a$ , los giros y las flechas deben de ser idénticos para ambas ecuaciones:

Los ángulos de giro:

$$\begin{aligned} \varphi_{x=(0,a)} &= \frac{P(al - a^2 - x^2)}{2E_0I} \\ \varphi_{x=(a,l-a)} &= \frac{Pa(l/2 - x)}{E_0I} \end{aligned}$$

La ecuación de la elástica:

$$\begin{aligned}
 y_{Mx=(0,a)} &= -\frac{Px(3al - 3a^2 - x^2)}{6E_0I} \\
 y_{Mx=(a,l-a)} &= -\frac{Pa(3lx - 3x^2 - a^2)}{6E_0I} \\
 y_{M \text{ max cuando } x=l/2} &= -\frac{Pa(3l^2 - 4a^2)}{24E_0I} \quad (2.103.)
 \end{aligned}$$

### 5.6.2 Tensiones y deformaciones considerando el efecto del cortante

En este caso sigue siendo válida la hipótesis de Navier de distribución de las tensiones normales. Como es sabido, cuando una fracción de viga se encuentra sometida a un momento variable existe una desigualdad de fuerzas horizontales causada por el distinto valor de tensiones normales en ambas caras, que provoca la aparición de unas tensiones tangenciales rasantes que permiten equilibrar la situación:

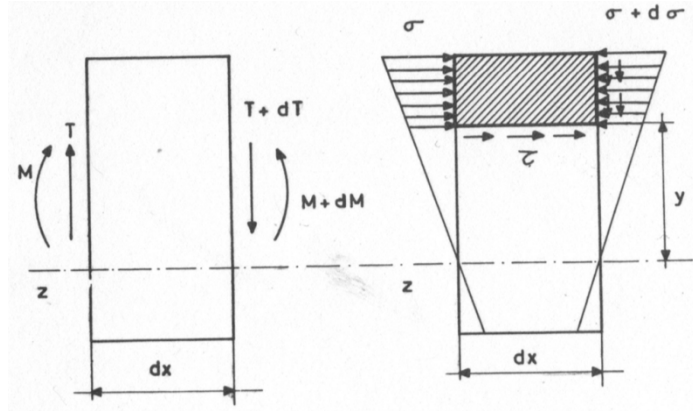


Figura 2.37. Tensiones cortantes en la flexión simple (Ortiz 1980)

Las variaciones entre sollicitaciones axiales serán mayores cuanto mayor sea la fracción considerada, es decir cuanto más se acerque esta a la fibra neutra, de ahí que la distribución de tensiones tangenciales difiera completamente de la propia para las tensiones normales, según la fórmula de Colignon:

$$\tau = \frac{Vm}{bI} \quad (2.104.)$$

Siendo  $m$  el *momento estático de la sección* o momento de primer orden, en secciones rectangulares, toma un valor de  $m = b/2(\frac{h^2}{4} - y^2)$  y el momento de segundo orden o momento de inercia  $I = bh^3/12$ , substituyendo:

$$\tau = \frac{3V}{2A} \frac{h^2 - 4y^2}{h^2} \quad (2.105.)$$

Distribución parabólica en la que resulta vital la diferencia entre  $h - y$  marcada por el momento estático. Se deduce pues, que el esfuerzo rasante es máximo en la fibra neutra  $\tau = \frac{3V}{2A}$  y mínimo en las secciones extremas  $\tau = 0$ . Obviamente la reciprocidad de las tensiones tangenciales necesarias para el equilibrio de momentos sugiere que actúa en cada punto de la sección considerada una tensión tangencial de cortadura idéntica a la tensión rasante correspondiente, por lo que la fórmula de Colignon es igualmente válida para el cálculo de las tensiones tangenciales paralelas a la sección transversal.

La deformación es similar a la producida en el caso más simple, con la salvedad de que la distribución desigual de las tensiones tangenciales produce un alabeo de las secciones:

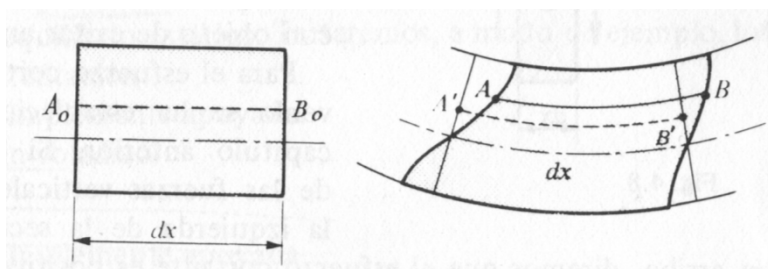


Figura 2.38. Deformaciones en la flexión simple (Ortiz 1980)

Puede apreciarse en la figura la deformación que tendrían las secciones en caso de producirse únicamente flexión pura (secciones permanecen planas) sin embargo, en la flexión simple se produce un alabeo de las mismas, por lo que no continúan planas. No obstante admitiendo el principio generalizado de Navier-Bernouilli, se considera que no existe variación relativa entre alabeos de secciones próximas, por lo que la deformación que se produciría en la fibra ( $A_0 - B_0$ ) debido únicamente al efecto de un momento ( $A' - B'$ ) es idéntica a la que se produce con efecto de cortante ( $A - B$ ), por ello la aplicación de la ecuación diferencial de la elástica se considera igualmente válida.

De todas formas, a la deformación producida por el momento es necesario añadirle la flecha adicional que produce en la distorsión:

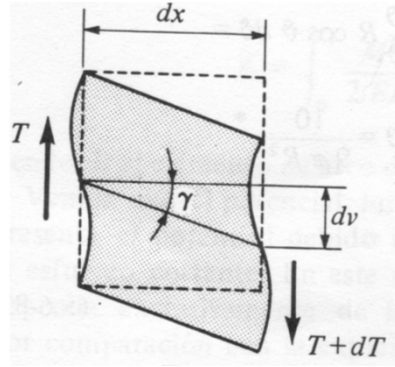


Figura 2.39. Influencia de la distorsión en la curva elástica (Ortiz 1980)

Como se observa en la figura la flecha adicional provocada por la distorsión resulta:

$$dv = dy_v = tgydx$$

Para pequeños ángulos:

$$dy_v = \gamma dx$$

Teniendo en cuenta

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} = \frac{T}{A_1 G_0}$$

Siendo  $A_1$  la *sección reducida*, área ficticia que se manteniéndose plana por estar solicitada por un valor medio de tensión tangencial de forma que el potencial interno es similar al que se produciría con la distribución de solicitaciones tangenciales variables. Para áreas rectangulares toma un valor de  $A_1 = \frac{5}{6} A$ .

Se obtiene pues que:

$$dy_v = \frac{6}{5} \frac{T}{AG_0} dx$$

Considerando que  $Tdx = dM$ , y el signo de la deformación:

$$y_v = - \int_{x=0}^{x=x} \frac{6}{5} \frac{M_x}{AG_0} = - \frac{6}{5} \frac{(M_x - M_0)}{AG_0}$$



Como la viga se encuentra articulada,  $M_0 = 0$ , la flecha adicional producida por las distorsiones en el primer tramo de la probeta de ensayo será:

$$y_{V_{x=(0,a)}} = -\frac{6}{5} \frac{Px}{AG_0}$$

Superponiendo los efectos, la flecha total en el tramo  $x = (0, a)$ :

$$y_{x=(0,a)} = -\frac{Px(3al - 3a^2 - x^2)}{6E_0I} - \frac{6}{5} \frac{Px}{AG_0} \quad (2.106.)$$

Y el tercio central, pese a que carece de esfuerzos cortantes, se debe de cumplir en el punto de aplicación de carga  $x = a$  que la flecha es idéntica por ambos lados así que se deberá adicionar a la flecha acumulada por el efecto de las sollicitaciones tangenciales:

$$y_{V_{x=(0,a)}} = -\frac{6}{5} \frac{Pa}{AG_0}$$

Finalmente:

$$y_{x=(a,l-a)} = -\frac{Pa(3lx - 3x^2 - a^2)}{6E_0I} - \frac{6}{5} \frac{Pa}{AG_0} \quad (2.107.)$$

Cabe destacar que en la mayoría de materiales la relación  $E_0/G_0$  es baja, (p.ej. acero=2,6), implica gran rigidez angular, por lo que la distorsión es pequeña en relación a la variación longitudinal de las fibras, sin embargo en materiales como la madera en la que  $E_0/G_0 \cong 16$  para coníferas, la rigidez angular  $G_0$  es baja en relación a la longitudinal, por ello las deformaciones producidas por las sollicitaciones tangenciales no resultan nada despreciables.

## 5.7. Comportamiento tensional de la madera durante la realización del ensayo a flexión según la norma UNE 408 hasta su rotura

En cuanto a las tensiones axiales que se producen en el tercio central de una pieza de madera limpia, teniendo en cuenta los diagramas tensión-deformación uniaxiales expuestos anteriormente, se pueden discernir 3 fases diferenciadas hasta que se produce la rotura:

La primera fase comprende los primeros estadios de carga en el que los valores máximos de compresión de las fibras extremas de la sección se encuentran por debajo del límite de proporcionalidad. En esta situación se presupone lógicamente una configuración tensional linealmente creciente y uniaxial de tracción para aquellas fibras situadas inferiormente respecto de la fibra neutra y de compresión para las fibras situadas en la parte superior. Sin embargo a diferencia de otros materiales, ya que el módulo de elasticidad longitudinal es inferior en compresión que en tracción, se produce una diferencia entre pendientes en la distribución de tensiones (menor pendiente para tensiones de compresión) lo cual implica que para que exista un equilibrio de momentos debe de existir un descenso de la fibra neutra de manera que se igualen los volúmenes de tensiones. Es decir que hay menos fibras traccionadas que comprimidas y éstas se encuentran sometidas a mayores tensiones, sin embargo son las fibras comprimidas las que experimentan una mayor deformación unitaria:

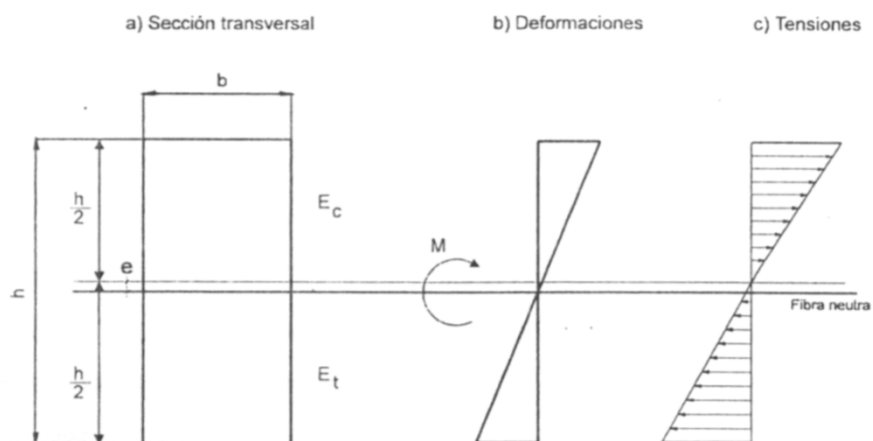


Figura 2.40. Distribución de tensiones axiales en la primera fase del ensayo a flexión (Argüelles 1994)

Aplicando la teoría de resistencia de materiales, se deduce que para que se equilibren los volúmenes de tensión la relación entre la excentricidad y el canto debe de satisfacer la siguiente ecuación:

$$\frac{e}{h} = \frac{\sqrt{E_t}}{\sqrt{E_t} + \sqrt{E_c}} - 0,5 \quad (2.108.)$$

De ella se deduce que normalmente la excentricidad en tramo elástico suele adoptar valores entrono al 3-4% del canto de la pieza.

La segunda fase se inicia cuando las fibras más comprimidas rebasan el límite de proporcionalidad, pues en esta situación admitiendo la hipótesis de Bernouilli de deformación lineal, la distribución de las tensiones de compresión presenta un tramo curvo correspondiente a las fibras que en esa sección ya no se rigen linealmente respecto de las deformaciones (fibras en situación elastoplástica), además obviamente con la entrada en plasticidad de las fibras extremas comprimidas existe una pérdida de rigidez que supone un incremento en la diferencia respecto el comportamiento a tracción por lo que existen aún menos fibras traccionadas (descenso de la fibra neutra), trabajan a mayor tensión, y se deforman mucho menos que las fibras a compresión:

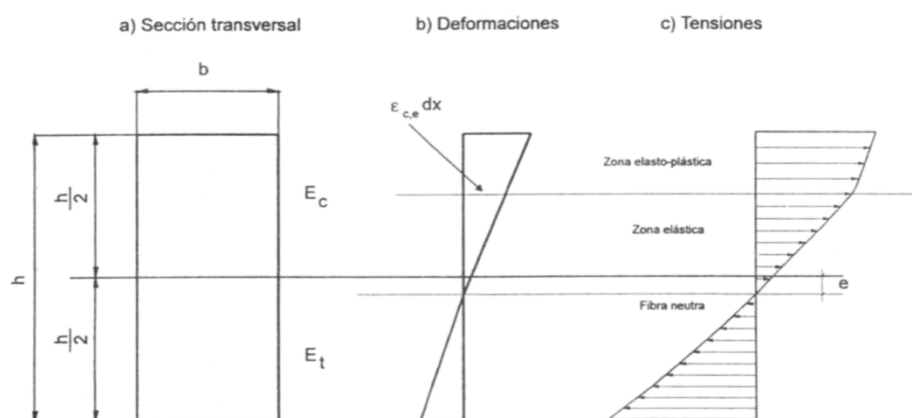


Figura 2.41. Distribución de tensiones axiales en la segunda fase del ensayo a flexión (Argüelles 1994)

La última fase se produce al superar el límite plástico, tras el cual el material entra en fluencia pudiendo concebir esa zona de la probeta como perfectamente plástica. En este punto las fibras extremas comprimidas no pueden trabajar más de lo que lo hacen y se siguen deformando sin que aumente la tensión en ellas, progresivamente más fibras comprimidas van entrando en este estado de fluencia sin embargo la rotura no suele producirse en la parte comprimida pues normalmente no se llega a alcanzar el límite de acortamiento de rotura (por lo general) ya que de forma paralela a este proceso continúa el descenso de la fibra neutra, y mientras que las tensiones en la parte comprimida se encaminan a formar una “distribución rectangular” la zona traccionada sigue reduciéndose y aumentando linealmente su “distribución triangular agudizada” hasta que las fibras extremas alcanzan el pico de tensión de rotura produciéndose de

este modo el fallo de la pieza por tracción aunque su resistencia doble prácticamente a la presentada ante sollicitaciones de compresión.

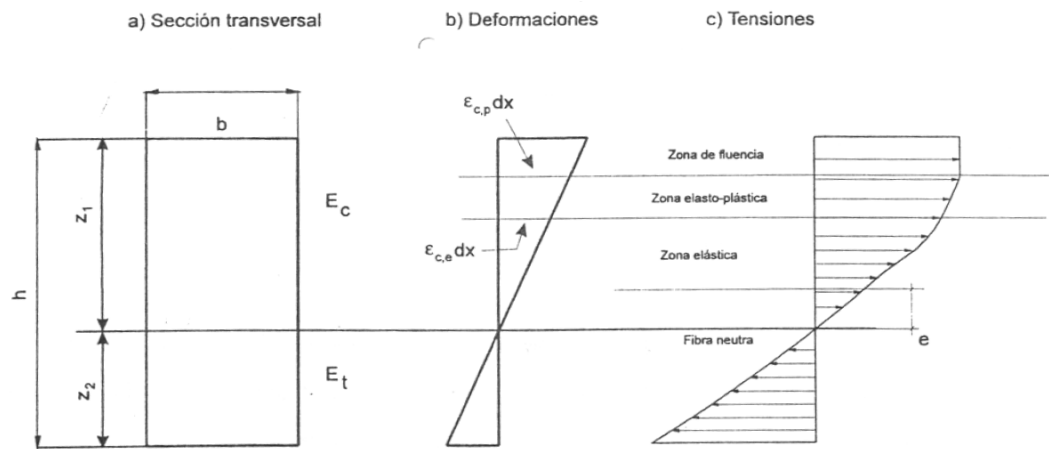


Figura 2.42. Distribución de tensiones axiales en la tercera fase del ensayo a flexión (Argüelles 1994)

Cabe destacar que el comportamiento expuesto hasta el momento es el que se produce en maderas de alta calidad, pues en maderas de una calidad inferior (mayor presencia de defectos), se producen tracciones perpendiculares y roturas parciales que en la mayoría de ocasiones no permiten superar ampliamente el límite elástico.

Algunos autores como por ejemplo M. Brunner, realizaron ensayos de flexión según la norma UNE 408 con distintas calidades para determinar cuáles de ellas superaban la primera fase llegando a presentar un comportamiento plástico en la zona comprimida antes de su rotura tal como se muestra en la siguiente figura, obteniendo los siguientes resultados

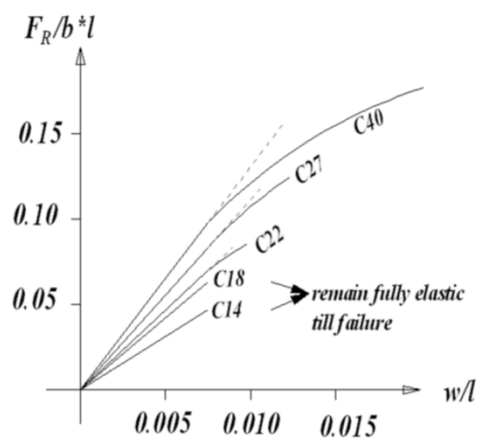


Figura 2.43. Entrada en plastificación de las distintas clases resistentes durante la realización del ensayo a flexión según la norma UNE 408 (Brunner 2004)

De lo que concluyeron que por lo general las calidades C14 y C18 no suelen sobrepasar el límite de proporcionalidad a compresión, por lo que es de esperar que los ensayos de flexión según la norma UNE 408 que se realizan en esta tesis adopten un comportamiento elástico hasta la rotura en la gran mayoría de sus puntos.

## 5.8. Determinación de las propiedades mecánicas de madera limpia en el ámbito científico

De acuerdo a las ideas expuestas a lo largo del estudio de la madera en la escala masiva, y de modo meramente orientativo pues existen múltiples formas de medir los parámetros que a continuación se presentan, se proponen en esta sección una serie de metodologías de ensayos uniaxiales no oficiales muy sencillos que se utilizan en la actualidad para construir modelos transversalmente isótropos (y por reducción bidimensionales también) de predicción de rotura fenomenológica en rango elástico para la madera:

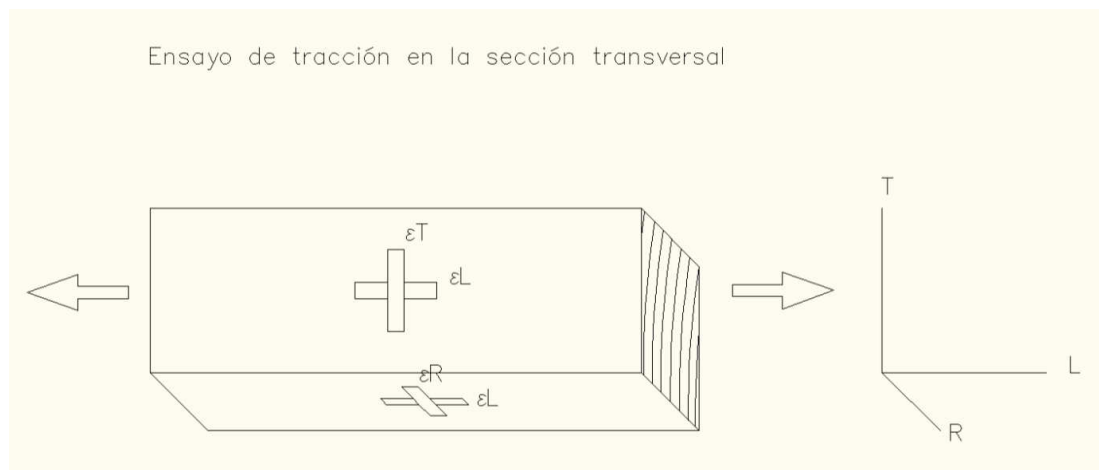


Figura 2.44. Esquema del ensayo a tracción en la sección transversal (Elaboración Propia)

Este ensayo consiste en llevar una probeta cargada axialmente con un esfuerzo de tracción por ambas secciones transversales hasta la rotura, colocando dos rosetas de bandas extensométricas en las secciones principales tal como se muestra en la figura. De este modo se obtiene:

$$E_{t,L} = \frac{\sigma}{\epsilon_L}$$

$$v_{TL} = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L}$$

$$v_{RL} = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_L}$$

$$f_{t,L}$$

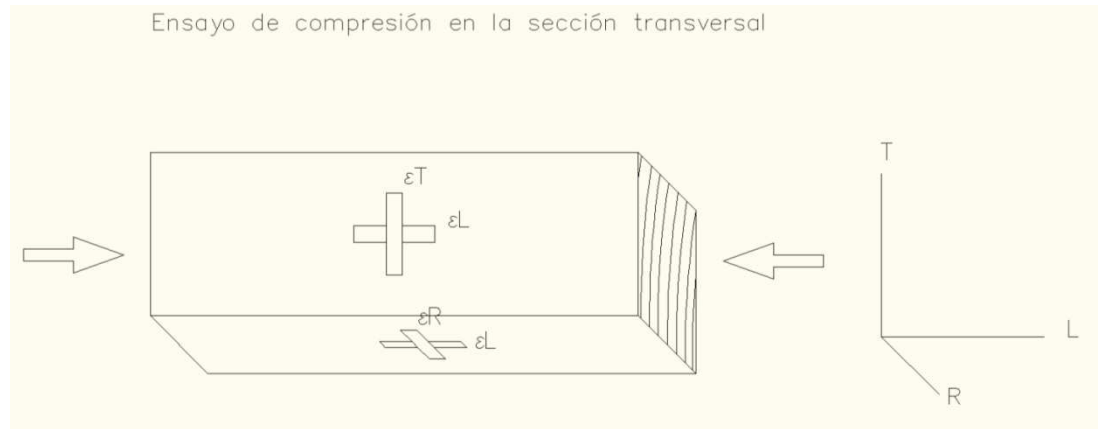


Figura 2.45. Esquema del ensayo a compresión en la sección transversal (Elaboración Propia)

Realizando un ensayo análogo de compresión (y teniendo en cuenta que la respuesta no es lineal hasta la rotura) se obtiene:

$$E_{c,L} = \frac{\sigma}{\varepsilon_L}$$

$$v_{TL} = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L}$$

$$v_{RL} = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_L}$$

$$f_{c,L}$$

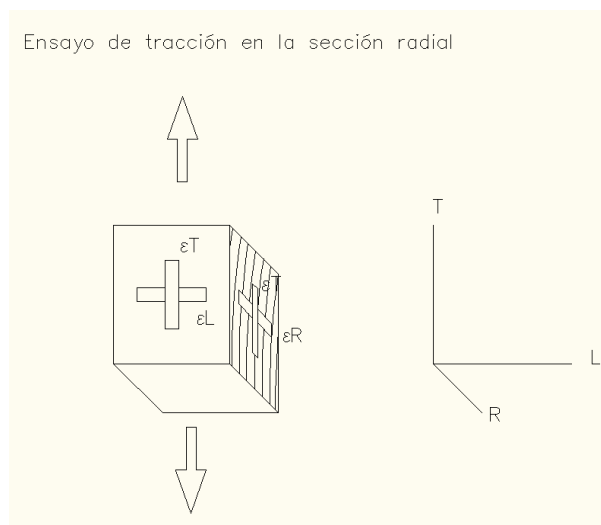


Figura 2.46. Esquema del ensayo a tracción en la sección radial (Elaboración Propia)

Con este test se determina:

$$E_{t,T} = \frac{\sigma}{\varepsilon_T}$$

$$\nu_{LT} = \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_T}$$

$$\nu_{RT} = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_T}$$

$$f_{t,T}$$

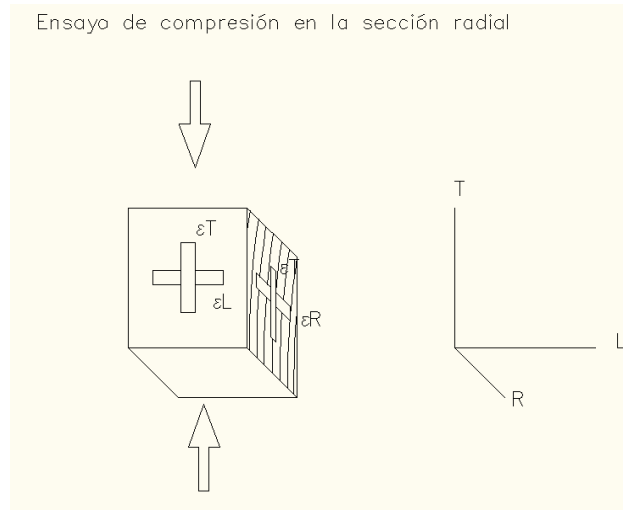


Figura 2.47. Esquema del ensayo a compresión en la sección radial (Elaboración Propia)

Análogamente:

$$E_{c,T} = \frac{\sigma}{\varepsilon_T}$$

$$\nu_{LT} = \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_T}$$

$$\nu_{RT} = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_T}$$

$$f_{c,T}$$

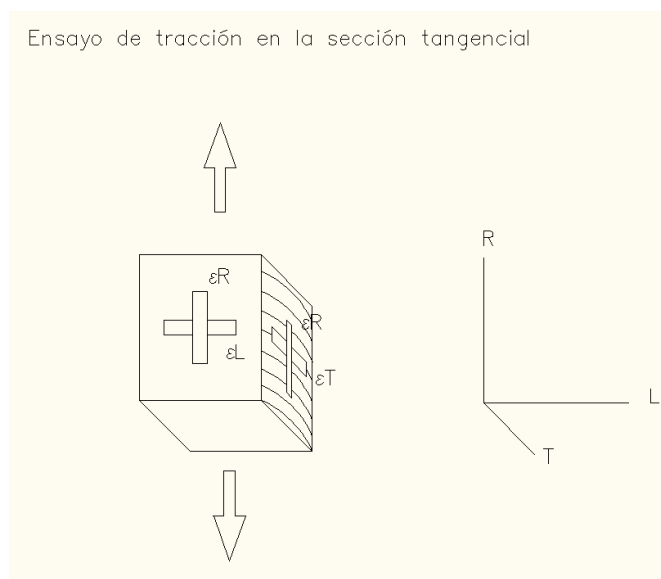


Figura 2.48. Esquema del ensayo a tracción en la sección tangencial (Elaboración Propia)

Este plano permite la obtención de los parámetros relativos al eje radial:

$$E_{t,R} = \frac{\sigma}{\varepsilon_R}$$

$$\nu_{LR} = \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_R}$$

$$\nu_{TR} = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_R}$$

$$f_{t,R}$$

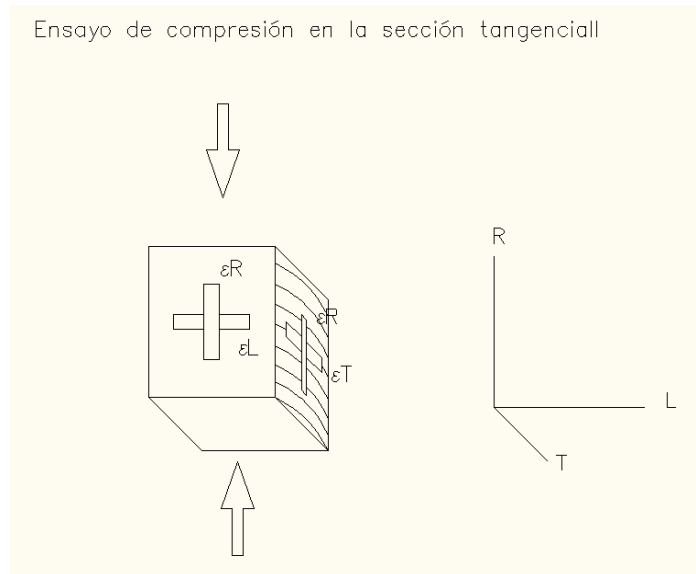


Figura 2.49. Esquema del ensayo a compresión en la sección tangencial (Elaboración Propia)

Obviamente:

$$E_{c,R} = \frac{\sigma}{\varepsilon_R}$$

$$\nu_{LR} = \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_R}$$

$$\nu_{TR} = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_R}$$

$$f_{c,R}$$

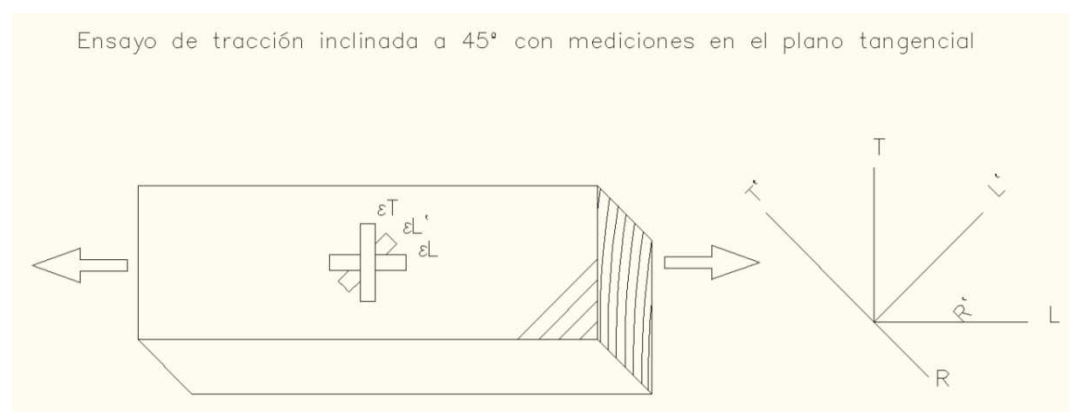


Figura 2.50. Esquema del ensayo a tracción inclinada a 45° con mediciones en el plano tangencial (Elaboración Propia)



En este ensayo la fibra de la madera se encuentra inclinada  $45^\circ$  respecto del eje longitudinal de la pieza ( $L$ ), por lo que se puede definir la localización de los tres ejes de la pieza  $L$ ,  $R$  y  $T$  respecto de los ejes materiales del espécimen  $L'$ ,  $R'$  y  $T'$ . Se coloca en este caso una roseta rectangular (las tres galgas situadas a  $45^\circ$  entre sí) en la sección tangencial de tal forma que se pueda medir las deformaciones en longitud ( $\varepsilon_L$ ) y canto ( $\varepsilon_T$ ) de la pieza, así como el alargamiento unitario de la fibra ( $\varepsilon_L$ ).

Si se tiene en cuenta que el estado tensional es plano, por lo que el tensor deformación admitiendo esfuerzos cortantes idénticos resulta:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_L & \frac{1}{2}\gamma_{LT} \\ \frac{1}{2}\gamma_{LT} & \varepsilon_T \end{pmatrix}$$

Y la matriz de rotación bidimensional:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Aplicando la transformación de coordenadas típica de los tensores, se relacionarán las deformaciones de los ejes materiales respecto de los ejes de la pieza:

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \mathbf{R}\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{R}^T$$

Teniendo en cuenta que  $\theta = 45^\circ$  se deduce que:

$$\gamma_{LT} = 2\varepsilon_{L'} - (\varepsilon_L + \varepsilon_T)$$

Pudiendo obtener por tanto:

$$G_{LT} = \frac{\sigma/2}{\gamma} = \frac{\sigma}{2(2\varepsilon_{L'} - (\varepsilon_L + \varepsilon_T))} \quad (2.109.)$$

Así como el factor de interacción de Tsai Wu tal y como se explicó:

$$F_{12}$$

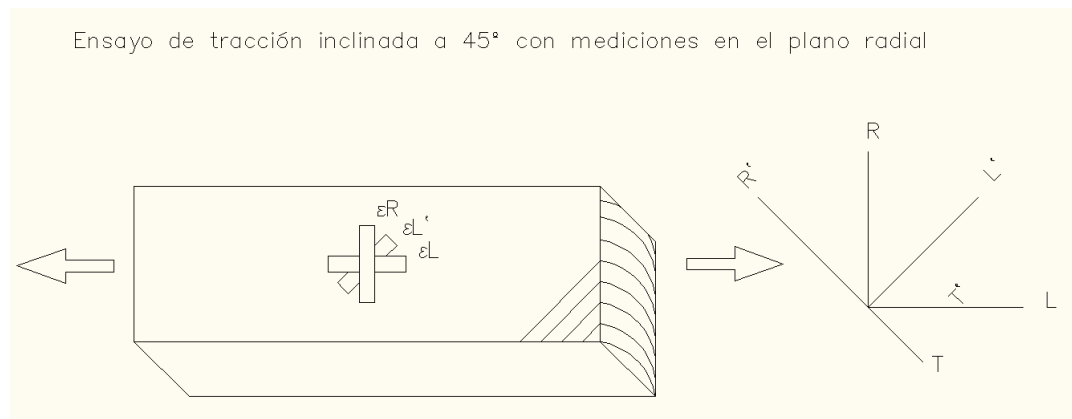


Figura 2.51. Esquema del ensayo a tracción inclinada a 45° con mediciones en el plano radial (Elaboración Propia)

De la misma forma:

$$G_{LR} = \frac{\sigma/2}{\gamma} = \frac{\sigma}{2(2\varepsilon_L' - (\varepsilon_L + \varepsilon_R))}$$

$$F_{12}$$

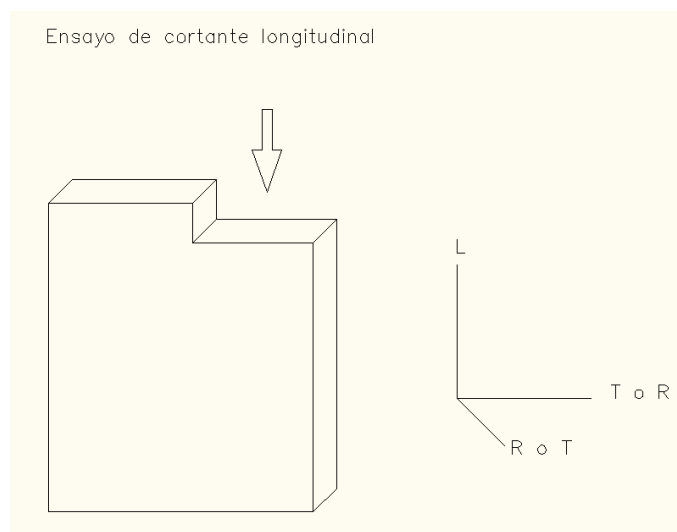


Figura 2.52. Esquema del ensayo a cortante longitudinal (Elaboración Propia)

Se determina:

$$f_{v,0}$$

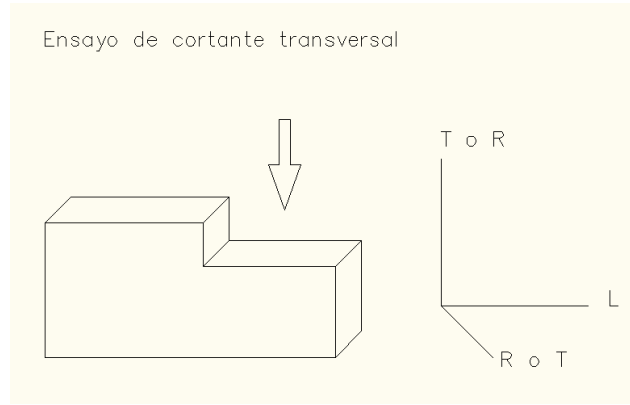


Figura 2.53. Esquema del ensayo a cortante transversal (Elaboración Propia)

Finalmente:

$$f_{v,90}$$

Una vez obtenidos todas estas variables se realizan las simplificaciones y deducciones que correspondan con el fin de disponer de todos los parámetros necesarios para determinar las condiciones materiales del modelo, por ejemplo:

$$\begin{aligned}
 E_{t,0} &= E_{t,L} \\
 E_{c,0} &= E_{c,L} \\
 E_0 &= \frac{E_{t,0} + E_{c,0}}{2} \\
 E_{t,90} &= \frac{E_{t,R} + E_{t,T}}{2} \\
 E_{c,90} &= \frac{E_{c,R} + E_{c,T}}{2} \\
 E_{90} &= \frac{E_{t,90} + E_{c,90}}{2} \\
 G_0 &= \frac{G_{LT} + G_{LR}}{2} \\
 v_{0,90} &= \frac{v_{LT} + v_{LR}}{2} \\
 v_{90,0} &\text{ a partir de } E_0 \text{ y } E_{90} \text{ o } = \frac{v_{TL} + v_{RL}}{2} \\
 v_{90,90} &= \frac{v_{TR} + v_{RT}}{2} \\
 G_{90} &\text{ a partir de } G_{90} + G_{90}v_{90,90} = \frac{E_{90}}{2} \\
 F_{12} \text{ y } F_{32}
 \end{aligned}$$

$$f_{t,0} = f_{t,L} ; f_{c,0} = f_{c,L}$$

$$f_{t,90} = \frac{f_{t,R} + f_{t,T}}{2} ; f_{c,90} = \frac{f_{c,R} + f_{c,T}}{2}$$

$$f_{v,0} ; f_{v,90}$$

Que se podrían reducir fácilmente a un estado tensional plano.

## 5.9. Investigaciones previas sobre la presencia de nudos y la aplicación de la analogía fluida

La presencia de nudos en la madera supone en los mejores casos una *desviación de las fibras* cuando los nudos están sanos, pues el tejido cambial es continuo y parte de las fibras que llegan a esta singularidad colaboran en su crecimiento y las fibras de alrededor que no colaboran deben de “esquivar” este obstáculo:

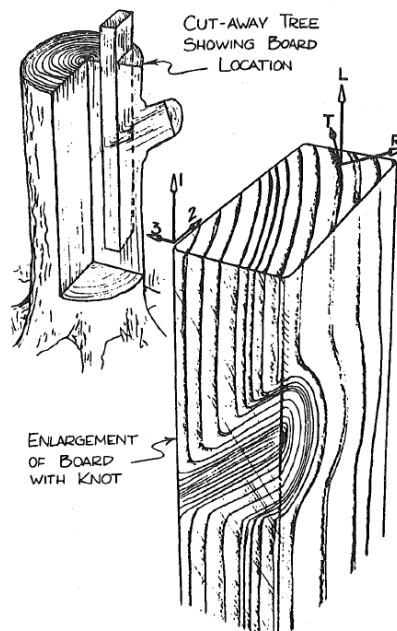


Figura 2.54. Continuidad cambial en el nudo (Cramer et al 1989)

Esta desviación de las fibras supone, que pese a que los posibles esfuerzos de la pieza puedan converger en las direcciones axiales de la misma, las tensiones se trasladarán a través de sus

fibras de forma que una parte del esfuerzo efectivamente se puede atribuir a la dirección axial a las mismas pero existe otra componente que será perpendicular, de ahí que en vigas sometidas a tracción simple, y flexión (con nudos situados en la zona de tracción) sea extremadamente desfavorable su presencia determinando en gran medida la cuantía de la resistencia a la tracción longitudinal y el M.O.R.:

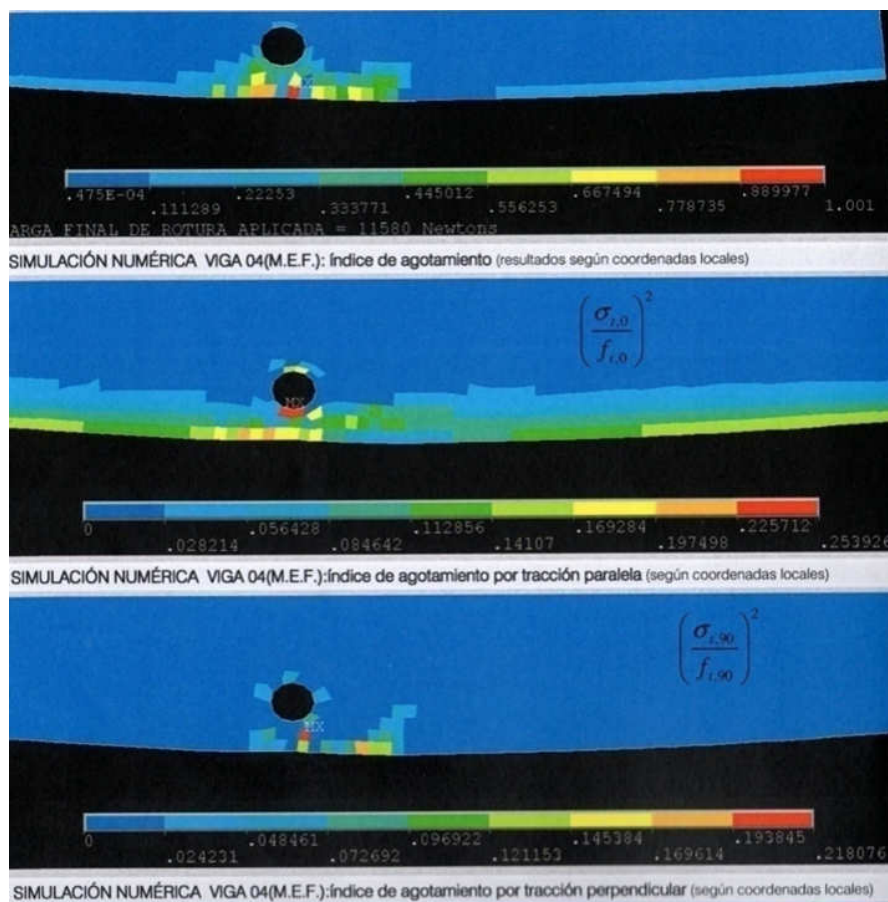


Figura 2.55. Típicos índices de agotamiento en flexión alrededor de los nudos (Baño 2009)

Mientras que en el resto de casos cuando el nudo no está sano todas las fibras de su entorno deben de “envolver” a este obstáculo, y además de la desviación propia de las fibras existe una *discontinuidad material*. Este hecho produce por su parte una reducción de la sección eficaz de la pieza.

Con el fin de analizar la influencia de los nudos en flexión sobre el M.O.R., tras un estudio reciente la doctora V. Baño 2009 simuló su comportamiento llevando a cabo mediciones reales de la desviación de las fibras alrededor del nudo y modelizando éstos bajo tres premisas:

- Siendo un nudo saltadizo: este nudo supone retirar de la simulación la madera del nudo.
- Siendo un nudo adherente: en el que existe continuidad total material.
- Siendo un nudo semiadherente: que se comporta como adherente en compresión pero en tracción existe cierta separación material.

De lo que concluyó que cuando el nudo se encuentra situado en la zona de compresión lo más adecuado es que éste sea adherente, es decir que haya continuidad material, mientras que si va situado en la zona de tracción lo mejor es simularlo como saltadizo, donde su colaboración es despreciada. Numerosos estudios avalan esta teoría, pues de una forma u otra la aparición de los nudos en la zona de tracción se ha comprobado que resulta más acertado reducir la sección eficaz independientemente de si existe o no continuidad material.

Coherentemente, de acuerdo a los resultados obtenidos en investigaciones previas, en esta tesis los nudos en tracción (que son los que efectivamente resultan más desfavorables para la rotura del material) se considerarán como un vacío material, mientras que los nudos en compresión se concebirán con continuidad material.

Sin embargo la presencia de nudos no repercute únicamente en los valores resistentes. En 1981 Phillips determinó que la influencia de los nudos ordenados de mayor a menor sobre las piezas de madera es la siguiente: resistencia a tracción longitudinal, resistencia a flexión (M.O.R.), resistencia a compresión longitudinal, y también módulo de elasticidad longitudinal (M.O.E.). Por tanto, aunque menor, también ejercen una influencia negativa en la rigidez, tal como demostraron los estudios sobre el M.O.E. de Xu en 2002, y los de Gupta en 2004 acerca de su influencia en el módulo de elasticidad transversal.

En cuanto a la cuantificación de la desviación de las fibras alrededor del nudo, existen por lo general 2 enfoques en la comunidad científica:

- a) La desviación se puede determinar mediante *medición empírica*: ya sea con un trazador, con un microscopio, mediante microondas o cualquier otra tecnología. Este método tiene la ventaja de que efectivamente proporciona la desviación real de las fibras en el sentido tangencial a la pieza en el plano de medición, pero presenta numerosas desventajas como por

ejemplo que es muy laborioso ó/y costoso, y en muchas ocasiones proporciona tan solo la desviación en el sentido tangencial en la parte superficial de la la pieza y no no permite conocer nada del interior de la probeta, además este método no permite la discusión de la normativa de clasificación visual desde el punto de vista analítico. Por todo ello los modelos en este campo adoptan simular análisis planos ó idealizaciones tridimensionales sin diferencias radiales. Este hecho penaliza mucho las capacidades analíticas pues implica no poder estudiar desviaciones ni tensiones que se producen a lo largo del borde de la pieza, poder considerar únicamente los nudos pasantes interiores y exteriores y por último concebir que el efecto que los nudos producen en la pieza es causado por la geometría descrita en una de las caras del nudo (o por la media geométrica de ambas caras).

- b) Por otro lado puede determinarse mediante la llamada *analogía fluido-fibra*: este método fue inventado por G. Phillips, J. Bodig y J. Goodman en 1981 y se basa en equiparar la desviación local de las fibras de alrededor de los nudos durante su formación a la trayectoria que seguiría un fluido laminar que tuviese que transcurrir alrededor de estas singularidades u “obstáculos sólidos”. Esta teoría se aplicó únicamente en 2d, y 3d sin diferencias radiales, y se fundamentaba en considerar que las traqueidas durante su fase de formación se dispondrían con la trayectoria que seguiría la savia desde las raíces hasta las copas, con el fin de sufrir las menores pérdidas energéticas posibles en la conducción de la materia alimentaria:

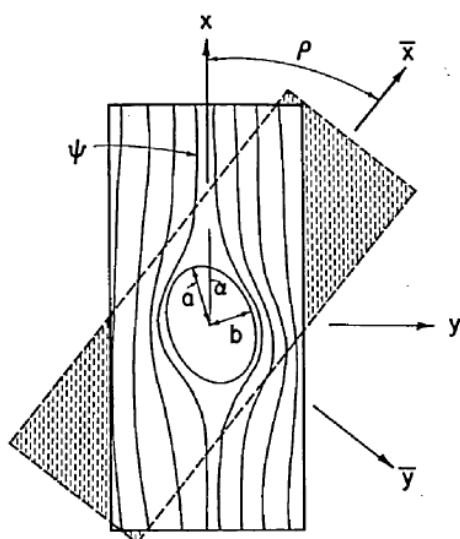


Figura 2.56. Parámetros para la determinación de las líneas de corriente alrededor de un nudo elíptico. (Phillips et al 1981)

De acuerdo a la mecánica de fluidos, la geometría de las líneas de corriente de un fluido laminar que discurre a una velocidad  $v$  alrededor de un sólido elíptico de radios  $a$  y  $b$  que forma un *ángulo de ataque*  $\alpha$  respecto de la dirección principal de la fibra viene definida por una función de corriente  $\Psi$  que en base a las coordenadas elípticas de cada punto  $\xi, \eta$  definidas respecto del centro del nudo y una constante dependiente de la geometría del mismo  $\xi_0 = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{a+b}{a-b} \right)$  es capaz de atribuir la dirección de la velocidad que este fluido tomará en cada punto (es decir la dirección tangente en cada punto a las líneas de corriente) de conformidad con la siguiente expresión:

$$\Psi = v(a + b)\sinh(\xi - \xi_0)\sin(\eta - \alpha) \quad (2.110.)$$

Siendo *senh* el seno hiperbólico. Esta ecuación no produce soluciones directas sino que precisan de procesos numéricos iterativos. De este modo, utilizó una serie de especímenes cuyas caras interiores y exteriores discurrían aproximadamente paralelas al plano tangencial del tronco tal como se muestra en la siguiente figura:

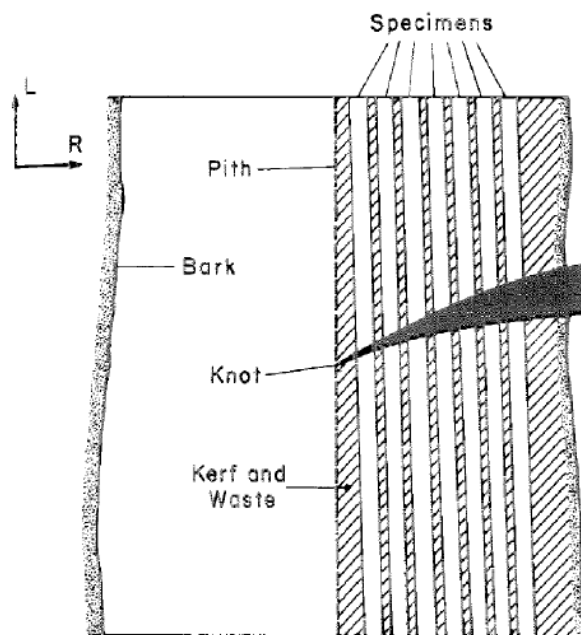


Figura 2.57. Ejemplares utilizados por Phillips et al para la comprobación de la validez de la analogía fluida (Phillips et al 1981)

Y supuso que la distribución de estas líneas de corriente era simétrica en todos los cuadrantes del nudo por lo que se limitó a estudiar un único cuadrante, en el que la geometría de



los elementos del modelo de elementos finitos estaba determinada precisamente por las líneas de corriente de ese nudo:

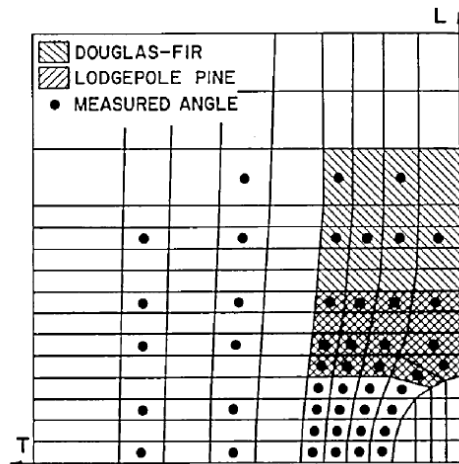


Figura 2.58. Puntos de control de los cuadrantes medidos por Phillips (Phillips et al 1981)

Generando de esta forma modelos bidimensionales y tridimensionales sin estimar diferencias geométricas entre caras (realizaba la media). Adicionalmente midió las desviaciones superficiales en el plano LT y LR de la pieza determinando que la aproximación realizada era muy buena.

Posteriormente se realizaron rigurosos estudios que demostraban que ciertamente la analogía hidráulica proporcionaba buenas aproximaciones de la realidad. Como por ejemplo el llevado a cabo por H. Mihashi, P. Navi y S. Ninoyima en 1999 que tras medir la dirección de la fibra real en la superficie de una probeta paralela al plano tangencial con un microscopio confocal determinaron que la diferencia de la distribución de tensiones perpendiculares a la fibra de especímenes sometidos a tensión simple al utilizar las medidas reales era similar a la que se obtenía utilizando la analogía hidráulica por lo que era una aproximación razonable:

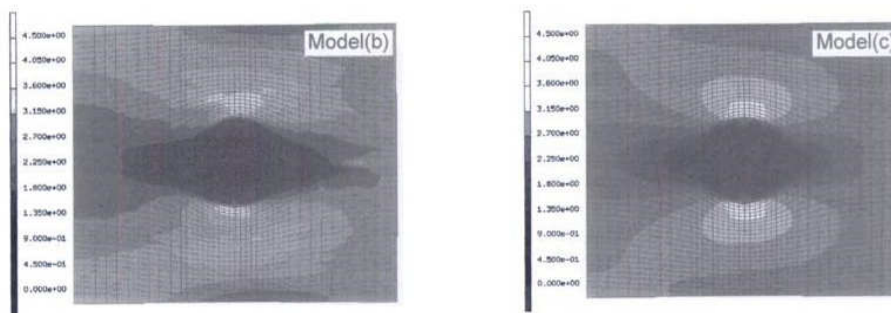


Figura 2.59. Distribución de tensiones perpendiculares en probetas sometidas a tracción simple alrededor del nudo. Modelo b utilizando desviación real (b). Modelo c utilizando desviación fluida (c) (Mihashi et al 1999)

Sin embargo este método presenta también inconvenientes:

- Al igual que en el método de obtención empírica de la desviación, los ejemplares cotejados son siempre nudos pasantes, y la desviación obtenida se aproxima más a la desviación real cuanto más paralelas sean las caras exteriores e interiores de las piezas a los planos tangenciales del árbol, ya que grandes oblicuidades de estos planos les corresponden mayores componentes de desviación “radial”. Lo cual provoca que no puedan ser contrastados analíticamente todos los casos que contempla la normativa de clasificación visual.
- Normalmente el mallado de la pieza se realiza de acuerdo a las líneas de corriente calculadas, de tal forma que la orientación de cada elemento se efectúa asignando el sistema local de coordenadas al establecer un paralelismo con las aristas del elemento, tal como se muestra en los modelos más conocidos en este campo:

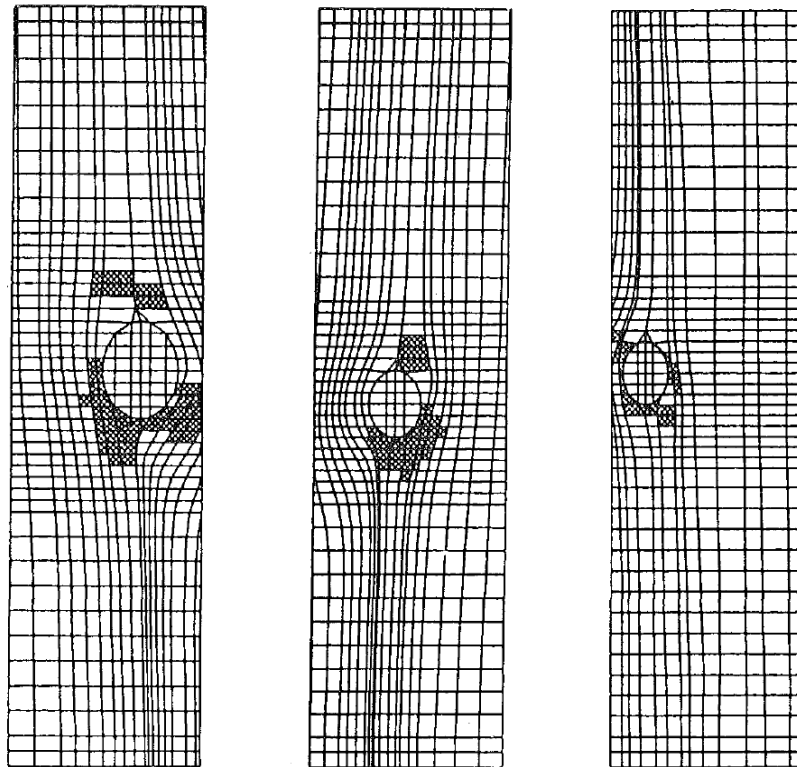


Figura 2.60. Mallas creadas por Cramer y Forhel (Cramer et al 1989)

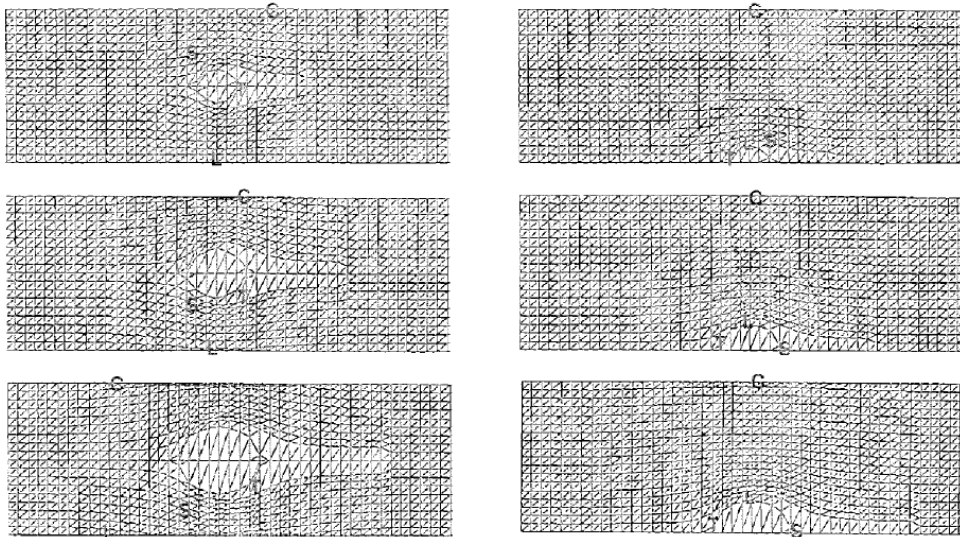


Figura 2.61. Mallas creadas por Masuda y Honda (Masuda et al 1994)

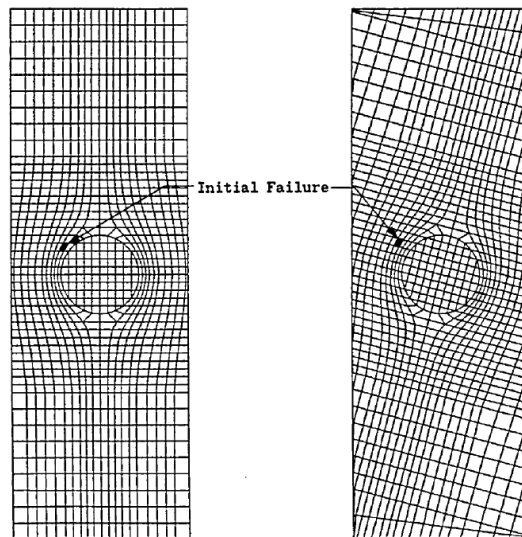


Figura 2.62. Mallas creadas por Zandenberg (Zandenberg 1988)

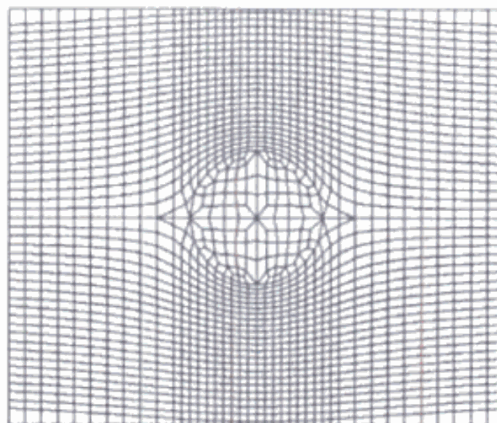


Figura 2.63. Malla creada por Mihashi (Mihashi et al 1999)

Lo cual recarga y limita muy fuertemente la generación de los modelos, pues los elementos además de pasar por el control de calidad de forma deben de distribuirse de acuerdo a las líneas de corriente lo cual resulta imposible en la mayoría de ocasiones puesto que el simple hecho de mallar la geometría de los nudos y sus aledaños respetando las condiciones de forma resulta ser extremadamente complicado. Debe de considerarse que por lo general los nudos presentan grandes diferencias longitudinales y verticales de posición además de las variaciones de tamaño que puede presentar en caras opuestas de una pieza, cuando no resultan ser cónicos. Por todo ello podría considerarse una casualidad el realizar un modelo tridimensional o bidimensional de un nudo en base a hexaedros ó cuadriláteros más o menos regulares (aparición de triángulos y tetraedros).

No obstante, recientemente un modelo bidimensional de nudos circulares generado por A. Saravi, P. Lawrence y F. Lam de la British Columbia de Canadá en 2004 ha abierto las puertas a la reducción de las limitaciones propias de la analogía hidráulica utilizando un software que integra tanto la mecánica del sólido como la del fluido, de esta forma se permite generar un modelo líquido con un mallado normal independiente de las líneas de corriente en el que se puedan calcular los vectores velocidad  $v$  en cada punto de Gauss, para luego conservar este mismo mallado y transformarlo a un modelo “sólido” al que se le pueda atribuir a cada elemento su correspondiente vector de velocidad  $v$ , de modo que la desviación de la fibra ( $\theta$ ) en el plano considerado de la pieza (el plano tangencial) podría determinarse directamente como la relación entre velocidades en cada punto:

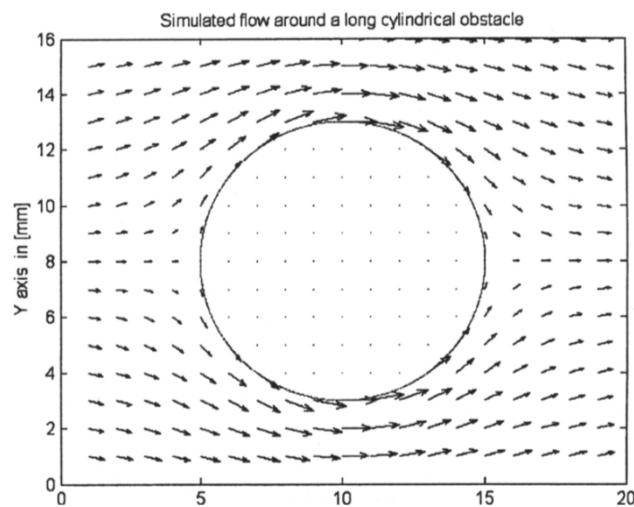


Figura 2.64. Vectores velocidad en los nodos del análisis realizado por Saravi (Saravi et al 2004)

Orientación de los vectores velocidad en cada nodo del M.E.F. y posterior asignación de los sistemas locales de coordenadas.

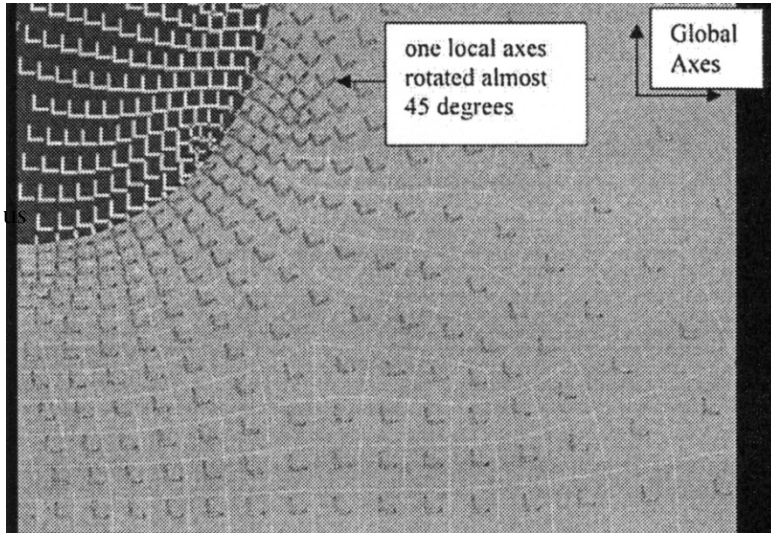


Figura 2.65. Orientación de los ejes locales de los elementos en el análisis realizado por Saravi (Saravi et al 2004)

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (2.111.)$$

siendo  $v_x$  la componente "longitudinal" respecto de la pieza de la *velocidad* y  $v_y$  la componente "tangencial" o vertical respecto de la probeta

Pese a que este modelo era bidimensional, de forma análoga si se considerase un vector de velocidad en tres dimensiones que además formase un ángulo  $\vartheta$  hacia el interior de la pieza éste podría ser calculado como:

$$\vartheta = \text{atan}\left(\frac{v_z}{v_x}\right) \quad (2.112.)$$

siendo  $v_z$  la componente "radial" respecto de los ejes globales del espécimen

Por último, esta analogía es más aplicable en coníferas principalmente debido a la complejidad de la estructura interna de las frondosas, tal como se presentó en el capítulo anterior.

Cabe destacar también que dentro de las coníferas resulta más eficiente en unas especies que en otras, ya que no todas presentan el mismo “patrón” de desviación alrededor de los nudos., o dicho de otra forma, la analogía hidráulica simple sin ninguna modificación es más aproximada a la realidad cuando las fibras se limitan a envolver el nudo (aproximación simétrica entre las partes superiores e inferiores del nudo, sin continuidad material entre nudo y tronco) y no presentan una pronunciada continuidad con los tejidos de las ramas (en nudos sanos las fibras inferiores al nudo alimentan a las ramas), no obstante esta última situación puede aproximarse al cambiar ciertos parámetros hidráulicos como la velocidad del fluido. En este sentido se orientan los últimos estudios de Kramer y Borkowski 2004, Kramer 2006 y Foley 2001.

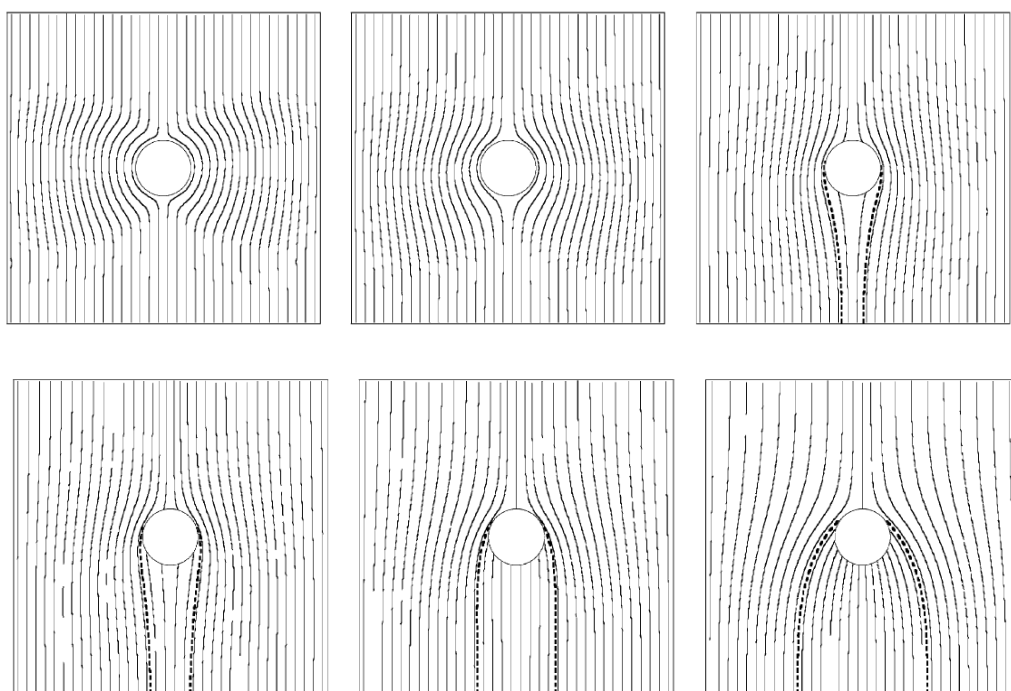


Figura 2.66. Patrones de formación estudiados por Kramer y Borkowski (Kramer et al 2006)

A modo de resumen, además de las investigaciones ya citadas, convendría también nombrar los siguientes estudios:

Cramer y Shi en 1996 presentan un modelo de predicción de rotura de piezas de madera con presencia de más de un nudo sometidas a tracción, se trata de un modelo bidimensional con de consideraciones tridimensionales, nudos elípticos, criterios de rotura muy simples, y malla acorde a las desviaciones de fibra superficiales medidas con rayos X, las cuales obviamente además de elementos cuadrangulares de consideraciones tridimensionales, contienen triángulos.

En 1999, Foley (ya citado anteriormente) presenta posibles patrones bidimensionales de distribución de fibra. Para ello escoge, como es costumbre, piezas que se aproximan a un plano paralelo a la sección tangencial del tronco. Presenta 2 patrones distintos para el plano L-T que consisten en analogías hidráulicas modificadas de forma que permiten una localización asimétrica de las desviaciones a ambos lados del nudo y que logran diferenciar las capas en las que no existe continuidad cambial, de las que sí que existe sin embargo no especifica la forma de localizar este cambio de capas, y la supuesta malla en todo caso sigue la geometría descrita por las líneas de corriente. Por último introduce la ecuación genérica de una curva que puede aproximar la desviación de las fibras en el plano R-L. En este sentido, también muy teórico, más conceptual de fisiología vegetal trabaja Kramer (2004 y 2006), sobre el fenómeno de formación de los patrones de flujo alrededor del nudo, pero siempre en dos dimensiones y con proposiciones matemáticas de descripción de líneas de corriente.

Recientemente Mitsuha, Poussa y Puttonen en 2008, desarrollan un modelo de predicción de rotura de piezas en tracción, para ello aplican una corrección al KAR (*knot area ratio*, ver capítulo uno) basándose en una fórmula puramente empírica propuesta por Hatayama en 1983 que atribuye a cada punto de una pieza de madera una desviación de la fibra en función de la distancia a la que se encuentre del nudo en cada punto, sin embargo ésta no distingue entre ángulo radial, ni diferenciación de fibra por presencia de varios nudos, ni asimetrías, ni diferenciaciones por nudos elípticos aunque sin embargo precisa de un conocimiento en profundidad de la geometría interna de la madera para su aplicación. De la combinación de la fórmula de Hatayama y el concepto de KAR, introducen finalmente el ARF (*area reduction factor*) que tiene además la consideración de desviación de fibra, pero que su obtención requiere de un barrido de bloques de 10cm de longitud hasta obtener el mínimo ARF, y que comprende todas las limitaciones citadas anteriormente.

Cramer y Goodman (1983) desarrollaron un M.E.F. que predice la resistencia a tensión última de madera que contiene nudos circulares y fibra cruzada. El objetivo del estudio fue determinar el efecto de la localización de los nudos en el campo de tensión resultante bajo una carga aplicada uniformemente, paralela al eje longitudinal del elemento, para predecir el lugar donde se produce el fallo. Se asumió que el fallo ocurría cuando la tensión máxima en la dirección

paralela o perpendicular a la fibra excedía el valor correspondiente para la madera limpia. Además, utilizaron la “técnica sección efectiva” para modelizar el fallo último como una seria progresiva del fallo inicial. Se consideró que, esta rotura inicial se propagaría a lo largo de la fibra hasta el final del segmento simulado.

Pellicane y Franco (1994) realizaron un análisis estructural tridimensional de un modelo lineal elástico y ortótropo para simular la distribución de tensiones y el fallo en postes de madera. Utilizan la analogía fluido fibra bidimensional para predecir patrones de desviación de fibra alrededor de distintos tamaños de nudos, trasladando de forma muy superficial estas desviaciones locales a los elementos que rodeaban los nudos de los postes.

En 1999, Itagaki et al. Realiza un estudio de láminas de madera usadas para realizar vigas de madera laminada encolada con el fin de establecer la relación entre las características de los nudos y las propiedades de rotura usando el método de los elementos finitos. Los resultados obtenidos los contrastan con ensayos experimentales en las láminas de madera con nudos sometidas a cargas de tracción. Concluyen que el tamaño de los nudos y la distancia al borde de las láminas son los parámetros más importantes para determinar la resistencia a tracción de las mismas, así como el módulo de elasticidad y que la concentración de tensiones más alta ocurre cuando el nudo está localizado cerca del borde la pieza.

Como conclusión de esta sección debe decirse que en esta tesis se aplicará la teoría de la analogía fluido fibra, programando un modelo tridimensional que abarque una solución parametrizada integral de cálculo sólido y fluido en un software de elementos finitos cuya geometría resulte independiente de las líneas de corriente procurando abarcar la mayor variabilidad geométrica de nudos e intentando en la medida de lo posible minimizar los inconvenientes de esta teoría ajustándola al máximo a la realidad, con el fin de poder contrastar analíticamente todos los casos que se barajan en la normativa de clasificación visual, mejorando de esta manera la eficiencia con la que este material es empleado con fines estructurales.



## Capítulo 3:

# APLICACIÓN DEL M.E.F. Y LA FOTOGRAMETRÍA EN LA MADERA

### 1. Descripción del método de los elementos finitos

Todas las leyes físicas que constituían la aplicación de la teoría de la elasticidad sólidos continuos deformables, que fueron descritas en el capítulo anterior, fueron definidas en base a combinaciones lineales entre tensores, es decir, combinaciones lineales entre escalares, vectores y matrices planteados siguiendo una formulación general (funciones no aplicadas en ningún punto ni sistema de coordenadas concreto).

Este planteamiento tensorial de ecuaciones lineales que resuelve la teoría de la elasticidad en su totalidad al permitir ir obteniendo unas variables a partir de otras, aunque no ha sido expuesto en esta tesis, es aplicable también para la definición de numerosísimas teorías y disciplinas de la física de medios continuos (dinámica de fluidos, electromagnetismo, fenómenos acústicos y térmicos) pues pese a que muchos fenómenos físicos no son lineales, ya sea debido a una no-linealidad material (p. ej. la teoría de la plasticidad), geométrica (p.ej. en situaciones de grandes deformaciones que no permiten asimilar la geometría inicial constante) o de contorno (al variar las condiciones de contorno del análisis) la mayoría sí son diferenciables y aunque no se pueda resolver el problema mediante algún *método de resolución de ecuaciones lineales* (Gauss,

Cholesky, Jacobi , etc.) pueden ser abordables mediante la aproximación de funciones lineales utilizando un *algoritmo de búsqueda de raíces* (Newton, secante, etc.) o proceso numérico iterativo de aproximación de la solución.

Es decir que la mayoría de leyes físicas pueden ser explicadas por completo como un proceso de combinación o rutina de ecuaciones lineales entre variables de forma que permiten asignar a cada variable (p.ej. la deformación) dentro de un determinado rango (p.ej. desde tensión nula hasta límite de proporcionalidad) otra variable concreta (p.ej. tensión) (definición de función lineal). De esta forma se puede reducir la resolución analítica de un problema físico muy complejo a un problema matemático muy largo sin más que presentar la formulación matemática en puntos concretos del medio continuo y establecer la relación existente entre ellos.

Valga como ejemplo la teoría de la elasticidad presentada con detalle en el capítulo anterior donde se exponía que la completa resolución de un problema en rango elástico aplicada en la madera ocurría cuando se podían conocer las variables ( $\sigma_L, \sigma_R, \sigma_T, \tau_{LR}, \tau_{LT}, \tau_{RT}, \varepsilon_L, \varepsilon_R, \varepsilon_T, \gamma_{LR}, \gamma_{LT}, \gamma_{RT}, u_L, u_R, u_T$ ) en todos los puntos de interés. La rutina de resolución en este caso consistiría en las siguientes fases:

- 1) Se definiría la geometría del problema, las propiedades mecánicas, las coacciones y las cargas externas. Es decir se determinaría aquello que singulariza el problema, lo que lo define o lo hace diferente a los demás. Este proceso desde el punto de vista matemático consistiría en darle los valores propios a las funciones lineales (matriz de rigidez que permita relacionar tensión y deformación, puntos de coacciones nulas etc.), para poder a partir de ahora establecer las relaciones entre variables en el problema concreto que se ha planteado.
- 2) Primeramente se obtiene el desplazamiento del punto. Esta es la primera variable en ser descubierta porque se puede conocer el desplazamiento de un punto de un sólido simplemente con saber que carga soporta, que coacciones de movimiento sufre y que rigidez posee. Desde el punto de vista matemático esta fase consiste en la resolución de un enorme sistema de ecuaciones lineales que relacionan las cargas, las coacciones y las rigideces con el desplazamiento en cada punto que se quiera resolver.

- 3) En esta fase se calculan las deformaciones a partir de los desplazamientos, esto es posible porque las diferencias de posición que proporcionan los vectores desplazamientos lógicamente deben corresponderse con las deformaciones. Matemáticamente esto es ni más ni menos que aplicar miles de ecuaciones de compatibilidad.
- 4) En la cuarta fase se calcula la tensión a partir de la deformación, relación que viene dada por las ecuaciones constitutivas. Consiste en resolver miles de ecuaciones constitutivas.

Tras la cual el problema físico más o menos complejo ha sido resuelto tras resolver muchas ecuaciones lineales (o en caso de régimen plástico, de aproximar la solución de las variables).

Como un medio continuo en teoría tiene infinitos puntos por definición, el sistema de ecuaciones lineales que lo representaría sería imposible de resolver es por ello que el cuerpo debe de ser *discretizado* en un número razonable de puntos de cálculo o *nodos* en los que se sepa la solución mecánica con precisión y que definan a su vez unos planos ó espacios comunes entre ellos llamados *elementos* en los cuales se puedan interpolar los resultados con el fin de poder conocer la distribución de las variables de cálculo a lo largo de toda la superficie ó volumen de estudio.

Todo este proceso matemático de planteamiento de la geometría del problema, discretización del problema (o *mallado*), resolución de las ecuaciones lineales o aproximación de la solución en ecuaciones no lineales, presentación e interpolación de resultados etc. es obviamente susceptible de ser programado en un ordenador y es lo que constituye en sí un software de aplicación del *Método de los Elementos Finitos (M.E.F. o F.E.M.)*.

Coherentemente con lo expuesto, todo este procesado operatorio matemático que resuelve un problema físico continuo suele ser desglosado en los citados softwares en 3 fases principales:

- Un *preprocesado*, donde se definen todos los parámetros internos del cuerpo ó cuerpos continuos que son objetos de análisis: se definen las propiedades mecánicas, se construye la

geometría continua del problema también llamada *modelo sólido* y se determina que puntos (nodos) van a ser calculados, así como el tipo de elementos que delimitarán lo cual detalla el *modelo discretizado*, el número de puntos a utilizar en las interpolaciones, si el elemento se adaptará o no a las curvas, los grados de libertad que pueden tener sus nodos, el abanico de teorías que se pueden utilizar bajo esa programación (teorías fluidas, electromagnéticas, térmicas o sólidas, si puede presentar determinados fenómenos como plasticidad ó no, el tipo de acciones que puede recibir y como se distribuirá la tensión entre sus nodos, etc...) etc. También se suelen definir en esta fase las coacciones y las cargas.

- Una *fase resolutive* donde se plantean todas las opciones de resolución como el tipo de análisis (estático, modal, armónico...), los algoritmos a utilizar, las condiciones del entorno, etc. además de la resolución de las ecuaciones lineales o las aproximaciones lineales.
- Una tercera *fase de postproceso*, donde se pueden evaluar todos los resultados que pueden proporcionar la resolución de las variables de interés en los puntos de cálculo, en forma de tablas, medias por elemento, mapas de distribución etc.

Existen numerosos softwares comerciales disponibles en este sentido bajo los cuales se podrían llevar a cabo los análisis requeridos en esta tesis, sin embargo en este caso se utilizará la plataforma Multiphysics del software Ansys 12.1 principalmente por dos motivos, el primero es que ofrece una solución integrada de análisis fluido, análisis múltiple y análisis sólido en una sola herramienta con lo cual se pueden realizar todos los estudios requeridos en esta tesis bajo una misma plataforma sin tener que exportar geometrías o mallas en formatos tipo iges o similar de unos programas a otros. El segundo motivo es que bajo la solución Multiphysics los análisis pueden ser parametrizados bajo un lenguaje conocido como es el *APDL (ansys parametric design language)* de forma que la solución del problema a resolver puede ser programada con lo cual la evaluación de distintas vigas o nudos solo supone pequeños cambios paramétricos al inicio de cada análisis. De este modo el modelo generado proporcionará el dibujo de nudos cónicos y pasantes, las líneas de corriente alrededor de estos nudos y su traducción en sistemas de coordenadas locales, el mallado de la pieza, la aplicación de carga, el momento de rotura bajo distintos criterios de fallo y etcétera de forma casi automática lo cual será muy útil no solo para el

presente estudio si no para futuras investigaciones en las que se quiera considerar la presencia de nudos en los modelos de estudio.

Tal y como se mostrará más adelante, la generación de la analogía fluido-fiobra con un mallado no acorde a las líneas de corriente requiere de 3 sub-análisis: *análisis de fluidos, análisis múltiple y análisis sólido*.

## 2. Principales aplicaciones del método de los elementos finitos en la madera

Tal y como cabe imaginar dada la progresión natural de las investigaciones científicas la complejidad analítica de los problemas que se plantean hoy en día en la mecánica de los medios continuos es lógico que el método de elementos finitos resulte ser en la actualidad una herramienta prácticamente indispensable para resolver o aproximar las miles de ecuaciones que se plantean en cada situación por lo que se encuentra muy extendido. En este sentido la ingeniería de la madera no es una excepción.

Las principales disciplinas en las que el M.E.F. es utilizado en la madera según un estudio de Mackerle en 2005 son las siguientes:

- Un primer gran grupo que analiza la madera en general, sus propiedades como material de construcción, e incluye:
  - Propiedades materiales y mecánicas
  - Uniones
  - Criterios de fallo y dinámica de rotura
  - Secado y propiedades térmicas
  - Otros temas relacionados
- Y un segundo gran grupo, más aplicado que analiza productos y estructuras de madera:

- Piezas estructurales de madera a gran escala
- Madera laminada, paneles y composites.
- Cerchas y otras estructuras
- Suelos y cubiertas
- Puentes
- Otros productos y estructuras relacionadas

Por tanto como puede observarse, son numerosísimas las disciplinas y las tipologías de problemas abarcados. En este caso, tal y como se deduce del capítulo anterior los 2 subgrupos más afines a las aplicaciones que en esta tesis se proponen, son los de modelización de las propiedades de la madera y predicción de la rotura, que son los que a continuación se resumen.

El apartado de propiedades mecánicas es, como cabe imaginar, el que sienta las bases para el resto de estudios y se realiza mediante el M.E.F. a todos los niveles expuestos en el capítulo anterior. Se trata por tanto de conseguir modelizar con la mayor fidelidad posible la estructura y el comportamiento de la madera, encuadrándose en este campo los estudios de la influencia de los nudos, los modelos constitutivos, la variación lineal y no lineal de las propiedades, la identificación de los parámetros y propiedades mecánicas, la influencia de la distribución geométrica de las paredes celulares, el efecto de la anisotropía polar, los problemas de localización de deformaciones, la evaluación de no-homogeneidades, la estimación del módulo de elasticidad transversal y la evaluación de las tensiones de crecimiento y etcétera.

El grupo de la dinámica del fallo resulta también muy variado y comprende la predicción de rotura, el proceso de grandes deformaciones y propagación de la rotura, los modos de rotura, la resistencia a tracción, compresión y cortante, la resistencia a la fractura una vez que ésta se ha iniciado, la resistencia interlaminar y ortótropa, desfibrado de la madera, tendencia a la rotura en las superficies, modos mixtos de fallo, fallo e uniones, estimación de fallo dúctil y fallo último, fatiga, influencia de la impregnación en la resistencia y etcétera.

### 3. Introducción de la fotogrametría de objeto cercano

La fotogrametría es la ciencia que estudia la forma, dimensiones y posición de los objetos en el espacio utilizando medidas hechas sobre una o varias fotografías. En contraposición a la fotogrametría aérea, la fotogrametría de rango cercano pretende estudiar a objetos próximos al *punto de vista* u observación, por lo que los equipos necesarios no requieren de tanta sofisticación como los aéreos, pudiendo llegar a alcanzar grandes precisiones con material de trabajo relativamente sencillo.

El principio fundamental sobre el que se sustenta esta técnica, se basa en:

- 1) Conocer con precisión la forma y geometría del *haz perspectivo* o conjunto de rectas contempladas desde un determinado punto de vista de una o varias cámaras fotográficas. Estos datos son llamados datos de *orientación interna*, y se consiguen al *calibrar* una cámara, realizando numerosas fotografías sobre un objeto bien conocido desde diversos puntos de vista, así se consigue conocer la distancia focal de la lente, la posición del punto principal y la distorsión de los haces.
- 2) Fijar un sistema de coordenadas de forma que conociendo los parámetros internos y la posición de la/s cámara/s respecto del origen, se pueda determinar la posición en el espacio de cada haz.
- 3) Utilizar un mínimo de dos puntos de vista que puedan solapar en gran parte su campo de visión, de forma que haya un mínimo de 2 *haces homólogos*, o rayos que parten de posiciones distintas pero que llegan al mismo sitio, para cada punto que se quiera estudiar.
- 4) De este modo, conocida la forma de los haces y su origen, fijado un sistema de coordenadas global y disponiendo de un mínimo de 2 haces homólogos para cada punto, se puede proceder a revisar la intersección de estos haces que completan el triángulo punto de estudio – punto de vista 1 – punto de vista 2, pudiendo proceder a la reconstrucción o *restitución* del modelo de estudio, que ha quedado simplificado a un simple problema geométrico.

La aparición de las cámaras digitales y su constante evolución, ha permitido que el número de puntos de cálculo (píxeles) sea mucho mayor para un campo de visión dado, y que éstos puedan ser digitalizados de forma automática para ser analizados en un ordenador con un software de cálculo numérico. De esta manera, se puede calcular en muy poco tiempo inmensas cantidades de matrices de transformación de coordenadas, rotaciones, distancias, errores y todos los parámetros necesarios, por todo ello el proceso se ha tornado muy preciso y rápido.

Así, las principales aplicaciones actuales de la fotogrametría de objeto cercano son las siguientes:

- Aplicaciones arquitectónicas y patrimonio cultural (p.ej. Ogleby et al 1999; Fryer 2001, El-Hakim et al 2004; Chandler et al 2007)

Registro fotográfico de edificios (preservación y rehabilitación).

Modelos de ciudades.

Modelado de superficies libres

- Aplicaciones ingenieriles y obra civil (p.ej. Chandler et al 2003; Maas et al 2006).

Registro de deformaciones y de roturas

Medida de túneles

Deformación de muros de contención

- Aplicaciones industriales (p. ej. Wester-Ebbinghaus et al 1980; Bösemann 1992).

Estaciones de potencia y plantas industriales

Industria aeronáutica y aeroespacial

Industria automovilística

- Aplicaciones médicas y forenses (p.ej. Kovacs 2006; Schwenzer et al 2008)

- Aplicaciones forestales (p.ej. Dean 2003; Thies et al 2004; Danson et al 2007; Maas et al 2008).



Sin duda, la aplicación más interesante para esta tesis consiste en la medida de los desplazamientos de las probetas testadas en laboratorio. Tal como se expuso en el capítulo anterior, el punto de partida de la teoría de la elasticidad consiste en determinar los recorridos de un cuerpo a partir del conocimiento de sus coacciones, sus acciones y su rigidez, pues a partir de ahí es cuando pueden determinarse el resto de parámetros mecánicos de interés (deformación y tensión).

Por tanto como es de esperar, el empleo de los métodos fotogramétricos en este campo se encuentra muy desarrollado siendo numerosas las técnicas y el equipamiento disponible.

En este sentido, una primera diferenciación muy general que se puede realizar en cuanto a la determinación de los corrimientos y los puntos de fractura, consiste en discernir entre los métodos que elaboran densas mallas de nudos en los que se asignan unas coordenadas específicas, donde al ir incrementando la carga de ensayo, se relacionan unos fotogramas con otros de modo que se identifica en todo caso el desplazamiento producido por cada nodo a partir de la *correlación de imágenes*, de aquellos en los que únicamente se evalúa la posición de ciertos puntos que han sido marcados previamente.

En los casos de generación de mallas, la identificación de haces suele realizarse a partir de texturas muy diferenciables ya sean naturales o pintadas a partir de la evaluación del color de los píxeles, como por ejemplo en los siguientes materiales:

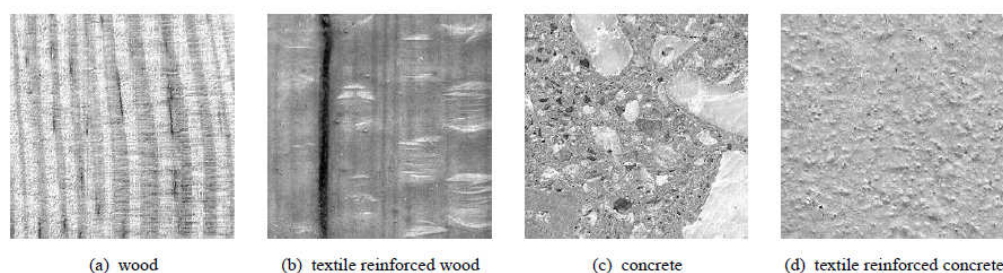


Figura 3.1. Texturas diferenciables para mediciones fotogramétricas (Hampel et al 2003)

Obviamente, estos métodos requieren de un equipamiento mucho más costoso y sofisticado pues el proceso de cálculo y la correlación de imágenes resulta ser mucho más pesado

ya que se trata de realizar estimaciones sobre todos los píxeles del modelo. Normalmente estos métodos se emplean para la evaluación de probetas de pequeño tamaño.

En contraposición las técnicas de marcado concreto de puntos del modelo exigen de una inversión mucho menor, pues se trata de calcular y relacionar una cantidad de puntos más baja así que el material y software a utilizar no requiere de tal sofisticación. A continuación se presentan algunas de las opciones empleadas en la actualidad:

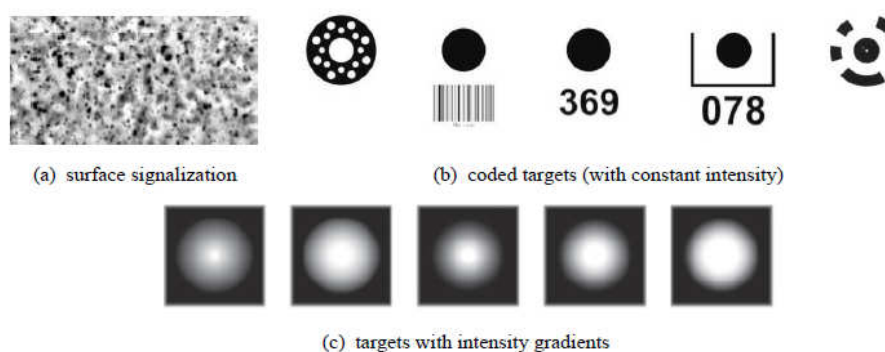


Figura 3.2. Marcados artificiales (Hampel et al 2003)

Las *dianas codificadas* (*coded targets*) son un ejemplo muy interesante, pues permiten que un software numérico “liviano” pueda reconocerlas con gran precisión y muy rápidamente, pudiendo localizar en todo caso su punto central (al que se le atribuyen las coordenadas) y asignándole unívocamente su correspondiente numeración ya que la combinación de píxeles que proporciona su configuración, pues ésta ha sido pre-programada en el propio software con anterioridad.

No obstante, la señalización no tiene por qué ser codificada: es posible analizar un simple contraste de píxeles y una determinada forma para que pueda ser reconocida en un programa, y en su caso marcar su centro con unas coordenadas, como por ejemplo sirviéndose de *punteados* o *dots*, sin embargo en estos casos la numeración no suele ser unívoca, por lo que la correlación suele ser más tediosa.

La segunda distinción global que se puede realizar en cuanto a los métodos empleados para el ensayo de materiales consiste en el valor del intervalo de tiempo entre fotogramas

consecutivos; en este aspecto existe también una gran variedad de soluciones, que presentan también notables diferencias de inversión económica.

En todo caso el factor determinante de la elección la marca la finalidad del estudio mecánico elaborado, así por ejemplo, las investigaciones de predicción de rotura fenomenológica, evaluación de deformaciones y tensiones, límites de rotura y etcétera pueden por supuesto servirse de cámaras fotográficas convencionales pues intervalos de tiempo de pocos segundos resultan más que suficientes para disponer de mediciones reales que permitan una correcta evaluación del modelo generado. Sin embargo cuando se trata de estudiar ciertos fenómenos como la progresión de la rotura, serán precisas *cámaras fotográficas de alta velocidad* capaces de obtener cientos o miles de fotogramas por segundo. Cabe mencionar, que en ambos casos el intervalo mínimo posible, no viene solamente acotado por la velocidad de obturación de las cámaras, si no por la rapidez de los buses de datos y el software así como la sincronización de las mismas.

Como es sabido esta tesis intenta plantear un modelo de elementos finitos que logre predecir de forma precisa la rotura fenomenológica para probetas de madera con presencia de nudos, por lo que en este cometido será suficiente con utilizar cámaras fotográficas convencionales, por otra parte resultaría de gran interés alcanzar la forma de poder evaluar únicamente una serie de nudos representativos del M.E.F. de forma que se agilizase el cálculo de los mismos y conformase una solución económica de evaluación. Ambos aspectos se presentarán consecuentemente en la parte metodológica de esta tesis, que tratará de analizar y estimar las posibilidades de la aplicación de este método en la madera.

#### **4. Investigaciones previas sobre la aplicación de la fotogrametría de objeto cercano en la madera**

Una de las primeras aplicaciones de la fotogrametría en la madera vino de la mano de Choi, Thorpe y Hanna en 1991, al comprobar que resultaba tremendamente práctico y preciso realizar mediciones sobre la deformación, la distorsión y los coeficientes de Poisson a partir de la digitalización y medición de imágenes de video de piezas de madera y otros compuestos

altamente heterogéneos. De esta forma sin ningún tipo de contacto con la pieza lograban numerosos desplazamientos tridimensionales en rango elástico e inelástico.

En 1999 Masuda, Iwabuchi y Murata utilizaon una malla superficial de 2x2mm para determinar la validez de un criterio de rotura para la madera. Para ello utilizaron pequeñas piezas de 3x18 cm, que fueron sometidas a tracción longitudinal y perpendicular en casos de ser completamente homogéneas y también conteniendo dos agujeros con el fin de producir estados de carga multiaxiales, además, los especímenes habían sido pintados previamente con un aerógrafo con el fin de exhibir una textura adecuada para el análisis numérico. Pudieron de este modo, mediante correlación de imágenes, determinar las deformaciones y tensiones que se producían en los puntos de rotura, compararlas con las predichas en un M.E.F. y determinar la validez del criterio de rotura.

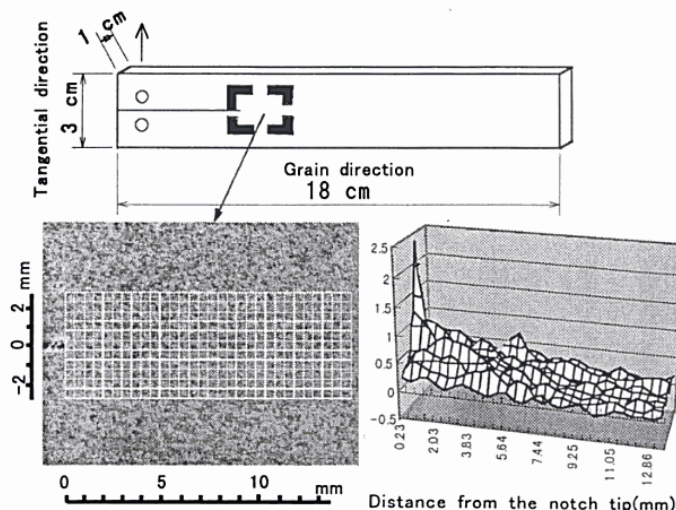


Figura 3.3. Probetas evualuadas por Masuda (Masuda et al 1999)

Posteriormente, en 2004 Masuda junto con Seiichiro realizó otro estudio en el que conseguían obtener de forma muy precisa la curva tensión-deformación para solicitaciones tangenciales en los planos LT y LR utilizando los bloques de cortante especificados en los estándares Japoneses.

Retrieter et al en 2001 hacen uso de la video-extensometría para ensayar piezas limpias de madera utilizando rejillas de puntos sometidas a compresión simple. Con la medida de las

deformaciones lograron evaluar la validez de los parámetros de rigidez utilizados en el modelo, y con los datos de rotura y las tensiones la precisión del criterio de fallo de Tsai Hill.

En 2003 Franke, Hujer y Rautenstrauch recomiendan las ventajas del uso de la fotogrametría de objeto cercano para la medición de deformaciones y roturas en la Madera, al no requerir el contacto directo con la pieza, poder medir directamente tensiones multiaxiales en numerosos puntos, llevando las probetas hasta la rotura.

Por su parte Camaño y Arias en 2004 y 2007 resaltan la importancia que la fotogrametría de objeto cercano puede tener en la rehabilitación y seguimiento de las construcciones de madera, al proporcionar con muy bajo coste precisos modelos geométricos tridimensionales con los que realizar las pertinentes evaluaciones estructurales.

Tsakiri, Ioannidis, Papanikos y Kattis en 2004 también analizan las ventajas de aplicación de la fotogrametría en tests de piezas de madera. En esta ocasión evalúan piezas de tamaño estructural distribuyendo marcas regularmente a lo largo probetas ensayadas a flexión, de forma que obtienen muchos más puntos de control que más tarde son contrastados con los datos proporcionados por los modelos teóricos. El experimento supone una alta rentabilidad al poder disponer de numerosos datos empíricos a muy bajo coste.

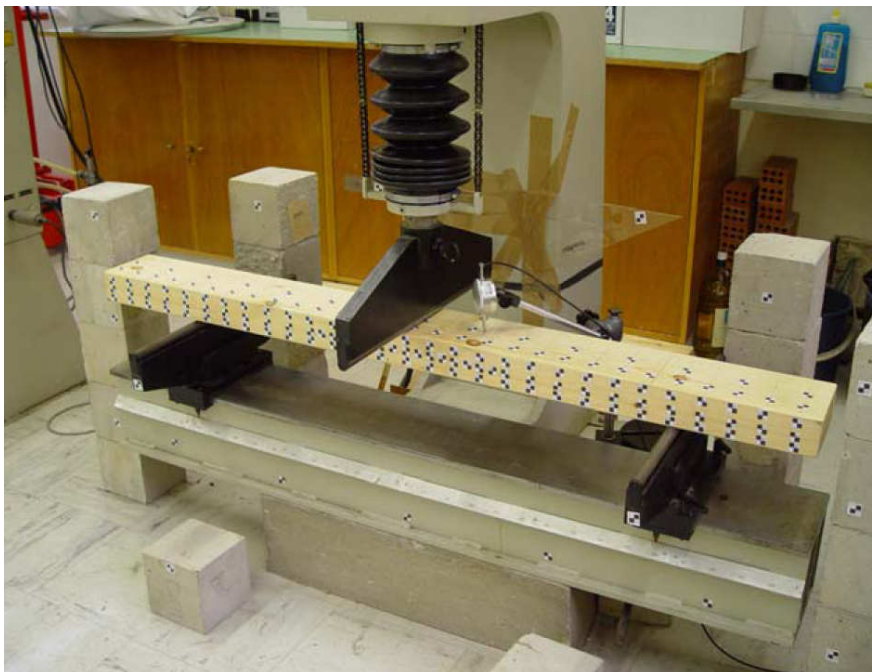


Figura 3.4. Esquema del experimento realizado por Tsakiri (Tsakiri et al 2004)

Shina y Gupta (2006) hacen uso de la correlación de imágenes en ensayos destructivos de muros de contención de madera bajo la acción de cargas sísmicas para la determinación del inicio de fallo y la deformación post-fallo.

Recientemente, Dahl y Malo en 2008, llevan a cabo un experimento de compresión simple en probetas marcadas con una rejilla de puntos de control de pequeño tamaño que son filmadas mediante videoextensometría:



Figura 3.5. Esquema del experimento realizado por Dahl y Malo (Dhal et al 2008)

De esta forma, empleando un algoritmo similar al utilizado en el M.E.F. consiguen evaluar la tensión y la deformación en los puntos medidos, así como las constantes elásticas en ese plano ( $E_0$ ,  $G_0$  y  $\nu_{0,90}$ ) entre todos los nodos por lo que les permite conocer con mucha más profundidad la heterogeneidad de la madera. El único inconveniente de este método es que el equipamiento necesario suele ser muy costoso.

Por último Nagai, Murata y Nakano en 2009 proponen un método a partir del cual, analizando los datos obtenidos mediante un M.E.F. y la correlación de imágenes digitales (*C.I.D.* o *D.I.C.*) de un ensayo a flexión de piezas de madera obtienen a partir de la distorsión de la curva elástica la reducción del área efectiva causada por la presencia de defectos como nudos.

## Capítulo 4:

# CONCLUSIONES A LOS ANTECEDENTES

Estudiar la madera implica estudiar un ser vivo a todos los niveles; es un material natural, celular, poroso, higroscópico, cilíndricamente ortótropo, “quasi frágil” y tremendamente heterogéneo, cuyas respuestas uniaxiales varían en según la dirección, sentido, magnitud y tiempo de exposición del esfuerzo considerado así como de otros factores externos como la humedad o la temperatura. Pese a que las primeras gimnospermas fueron creadas por la naturaleza hace unos 350 millones de años, para poder realizar un estudio coherente acerca del comportamiento mecánico de la madera se requiere de los más sofisticados análisis, teorías y técnicas heredados de la ingeniería de materiales y la industria aeronáutica así como un conocimiento exhaustivo de su estructura anatómica de abajo a arriba. Es necesario además conocer las variaciones y discontinuidades geométricas y materiales en el interior de cada pieza, anomalías que en la escala masiva o estructural están magnificadas con diferencia debido a la presencia de singularidades o defectos, cuyo mayor exponente de reducción de resistencia radica en los nudos. Cuando la presencia de nudos es importante y la calidad de la madera baja, rara vez la madera presenta no-linealidades en tracción ó flexión, por lo que su estudio hasta la rotura se aproxima a la de un material elástico lineal de rotura frágil.

En el ámbito práctico e ingenieril de cara a poder proporcionar valores prácticos de las propiedades mecánicas a los calculistas, la solución de este complicado problema se resuelve en base de ensayar grandes cantidades de especímenes con presencia de defectos que se interpretan como suficientemente representativos de la población global y son someramente evaluados en

base a criterios visuales o mediante otros métodos que permiten agruparlos en unas pocas “clases resistentes” que han sido consolidadas con la experiencia y permiten atribuir una serie de “valores característicos”.

En contraposición, en el entorno científico los análisis mecánicos de medios continuos pueden servirse de una potente máquina matemática de resolución de ecuaciones lineales, interpolación de resultados y aproximación de no-linealidades como es el método de los elementos finitos, que permite por una parte introducir la presencia de defectos y restringir los parámetros introducidos a poblaciones más específicas de madera limpia pudiendo relacionar los valores mecánicos de las probetas de estudio con una mayor exactitud, y por la otra la aplicación sin restricciones de las teorías de la elasticidad y plasticidad, pudiendo incluso atribuir a cada pequeña región del cuerpo su propio sistema de coordenadas material, lo cual permite que la comunidad investigadora pueda lograr acercarse mucho más al conocimiento del material aportando avances útiles en el campo del diseño y el cálculo práctico de estructuras.

Sin embargo en este último enfoque se realizan también grandes simplificaciones: las piezas de madera suelen ser analizadas en modelos bidimensionales de elasticidad plana, o modelos de 2 dimensiones con consideraciones tridimensionales, estos modelos solo pueden considerar estados tensionales planos por lo que es imposible el estudio de cualquier nudo de borde, nudos extendidos, nudos de aristas y desviaciones en la dirección radial de la probeta y muy poco riguroso el de nudos que adoptan grandes diferencias en la posición o geometría en ambas caras de la pieza.

En el resto de casos, en los que los especímenes son realmente estudiados en tres dimensiones se realiza la simplificación de que el material es transversalmente isótropo. Esto según la especie puede ser un error no muy grosero, no obstante no se realizan modelos de nudos de borde, ni arista, ni extendidos ni hay muestras representativas de nudos pasantes, medulares o de canto que presenten diferencias no despreciables en la geometría de ambas caras, por lo que el modelo es similar al anterior con la salvedad de que permite introducir cierta variación radial de fibra así como el cálculo de tensiones y deformaciones tridimensionales. De modo que todos los casos contemplados en la normativa de clasificación visual no pueden ser contrastados analíticamente.



Existen por lo general dos metodologías para cuantificar la desviación local de la fibra, puede ser medida de forma empírica con gran precisión mediante numerosas tecnologías como los rayos x, microscopios confocales o microondas pero éstas suelen ser bastante costosas en tiempo ó dinero y muchas veces proporcionan únicamente información bidimensional de la pieza, y no permiten la discusión analítica de los patrones de deformación en base a la forma del nudo ó bien, realizando la llamada analogía fluido-fibra en la que las fibras se asimilan como un fluido que circula en régimen laminar alrededor de ciertos obstáculos sólidos (nudos) que deben de esquivar, de este modo las líneas de corriente del fluido se tornan en la dirección de la fibra de cada uno de los elementos del modelo.

Esta última metodología ha dado buenos resultados en probetas muy “ideales” que han sido recortadas lo más paralelamente posible al plano tangencial del tronco con nudos de que presentaban pocas variaciones geométricas en el plano LR, así esta consideración bidimensional resulta bastante acertada en los modelos de 2 dimensiones y 3 dimensiones “por extrusión” que se han creado sin embargo en ella se incluyen las notables limitaciones citadas anteriormente y en ningún caso se consideran nudos de borde, cónicos o en general desviaciones o diferencias radiales, ni piezas no tangenciales. Además exceptuando un único modelo desarrollado en 2004 por F. Lam, la geometría de la malla está determinada por las propias líneas de corriente lo que hace que el cálculo sea mucho más pesado e imposibilita crear mallas enteramente conformadas por elementos no triangulares, y mucho menos respetar las condiciones de calidad en cuanto a la forma de los mismos dada la compleja geometría que presentan los nudos. La aplicación tridimensional de esta técnica permitiría en principio poder contrastar analíticamente todos los casos que se recogen en las normativas de clasificación visual.

No existe a día de hoy ningún consenso en cuanto a la utilización de un criterio de fallo frágil fenomenológico en la madera. La evolución de los composites y nuevos materiales continúan proporcionando nuevas teorías aplicables a este campo de estudio y éstas siguen siendo evaluadas en la actualidad. Uno de los criterios más empleados es el del polinomio del tensor de resistencia o de Tsai Wu que proporciona una elipsoide en el espacio de tensiones cuya orientación e inclinación está condicionada por los factores de interacción (ó el factor de interacción en casos bidimensionales y transversalmente isótropos) que son independientes de los valores de resistencia uniaxiales por lo que resulta muy complicada su determinación ya que

deben de cuantificarse en test biaxiales, cuyos resultados varían muy sensiblemente de acuerdo a la metodología y ángulo de ensayo adoptado.

Finalmente se ha presentado la fotogrametría de objeto cercano como un muy eficiente y potente complemento empírico para la validación, contraste y apoyo de los M.E.F. así como la obtención de los parámetros mecánicos necesarios. Por una parte, la madera resulta un material muy poco homogéneo por lo que la obtención de las variables materiales en muchos puntos de cada cuerpo de estudio puede ser realmente interesante, además esto puede ser realizado sin ningún contacto con la pieza y hasta la rotura, y por el otro la obtención de los corrimientos de los puntos de control puede multiplicar las posibilidades de validación de un modelo de simulación numérica, además si la precisión es elevada, puede también proporcionar datos acerca de la deformación y tensión multiaxial en cada punto de estudio. Por todo ello apunta a ser una herramienta importante para el futuro en la madera.

## Capítulo 5 :

# OBJETIVOS

El objetivo principal es:

- ✧ PROGRAMAR Y VALIDAR UN ALGORITMO EN UNA PLATAFORMA DE ELEMENTOS FINITOS QUE PERMITA A UN USUARIO, SIMULAR DE FORMA AUTOMÁTICA EL COMPORTAMIENTO DE LA MADERA BAJO LA INFLUENCIA DE LOS PRINCIPALES TIPOS DE NUDOS, CONOCIENDO ÚNICAMENTE LAS PARTES VISTAS DE LOS DEFECTOS Y LA POSICIÓN DE LA MÉDULA EN CADA PIEZA, DE MODO QUE TODOS LOS CASOS CONTEMPLADOS EN LA NORMATIVA DE CLASIFICACIÓN VISUAL PUEDAN SER IMPLEMENTADOS ANALÍTICAMENTE.

Los objetivos parciales son:

- 1) CREAR UN PROGRAMA QUE GENERE AUTOMÁTICAMENTE LA GEOMETRÍA DE LAS PIEZAS Y LOS NUDOS, A PARTIR DE LAS CARACTERÍSTICAS VISIBLES DE LOS MISMOS Y DE LA MÉDULA, POSIBILITANDO ADEMÁS UN MALLADO REGULAR.

- 2) CONSTRUIR UN MODELO MATERIAL TRANSVERSALMENTE ISÓTROPO CON DIFERENCIAS ELÁSTICAS ENTRE TRACCIÓN - COMPRESIÓN LONGITUDINAL, PLASTICIDAD ANISÓTROPA, Y NO LINEALIDAD GEOMÉTRICA EN LA APLICACIÓN DE CARGAS, QUE PERMITA SIMULAR CON LA MÁXIMA PRECISIÓN EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LOS EJEMPLARES QUE SE PRETENDEN ENSAYAR.
- 3) APLICAR LA ANALOGÍA FLUIDO-FIBRA EN LAS 3 DIMENSIONES SIENDO ÉSTA INDEPENDIENTE DE LA MALLA, DE FORMA QUE SE PUEDA CUANTIFICAR ADEMÁS DE LA DESVIACIÓN LOCAL DE FIBRA, LAS INCLINACIONES ESPACIALES GLOBALES DE LA MISMA, Y LA TANGENCIALIDAD DE LA PIEZA RESPECTO DEL TRONCO.
- 4) ANALIZAR LAS POSIBILIDADES DE VALIDACIÓN Y ANÁLISIS DE LA FOTOGRAMETRÍA DE OBJETO CERCANO EN PIEZAS DE MADERA DE TAMAÑO ESTRUCTURAL, CONOCIENDO QUÉ PRECISIÓN ES POSIBLE OBTENER CON CÁMARAS DE USUARIO Y VIENDO QUÉ ANÁLISIS ES POSIBLE REALIZAR CON ESAS EXACTITUDES.
- 5) EVALUAR LA VALIDEZ DE LOS PRINCIPALES CRITERIOS DE ROTURA FENOMENOLÓGICA QUE SE EMPLEAN EN LA ACTUALIDAD Y ESTUDIAR LAS DIFERENCIAS QUE EXISTEN ENTRE ELLOS ASÍ COMO LA INFLUENCIA DEL TAMAÑO ELEMENTAL.
- 6) CREAR TAMBIÉN UN MODELO BIDIMENSIONAL PARA CONOCER LAS DIFERENCIAS RESPECTO DEL MODELO TRIDIMENSIONAL.
- 7) ESTUDIAR LA INFLUENCIA DE LOS DISTINTOS TAMAÑOS, FORMAS, POSICIONES Y TIPOS DE NUDOS, IMPLEMENTANDO ANALÍTICAMENTE LA NORMATIVA DE CLASIFICACIÓN VISUAL

## Capítulo 6:

# MATERIAL Y MÉTODOS

### 1. Material

Las probetas empleadas para el ensayo a flexión según la norma UNE 408 son las siguientes:

PROBETAS
16 Vigas de madera de <i>Pinus sylvestris</i> de dimensiones comerciales 3,300x150x50 mm procedentes de Finlandia

El equipamiento con el que se realizaron los modelos de elementos finitos:

F.E.M.
Software F.E.M.: Ansys v12.1 plataforma Multiphysics
Hardware: AMD Athlon II x4 635 a 2,9 GHz@4GB DDR3 1600 MHz

En cuanto al material utilizado para la aplicación de la fotogrametría:

FOTOGRAMETRÍA
Cámara fotográfica reflex digital Nikon D40
Cámara fotográfica reflex digital Canon Eos 400D
Cámara fotográfica reflex digital Canon Eos 40D
Flash Metz 4D EC4
Transformador de corriente alterna de 220V a 12V en continua
Relé de 4 contactos
2 Interruptores
Software fotogramético: PhotoModeler Scanner v6.3.3.794
Software capturador de pantalla: Hypersnap v6.81.01
Software temporizador: TimeLeft 3.51
Softwares C.A.D.: Cadwork v16, Corel Draw x4, Autocad 2010 implementados con ATI 5750 HD 1GB DDR5
Impresión de dianas codificadas proporcionadas por el propio software fotogramétrico y chinchetas
Pulverizador de pintura negra
Masilla adhesiva

Pletinas de aluminio de 20x1mm y 2000 mm de longitud
Taladro convencional
Sierra metálica manual
Tornillería varia, cúter y martillo

En cuanto a la realización de ensayos mecánicos

ENSAYOS MECÁNICOS
Banco de ensayos con actuador de 200 kN realizado por la empresa Microtest para la plataforma de ingeniería de la madera estructural P.E.M.A.D.E./U.X.F.S./E.P.S./U.S.C.
Software para cálculos estructurales de apoyo: Estrumad v2009, Robot Structural Analysis v2009
5 Extensómetros de contacto tipo varilla

Por último el acondicionamiento, medición y preparación de las probetas:

<b>ACONDICIONAMIENTO, MEDICIÓN Y PREPARACIÓN DE LAS PROBETAS</b>	
Cámara frigorífica de acondicionamiento Dycometal CM_052455	
Distanciómetro Bosch DEL 50 Professional	
Báscula Ranger Ohaus	
Sierra mecánica Kebill	
Sierra de calar de carrera pendular PST 900	
Calibre digital Amig	
Estufa Raypa	
Escuadras	
Cintas métricas	
Trazador	
Transportador de ángulos	

## 2. Esquema metodológico

Esta tesis tratará por tanto crear modelos de simulación tridimensional para los principales tipos de nudos de acuerdo a la aplicación de la analogía fluido-fibra espacial siendo ésta independiente de la malla, pudiendo así estimar la influencia de éstos, además de, como



objetivos secundarios, crear automáticamente la geometría de vigas y nudos, generar un modelo material no linealmente material ni geométrico que se ajuste a la realidad, comprobar la validez de los criterios de rotura expuestos en el capítulo 2, analizar las posibilidades de la fotogrametría en la madera, y realizar lo propio en los casos bidimensionales.

Los modelos serán programados en el lenguaje paramétrico propio del software empleado (*APDL*) y se procesarán de forma automática tras introducir al inicio de cada análisis las características geométricas y M.O.E. en cada pieza. La geometría de los especímenes y aplicación de cargas se realizó pensando en la simulación de piezas sometidas a flexión según la norma UNE 408, no obstante, ya que la desviación de fibra en cada uno de los puntos de las probetas se crea unívocamente a partir de las medidas habituales que se llevan a cabo durante la clasificación visual de las piezas, estos modelos podrán ser fácilmente aplicables a cualquier tipo de ensayo y sollicitación sin más que variar unas pocas variables.

Una vez terminados los modelos, estos se utilizarán para la simulación de 16 piezas reales sometidas al citado ensayo, sobre las que se realizarán además mediciones fotogramétricas con el fin de llevar a cabo un control más amplio de la rotura y desplazamientos, pudiendo evaluar y validar los modelos con una fiabilidad mucho mayor.

Consecuentemente en este apartado, es donde se expondrá la construcción de cada uno de los modelos, así como el diseño del experimento fotogramétrico.

### 3. Teoría y valores mecánicos empleados en los modelos

Antes de exponer la creación de los modelos de simulación, conviene puntualizar las principales características que resumen la teoría mecánica sólida general aplicada, así como los valores elásticos, plásticos y resistentes que se emplearán:

- Isotropía transversal: se simplifican las variaciones entre las propiedades de los ejes R y T, por lo que el plano transversal al eje longitudinal adquiere propiedades isotropas. Así, para determinar el comportamiento mecánico en régimen elástico de la especie empleada en el

estudio (*Pinus sylvestris*), se introdujeron las siguientes 5 constantes elásticas independientes, cuyas relaciones se extrajeron de la literatura especializada (Argüelles B. 1994; Argüelles A. et al, 1996) siendo obviamente calculadas como la media correspondiente a los ejes R y T:

- a) Módulo de elasticidad longitudinal a tracción y a compresión: este parámetro fue obtenido indirectamente de forma experimental a partir del M.O.E. medido según la UNE 408, teniendo en cuenta el equilibrio entre volúmenes de tensión, y una relación entre módulos de  $E_{t,L} = 1.2 \cdot E_{c,L}$
  - b) Módulo de elasticidad longitudinal en dirección transversal:  $E_R = E_T = M.O.E./17$
  - c) Módulo de elasticidad transversal en secciones no isotropas:  $G_{LR} = G_{LT} = M.O.E./16,075$
  - d) Coeficiente mayor de Poisson en secciones no isotropas:  $\nu_{LT} = \nu_{LR} = 0,41$
  - e) Coeficiente de Poisson en sección isotropa:  $\nu_{RT} = \nu_{TR} = 0,41$
  - f) Finalmente, como es natural el resto de constantes es determinado a partir de las relaciones elásticas propias para un material transversalmente isotropo (capítulo 2).
- No linealidad material: los ensayos efectuados tendrán una duración reducida por lo que se descartan efectos reológicos, sin embargo, y pese a que la influencia de nudos es notable, se producirá una ligera plasticidad en estados de carga cercanos a la rotura de algunas vigas. El criterio empleado es el de plasticidad anisótropa propuesto inicialmente por Hill (Hill, 1947) con las modificaciones propuestas por Shih (Shih et al, 1978), y el modelo de endurecimiento anisótropo de Villiappan (Villiappan et al, 1976).

Este criterio consiste en imponer una única superficie inicial de plasticidad, ya que las modificaciones de Shih precisamente permiten recoger las discernir las diferencias entre tracción y compresión en la ecuación propuesta inicialmente por Hill, al indicar un límite inicial de plasticidad en cada una de las 3 direcciones L,R,T (en este caso únicamente a compresión).

Una vez se rebasa la superficie inicial de fluencia, la elipsoide crece desigualmente en las 3 direcciones del espacio tensional (plasticidad anisótropa) empleando unos módulos “tangentes” que determinan las relaciones tensión-deformación una vez rebasados los límites de elasticidad, los cuales son diferentes a los indicados en régimen elástico, y que tratan de resumir el comportamiento elasto-plástico hasta llegar a la superficie final de rotura que se determina a partir de los límites de agotamiento uniaxial en cada una de las direcciones. Por tanto no se produce el desplazamiento de la elipsoide, sino simplemente un crecimiento desproporcionado, a partir de “curvas” bilineales en cada una de las tres direcciones. Hay que destacar que aunque se trate curvas bilineales, éstas permiten tener en cuenta la plasticidad transversal independientemente de la longitudinal en estados de carga multiaxiales, y dado que el estado de plasticidad alcanzado es bastante ligero en todas las vigas, empleando módulos tangentes correspondientes al inicio de los tramos elasto-plásticos es posible ajustar muy fielmente los modelos al comportamiento real de las vigas.

Finalmente, se supone una regla de flujo asociada, pudiendo calcular las deformaciones plásticas tras imponer la condición de consistencia, a partir del multiplicador plástico que se extrae al comparar las diferencias entre los estados tensionales, y la superficie de fluencia en cada intervalo de carga. Es decir, que se calcula la deformación plástica suponiendo que la parte de las tensiones que rebasa la superficie de fluencia en cada paso de carga se convierte en deformación plástica, reduciendo así su estado tensional hasta llegar a la superficie de fluencia, pues únicamente la parte elástica de la deformación es la que efectivamente produce un incremento de tensión.

En este caso, los límites empleados para determinar el comienzo de comportamiento elasto-plástico al definir la superficie inicial de fluencia son de  $\sigma_{c,L} = 39 \text{ N/mm}^2$  y  $\sigma_{c,R} = \sigma_{c,T} = 4,94 \text{ N/mm}^2$  para las compresiones longitudinales y transversales respectivamente.

Los módulos tangentes adquieren unos valores de  $E_{LTAN} = 3190 \text{ N/mm}^2$  y  $E_{RTAN} = E_{TAN} = 139 \text{ N/mm}^2$ , describiendo la relación entre tensiones y deformaciones una vez rebasado el límite elástico de compresión en las direcciones longitudinales y transversales respectivamente.

- No linealidad geométrica: el programa tendrá en cuenta la deformación producida en la flexión antes de aplicar cada intervalo de carga.
- Criterios de fallo fenomenológico frágil: independientemente de que se llegue a producir plasticidad en las vigas ó no en los estados de carga finales, la rotura de todas las muestras siempre se producirá claramente en las fibras traccionadas próximas a un nudo, de ahí que se programasen los criterios de fallo fenomenológico frágil que se enumeran a continuación con el fin de conocer la carga teórica de agotamiento, y que se detallan en el capítulo 2:
  - Criterio de Hoffmann.
  - Criterio de Tsai-Hill.
  - Criterio de Tsai-Azzi.
  - Criterio de Yamada-Sun extendido a tres dimensiones.
  - Criterio de Norris.
  - Criterio de Hashin.
  - Criterio de Tsai-Wu, con factor de interacción teórico según J.Y. Liu (Liu, 1983).
  - Criterio de Tsai-Wu, con factor de interacción experimental de acuerdo a los ensayos de tracción oblicua propuestos inicialmente por Tsai y Wu (Tsai et al, 1970), realizados por L.Boström para *Pinus sylvestris* (Boström, 1992).

Utilizando en todos los casos, los valores resistentes aconsejados en la literatura (Boström, 1992; Argüelles B. 1994; Thelandersson et al, 2003; Grekin 2006) para la especie empleada:

$$f_{t,0} = 89 \text{ N/mm}^2 ; f_{c,0} = 57 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90} = 4 \text{ N/mm}^2 ; f_{c,90} = 7,6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,0} = 9,5 \text{ N/mm}^2 ; f_{v,90} = 13,3 \text{ N/mm}^2$$

Así que aplicando la ecuación (2.81.), se obtiene un factor de interacción según Liu:

$$F_{12} = F_{13} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_{t,0} f_{c,90}} + \frac{1}{f_{c,0} f_{t,90}} - \frac{1}{f_{v,0}^2} \right) = -2,608 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4 / \text{N}^2$$

Y en el plano isótropo (2.77.):

$$F_{23} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_{v,90}^2} - \frac{2}{f_{t,90} f_{c,90}} \right) = 0,030 \text{ mm}^4 / \text{N}^2$$

Por otra parte Lars Boström obtuvo un valor de  $f_{t,45} = 4,5 \text{ N/mm}^2$  en la realización de los ensayos de tracción oblicua en su tesis doctoral para la especie estudiada, por lo que aplicando (2.71.):

$$F_{12} = F_{13} = \frac{2}{f_{t,45}^2} \left( 1 - \frac{f_{t,45}}{2} \left( \frac{1}{f_{t0}} - \frac{1}{f_{c0}} + \frac{1}{f_{t90}} - \frac{1}{f_{c90}} \right) - \frac{f_{t,45}^2}{4} \left( \frac{1}{f_{t0} f_{c0}} + \frac{1}{f_{t90} f_{c90}} + \frac{1}{f_{v,0}^2} \right) \right) = 0,0518 \text{ mm}^4 / \text{N}^2$$

Como se observa, las diferencias entre la determinación del  $F_{12}$  teórico y experimental en este caso son notables; tal como se expuso en el capítulo 2, factores de interacción altamente negativos favorecen la resistencia en el primer y tercer cuadrante (tracción longitudinal con tracción transversal, y compresión longitudinal con compresión perpendicular respectivamente) mientras que factores de interacción muy positivos favorecen la resistencia en el segundo y cuarto cuadrante en retraimiento del primero y el tercero. En cualquier caso, para aplicar este criterio con un elipsoide cerrado es necesario cumplir la condición de (2.67.):

$$F_{ij}^2 \leq F_{ii} F_{jj}$$

Así que todo factor de interacción debe encontrarse en el siguiente intervalo:

$$-0,255 \cdot 10^{-3} \leq F_{12} \leq 0,255 \cdot 10^{-3}$$

Por lo que en este caso se tomará:

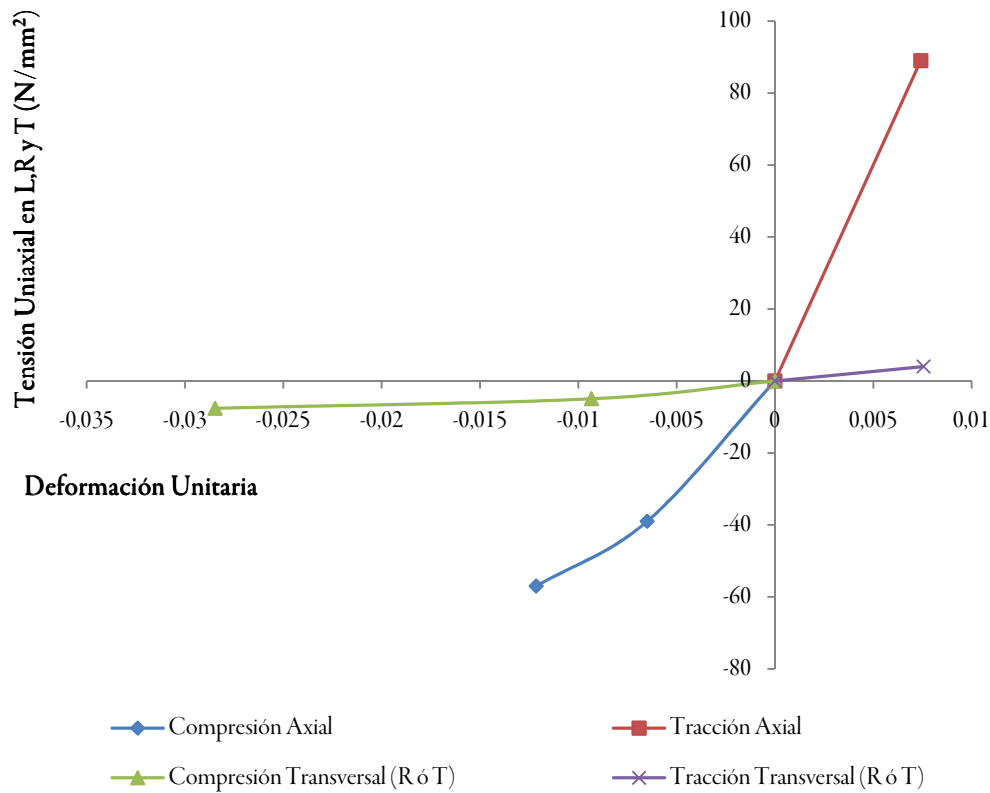
$$F_{12}(\text{Liu}) = -0,255 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4 / \text{N}^2$$

$$F_{12}(\text{Exp.}) = 0,255 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4 / \text{N}^2$$

Constituyendo además todo el rango de aplicación del polinomio de Tsai Wu en esta especie.

- Finalmente la aplicación bidimensional de toda esta teoría se aplica sin ninguna otra particularidad que las dispuestas en el capítulo 2, únicamente destacar que los criterios de fallo fenomenológico frágil aplicados en los modelos bidimensionales serán los de:
  - Criterio de fallo lineal.
  - Criterio de fallo cuadrático.
  - Tsai-Hill (Tsai Azzi en 2d es idéntico).
  - Hoffman.
  - Norris.
  - Yamada-Sun.
  - Hashin.
  - Tsai Wu con factor de interacción de acuerdo a J.Y. Liu (Liu, 1983).
  - Tsai Wu con factor de interacción calculado según los ensayos experimentales L. Boström (Boström 1992).

## Resumen de Respuestas Uniaxiales del Modelo (orientativo)



## Resumen de Respuestas Tangenciales del Modelo (orientativo)

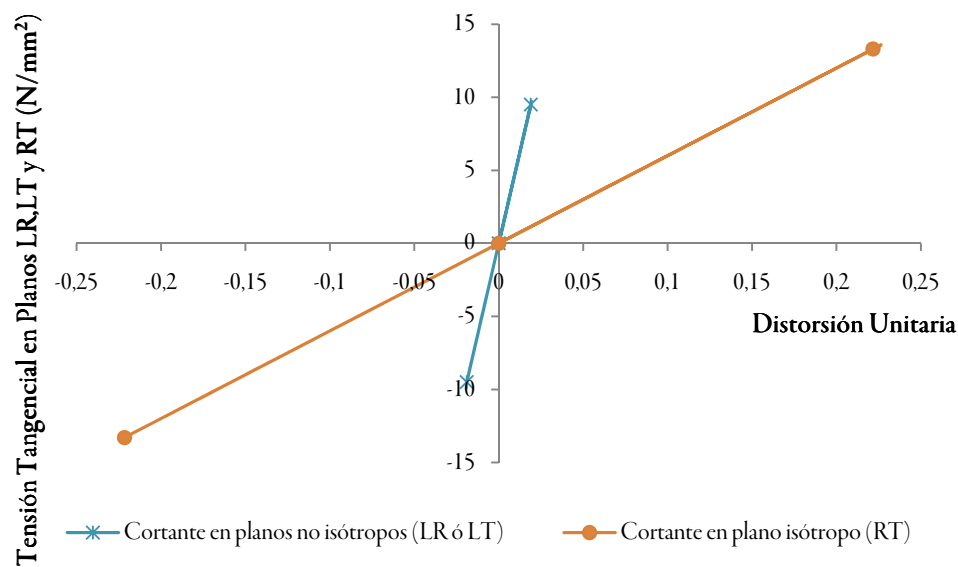


Figura 6.1. Resumen de las respuestas uniaxiales y tangenciales del modelo (Elab. Prop.)

## 4. Creación de los modelos de simulación bidimensional

A continuación se exponen los modelos generados mediante el M.E.F que posteriormente podrán ser utilizados para simular el comportamiento de las piezas ensayadas a flexión según la norma UNE 408. Estos modelos bidimensionales, como ya se comentó anteriormente son útiles para aquellos casos singulares en los que la pieza pueda ser asimilada a 2 dimensiones sin cometer errores excesivos:

- Piezas más o menos paralelas a la sección tangencial del tronco sin grandes desviaciones de fibra radial, que contengan combinaciones de:
  - Nudos pasantes interiores con características geométricas similares en ambas caras en cuanto a forma y posición
  - Nudos pasantes exteriores con características geométricas similares en ambas caras en cuanto a forma y posición

### 4.1. Nudos pasantes interiores

#### 4.1.1. Creación geométrica común para análisis fluido, multi-campo y sólido

En este apartado se crea la geometría que más tarde servirá de base para realizar los análisis de fluidos, multi-campo y sólidos.

Se trata pues de generar una geometría en dos dimensiones lo más equiparable posible a un nudo como este:

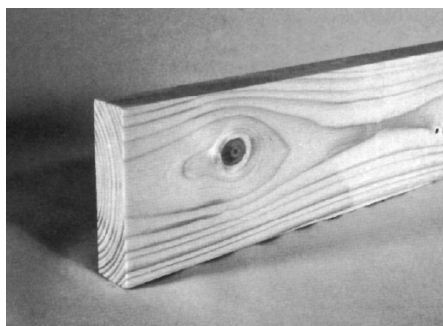


Figura 6.2. Ejemplo de nudo pasante interior (prINSTA 142:2008)



Para ello en primer lugar se programa la generación de una viga que esté dividida en unas determinadas subregiones estratégicas y de acuerdo a un orden concreto, de forma que más tarde todos sus elementos (puntos clave, líneas, áreas, nodos y elementos) puedan ser seleccionados y operados de manera más sencilla:

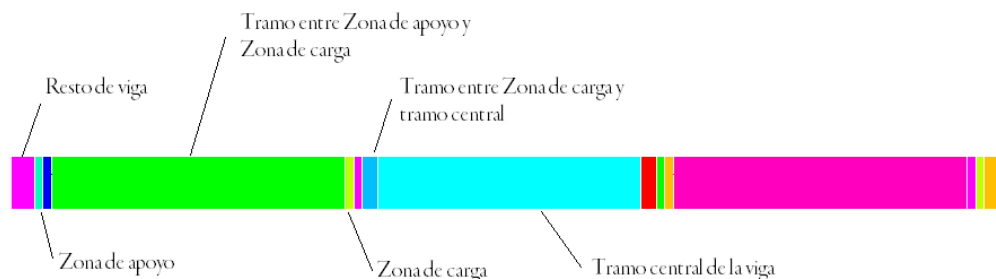


Figura 6.3. Tramos estratégicos de división de la viga (El. Pr.)

Estas regiones son: los 5<sup>h</sup> centrales, el espacio entre el tramo central y el inicio de la zona de carga, la primera y segunda mitad de la zona de carga, espacio entre zona de carga y zona de apoyos, primera y segunda mitad de apoyos, y resto de viga.

El programa necesita en esta sección la entrada por parte del usuario de los siguientes parámetros:

L= longitud de la viga.

H= canto de la viga.

B= ancho de la viga.

CARGA= ancho de las pletinas que imprimirán la carga en el actuador.

APOYO= ancho de las pletinas de apoyo de la viga.

En la segunda fase el programa crea un rectángulo que abarca por completo la pieza, además de generar las pletinas de acero que servirán de apoyo. Esta área adicional se crea con vistas al análisis fluido realizando una función de “conducto” o “tubería”, pues como se mostrará posteriormente, se forzará el paso de una corriente laminar que pasará a través de la viga de modo que el conducto superior permitirá por un lado contabilizar la desviación global de la fibra en el plano supuestamente “tangencial al tronco”, y por el otro generar unas líneas de corriente que no

se vean afectadas por el contorno que supone la viga. Como es obvio su dimensión longitudinal debe de ser lo suficientemente grande para abarcar por completo la pieza de análisis, y lo suficientemente alta como para que no distorsione la distribución de las líneas de corriente:

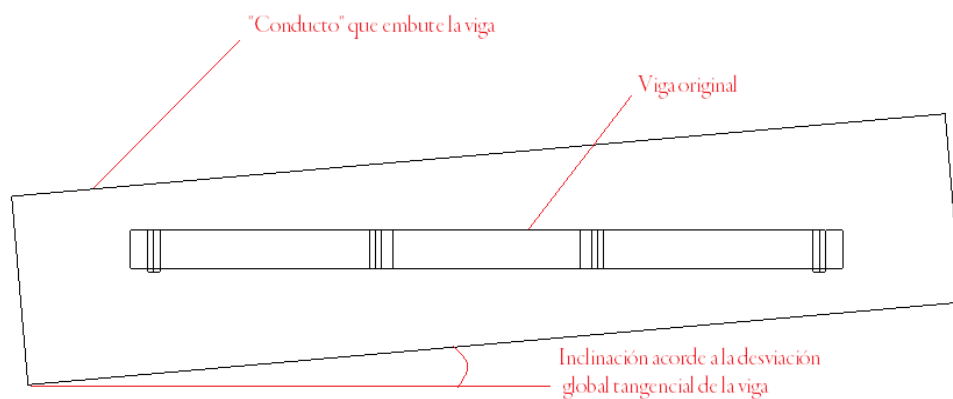


Figura 6.4. Creación del “conducto” bidimensional (E.P.)

En este tramo el programa requiere que el usuario al inicio hubiese introducido:

ESPAPOYO= espesor de las pletinas de apoyo que soportan la viga (por defecto 15mm).

El último paso lo constituye la macro que genera los nudos:

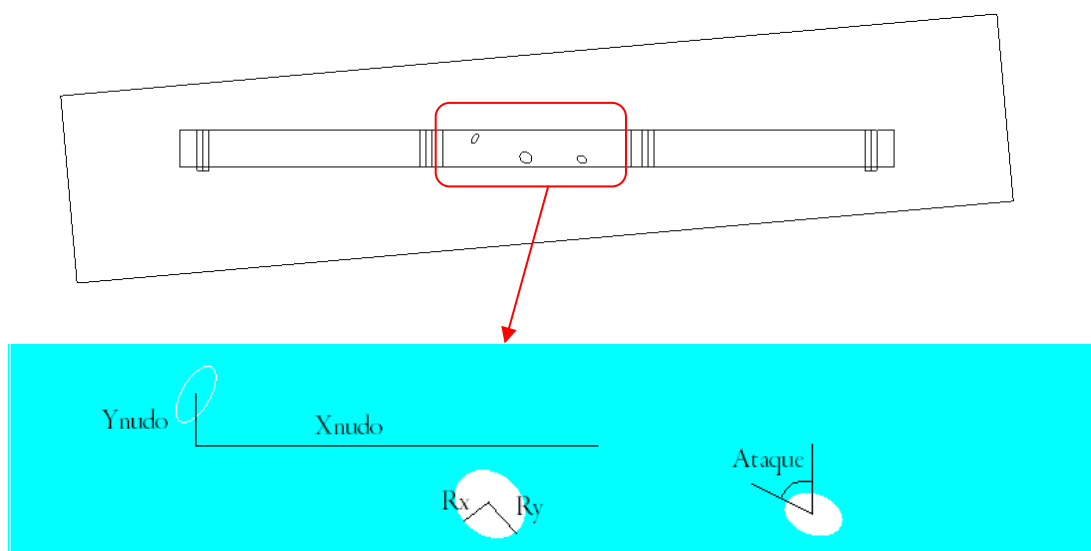


Figura 6.5. Generación de los nudos bidimensionales (E.P.)

Como se observa, los nudos en el caso bidimensional son asimilados a elipses cuyos “radios” (semiejes/2) ( $R_x$ ) y ( $R_y$ ) deben de ser medidos y son situados en la posición localizada por sus coordenadas ( $X_{nudo}$ ) e ( $Y_{nudo}$ ) respecto del punto central de cada viga.

Adicionalmente, las elipses se rotan un cierto ángulo (*Ataque*), que debe ser medido y que es aquel que forma el semieje mayor de la elipse con respecto a la vertical. Finalmente la macro elimina el área de aquellos nudos que están situados en la zona traccionada (concepción de nudo saltadizo), conservando aquellos en los que  $(Y_{nudo}) > 0$  (atribución de nudo adherente), tal como se expuso en el capítulo 2. Por todo ello, los parámetros por los que fueron solicitados al usuario son:

NUDOS=Número de nudos que el usuario considera que pueden influir en la resistencia de la pieza

XNUDO"n"=posición horizontal respecto el centro de la viga del nudo "n".

YNUDO"n"=posición vertical del nudo "n".

RX"n"=mitad del semieje menor de la elipse que representa al nudo "n".

RY"n"=mitad del semieje mayor de la elipse que representa al nudo "n".

ATAQUE"n"=ángulo que forma el semieje mayor respecto de la vertical en el nudo "n",  
dextrógiro=positivo.

Esta sección termina salvando la base de datos geométricos en un fichero, llamado "*Modelo Común*".

### 4.1.2. Análisis fluido

Una vez se ha generado la geometría común, se procede al análisis fluido, este paso comienza con la eliminación de los nudos adherentes:

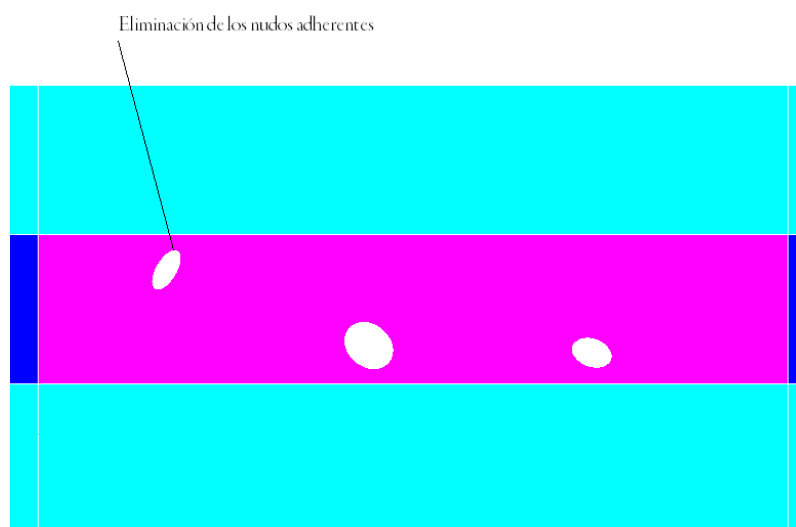


Figura 6.6. Eliminación de los nudos adherentes (E.P.)

Para comenzar con el mallado de todas las áreas del modelo, al igual que la geometría, esta tarea se realiza bajo un determinado orden y numeración con el fin de por un lado provocar la coincidencia de nodos y elementos respecto del posterior análisis sólido y por el otro facilitar la selección y operatoria durante otros procesados. El elemento empleado debe de admitir análisis fluidos permitiendo al menos dos grados de libertad correspondientes a las componentes de velocidad en su plano ( $v_x$ ) y ( $v_y$ ).

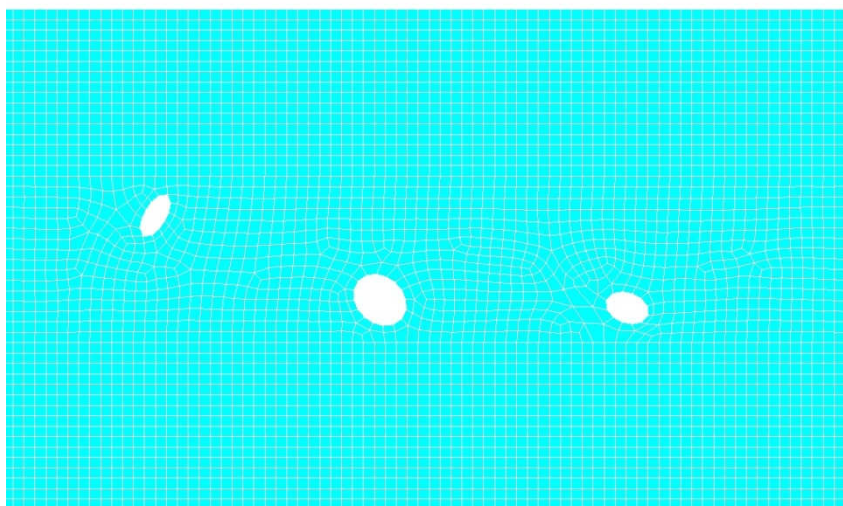


Figura 6.7. Ejemplo de mallado bidimensional (E.P.)

Para ello el usuario únicamente tuvo que introducir al inicio:

FM=factor de refinamiento de malla, representa las unidades (en este caso mm) de longitud que tendrán los lados de los elementos.

La siguiente fase consiste en introducir las condiciones de contorno hidráulicas del análisis. En los programas de elementos finitos de análisis de fluidos éstas suelen consistir en determinar qué presión, velocidad, temperatura, energía cinética turbulenta ó ratio de energía cinética de disipación en régimen turbulento se produce en cada punto, línea ó área considerada.

Como se trata de un análisis muy simple en el que solo habrá un tipo de fluido, incompresible y laminar, estas condiciones se reducen a especificar las velocidades ó/y presiones se producen en el contorno de la geometría anteriormente descrita, y dado que el análisis es bidimensional por comodidad serán definidas respecto de las líneas externas que lo conforman.

Existen tres modos en los que las líneas pueden constituir las condiciones de contorno fluidas:

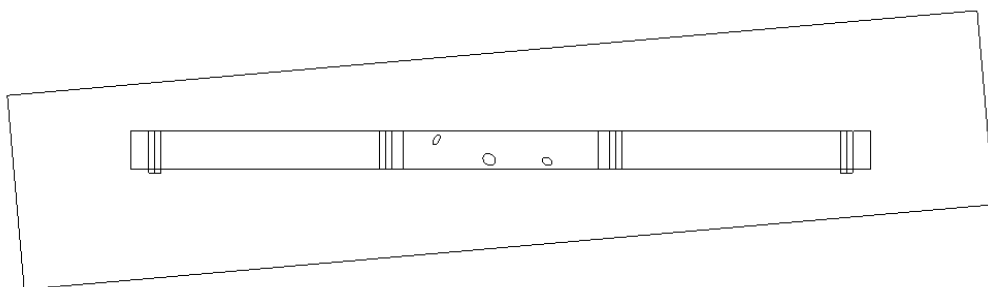
- Atribuyendo velocidades o presiones de entrada a las líneas, siendo éstas la frontera que determina la fuente de fluido, en este caso son *líneas de entrada o fuentes (input lines)*.
- Estableciendo fronteras a partir de las cuales el fluido no puede circular, es decir formando *líneas pared o paredes (wall lines)*, por las que evidentemente las componentes de velocidad son nulas.
- Asignando velocidades o presiones de salida a las líneas de forma que se conciban como sumideros de fluido, es decir *líneas de salida o sumideros (output lines)*.

En este caso solo interesa conocer la geometría de las líneas de corriente de un fluido laminar que circula alrededor de los obstáculos sólidos (los nudos), por lo que lo más práctico es considerar que el área superior es una tubería en la que existe una fuente de entrada y un sumidero de salida (en el extremo derecho ó izquierdo del “conducto”), siendo las líneas superiores e inferiores del conducto y las elipses de los nudos las “paredes” por las que el fluido carece de velocidad. De esta forma si el conducto se inclina exactamente el valor de la desviación global de la fibra en el plano tangencial ( $\theta$ ), es posible asegurar que la dirección de flujo es acorde a la desviación que presenta la pieza.

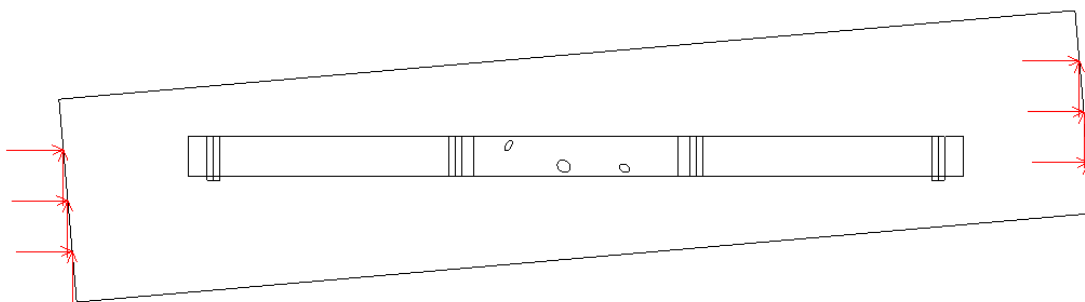
Hay que resaltar que como paso previo a la construcción de esta parte del modelo, se midió experimentalmente la desviación de la fibra alrededor de varios nudos pasantes, que eran perpendiculares a las caras de las piezas y al plano LT del tronco en varias muestras de *Pinus sylvestris*, con el fin de calibrar bidimensionalmente la velocidad ( $v_r$ ), viscosidad ( $\eta$ ), y densidad ( $\rho$ ) del fluido que se utilizaría en la simulación con el fin de asegurar un régimen de flujo laminar, y una distribución de líneas de corriente ajustada al patrón de formación de la especie utilizada.

Por último, para forzar que la velocidad calibrada ( $v_r$ ) sea la que efectivamente circula por el “conducto” que puede estar inclinado un cierto valor ( $\theta$ ), como es evidente las componentes cartesianas de este vector velocidad serán calculadas como ( $v_x = \cos(\theta) * v_r$ ) y ( $v_y = \sin(\theta) * v_r$ ), mientras que el sentido positivo ó negativo, se debe de determinar observando la dirección de crecimiento del árbol, a partir de las características anatómicas (inclinación de rama) observadas, y atribuyéndole consecuentemente a cada uno de los extremos la estimación de entrada ó salida.

Modelo antes de aplicar las condiciones de contorno fluidas



Modelo después de aplicar las condiciones de entrada y salida (componentes  $v_x$  y  $v_y$ )



Considerando también las paredes ( $v_x = v_y = 0$ )

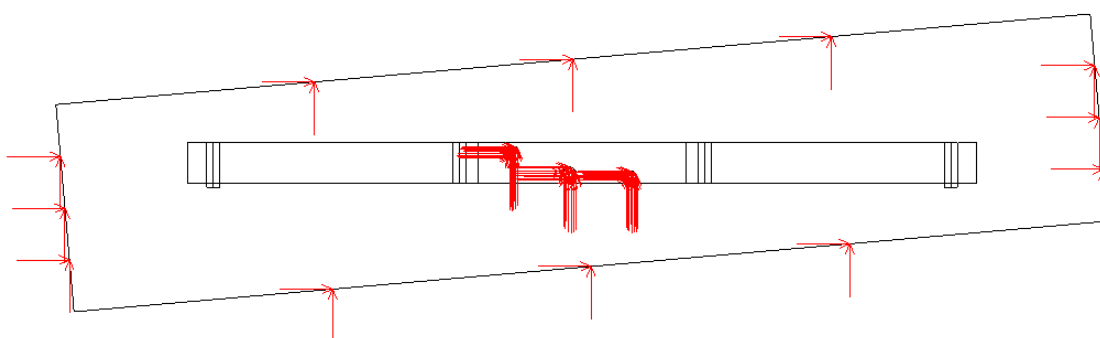


Figura 6.8. Aplicación de las condiciones de contorno fluidas bidimensionales (E.P.)

En este paso el usuario únicamente debió de señalar:

DESVIACIONCANTO= valor del ángulo de desviación de fibra global en el plano tangencial (en el radial no es posible), se debe por tanto considerar que las caras de la pieza considerada son perfectamente paralelas a las secciones tangenciales del tronco.

### 4.1.3. Análisis multi-campo y solución fluida

En este apartado se debe de intermediar el comportamiento entre partes sólidas (nudos) y fluidas (fibras), ello no resulta nada complicado pues el software permite fácilmente aplicar esta consideración.

Tras el análisis fluido, se debe de indicar cuáles son las partes que deben de tener un tratamiento sólido, por lo que automáticamente se remite a las líneas frontera de los nudos:

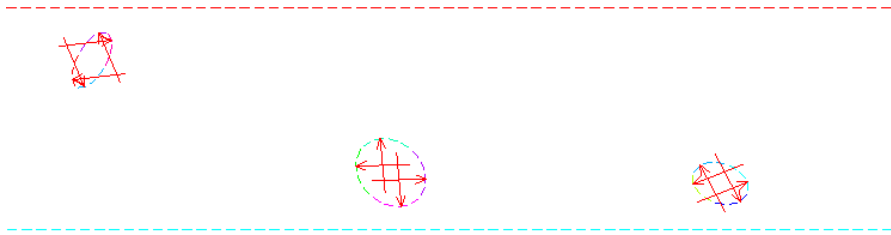


Figura 6.9. Consideraciones sólidas bidimensionales (E.P.)

Llegados a este punto, el programa no requiere nada más para poder comenzar a calcular la solución fluida. Durante el proceso resolutivo se aproxima, mediante un método iterativo, los grados de libertad ( $v_x$ ,  $v_y$  y presión ( $P$ )) correspondientes para cada uno de los nodos que conforman el modelo fluido empleando las ecuaciones de dinámica de fluidos laminares:

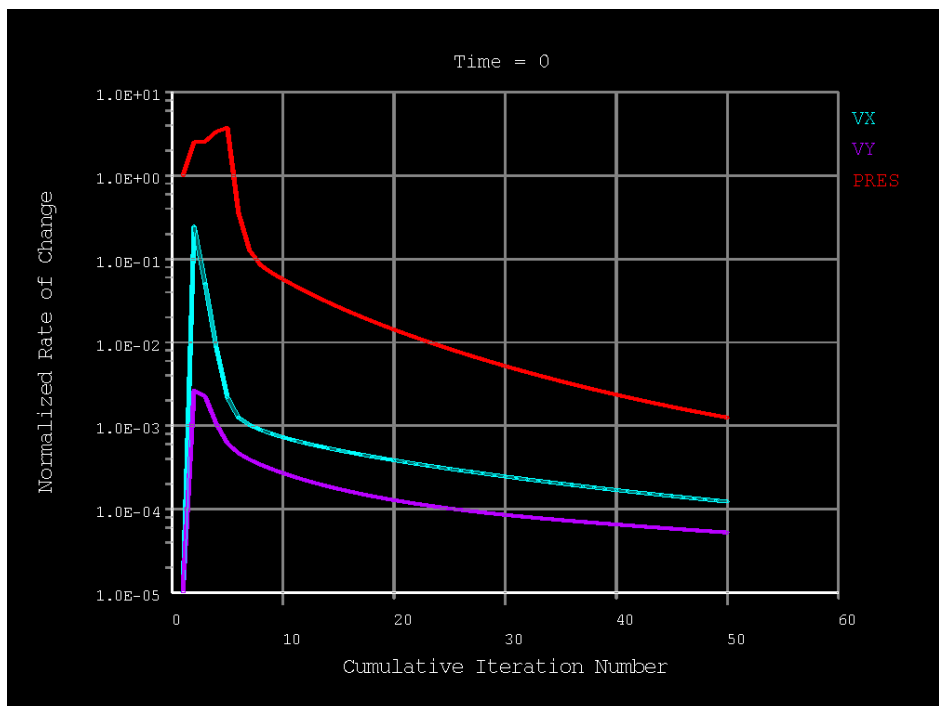


Figura 6.10. Proceso iterativo para la obtención de la solución fluida (E.P.)

Tal como se puede observar en la imagen, tan sólo se especificaron unas únicas condiciones de contorno en este análisis para el tiempo ( $t_0, time = 0$ ) inicial, donde las ecuaciones que describen la mecánica de los fluidos laminares han sido aproximadas, de forma que al ir aumentando el número de iteraciones (*cumulative iteration number*) la tasa de variación (*normalized rate of change*) de las raíces obtenidas disminuye progresivamente acercándose cada vez más a la solución real de los grados de libertad ( $v_x, v_y$  y *presión* ( $P$ )) que poseen los nodos del problema.

En este apartado el usuario debió de señalar al inicio:

ITERACIONES= se refiere al número de iteraciones a realizar para aproximarse a la solución real de las ecuaciones que describen la mecánica de los fluidos laminares. En dos dimensiones apenas penaliza, y el programa no sobrepasa los 20 segundos de cálculo desde el inicio hasta finalizar este punto (por defecto 75).

Una vez calculada la solución es posible observar por ejemplo la dirección y magnitud del vector velocidad para cada nodo alrededor de los nudos:

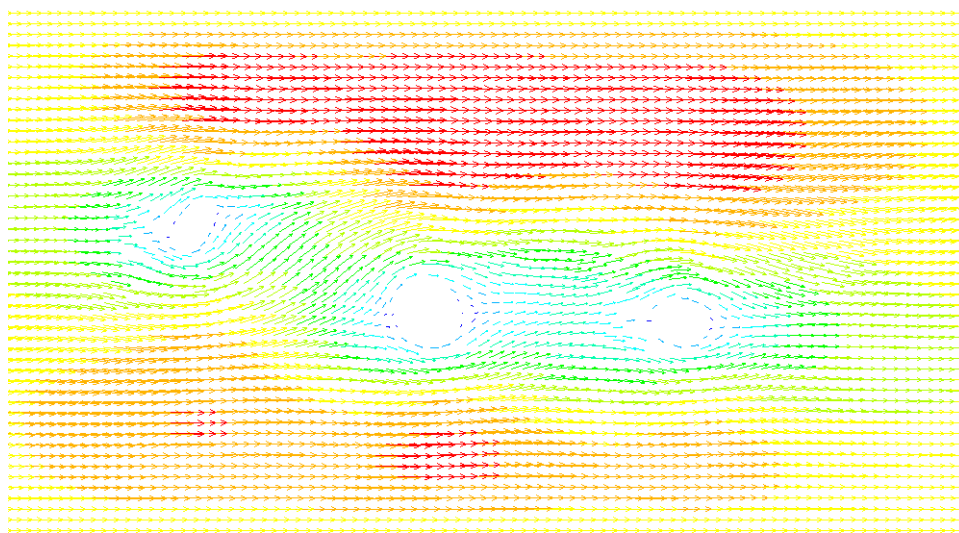


Figura 6.11. Vectores velocidad en el caso de varios nudos pasantes interiores (E.P.)

Color frío implica baja velocidad y color más caliente mayor velocidad, sin embargo en este análisis esta magnitud carece de importancia, pues únicamente importa la dirección de este vector.



Observando la correspondencia del vector velocidad en cada uno de los nodos:

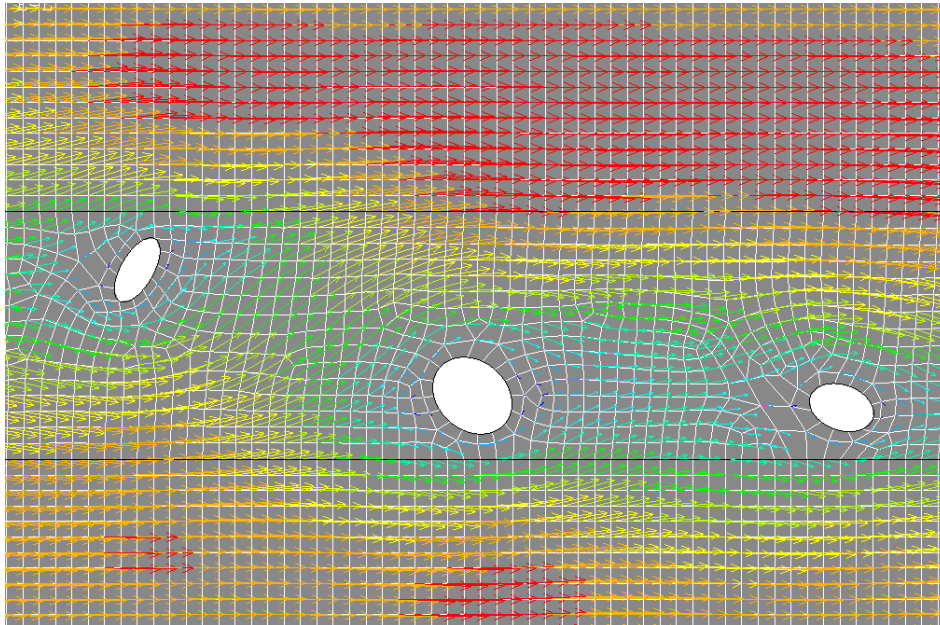


Figura 6.12. Detalle de la correspondencia de entre los vectores velocidad en cada uno de los nodos de la malla bidimensional (E.P.)

Analizando más en detalle el recorrido de las líneas de corriente (en las cuales el vector de velocidad es tangente en todos sus puntos):

---

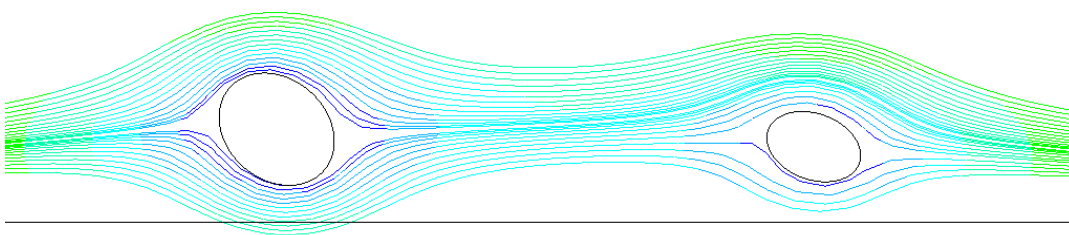


Figura 6.13. Líneas de corriente de alrededor de varios nudos pasantes interiores bidimensionales (E.P.)

Se observa como claramente la existencia del área superior permite que no exista influencia alguna de el contorno de la viga original sobre la dirección de las líneas de corriente alrededor de los nudos, pues éstas cruzan con absoluta libertad su frontera, así se asegura que efectivamente un flujo laminar a esa velocidad aproximaría su recorrido a esa dirección. Si se presta atención a las líneas de corriente respecto de los nodos:

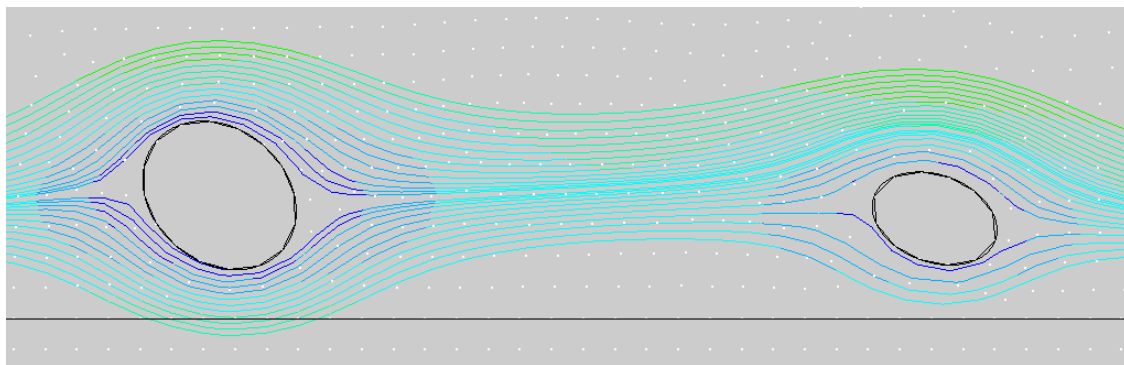


Figura 6.14. Detalle de la independencia de las líneas de corriente respecto del mallado del cuerpo (E.P.)

Se concluye que las líneas de corriente son absolutamente independientes de la malla. La distribución de velocidades y direcciones del fluido se crean en base a las condiciones de contorno y la forma de los obstáculos sólidos, la velocidad de cada nodo constituye únicamente la tangencia de estas líneas en cada punto.

Por otra parte si analizamos con detenimiento un caso de pronunciada desviación de fibra global, tal como se expuso en la creación de la geometría común, se puede observar como las líneas de corriente discurren absolutamente paralelas a las fronteras del “conducto” en el campo de estudio de la viga:

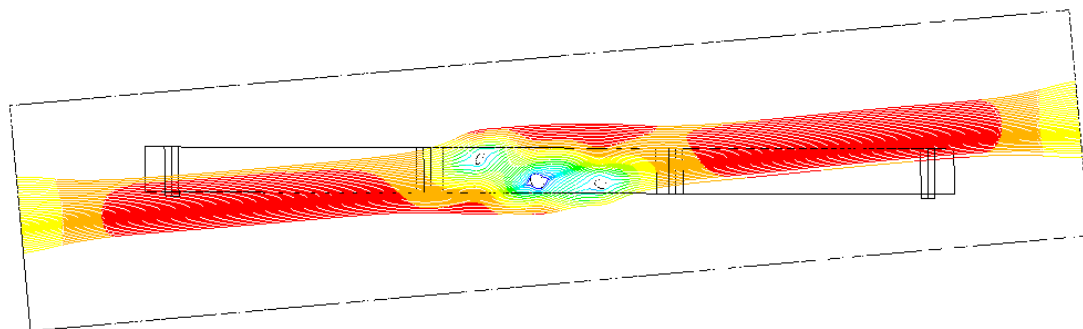


Figura 6.15. Detalle de la concordancia de las líneas de corriente respecto de la inclinación global de la fibra medida en el espécimen (E.P.)

Se constata que la desviación local alrededor de los nudos se produce en consonancia con la dirección observada de crecimiento de las fibras asegurando la máxima fidelidad con la realidad. Este apartado termina almacenando las componentes de velocidad ( $v_x, v_y$ ) a nivel de elemento, al realizar la media de los valores adoptados por estos vectores en cada uno de sus

nodos. Por último se guarda la base de datos completa con el nombre “*Modelo líquido*”. Todos los cálculos, almacenajes y salidas expuestos en esta sección se realizan de forma automática.

#### 4.1.4. Análisis sólido

Este apartado se inicia recuperando la geometría que almacena el “*Modelo Común*” y borrando el conducto externo que se utilizó durante el análisis precedente, pues en este punto carece de importancia.

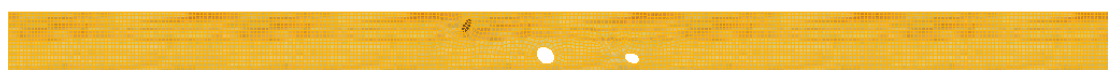


Figura 6.16. Geometría de interés para el análisis sólido bidimensional (E.P.)

Se define entonces un elemento plano rectangular sólido estructural con 2 grados de libertad que constituyen los corrimientos en su plano  $(u, v)$ . Cabe destacar que el software F.E.M. utilizado no permite introducir diferentes módulos de elasticidad a tracción y compresión por lo que se definirán 2 materiales distintos con sendos valores de rigidez longitudinal. Hay que destacar, que durante la entrada de elementos en régimen elasto-plástico, este cambio material también se llevará a cabo tras cada incremento de paso de carga, de forma coherente con el descenso de la fibra neutra.

Los nudos que no son eliminados (los de la zona de compresión, adherentes) también se consideran un material distinto, pues en este caso el eje longitudinal es perpendicular al plano de estudio, es decir que el área del nudo constituye el plano RT. Dado que el material es simplificado como transversalmente isótropo no se consideran diferencias materiales entre los ejes R y T, por lo que el área del nudo es simplemente isótropa, así que las tensiones, rigideces perpendiculares y longitudinales y coeficientes de Poisson son referidos a la dirección transversal a las fibras, ó plano de isotropía en todas las direcciones.

Por otra parte, pese a que el análisis tensional es plano, el elemento empleado permite considerar un estado de tensión plano con entrada de espesor, es decir realizar un análisis en 3

dimensiones por pura extrusión de 2 dimensiones. Como este modelo constituye un caso singular de las piezas tridimensionales en el que no se admiten diferencias radiales, se llevará a cabo esta simulación, tal y como se muestra:

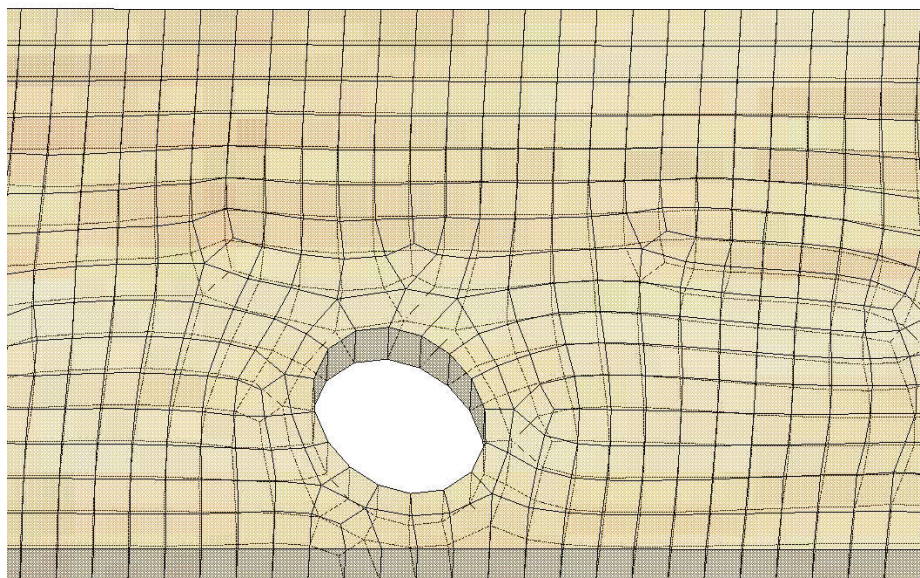


Figura 6.17. Detalle de la malla sólida “bidimensional” de un nudo pasante interior (E.P.)

El mallado se realiza siguiendo la misma estrategia que en el caso fluido, así la numeración de nodos y elementos es idéntica y por tanto equiparable.

A los elementos que conforman la viga de madera, se les asigna automáticamente la desviación global que presentan en el plano tangencial (desviación de canto) y las propiedades correspondientes a la tracción en la dirección de las fibras, mientras que aquellos que constituyen los nudos adherentes, como sus propiedades fueron ya definidas en el plano de estudio como cualidades transversales e isotropas, no precisan de ninguna desviación. Obviamente, ocurre lo propio con las pletinas de apoyo pues éstas son de acero. En la siguiente imagen se muestran los tres tipos de materiales iniciales:

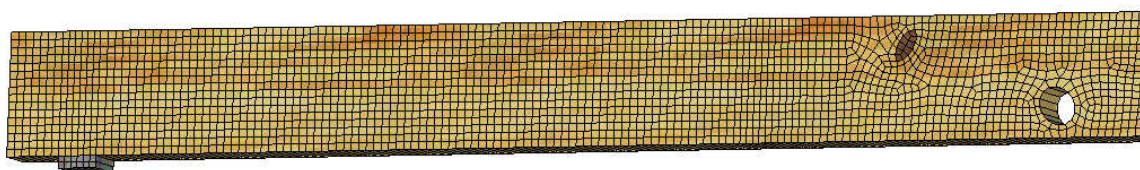


Figura 6.18. Materiales inicialmente considerados en el análisis sólido (E.P.)

El usuario hasta este punto tuvo que haber definido los siguientes parámetros:

DENS= Densidad media de la madera en  $\text{kg/m}^3$ .

EXT = Módulo de elasticidad en la dirección de las fibras a tracción.

EXC = Módulo de elasticidad en la dirección de las fibras a compresión

EY = Módulo de elasticidad transversal

NUXY=Coeficiente mayor de Poisson en el plano no isótropo

NUYZ= Coeficiente mayor de Poisson en el plano isótropo (para nudos adherentes)

GXY = Módulo de elasticidad transversal en el plano no isótropo

LE\_COMP\_0= Límite elástico a compresión longitudinal

LE\_COMP\_90= Límite elástico a compresión transversal

ETAN\_0= Módulo tangente tras rebasar el límite elástico a compresión longitudinal

ETAN\_90= Módulo tangente tras rebasar el límite elástico a compresión transversal

FC0= Resistencia a la compresión en la dirección de las fibras

FC90= Resistencia a compresión en la dirección perpendicular a las fibras

FV0= Resistencia al cortante longitudinal (deslizamiento)

FV90= Resistencia al cortante en el plano isótropo (cortadura)

FT0= Resistencia a la tracción paralela

FT90=Resistencia a la tracción perpendicular

El modelo continúa creando 360 sistemas de coordenadas locales, uno para cada uno de los grados que conforman una circunferencia, además de proceder al salvado de una base de datos llamada “*Modelo Sólido*”. Estos sistemas servirán de apoyo para la macro que viene a continuación y que asigna a cada elemento su correspondiente desviación de fibra, este proceso puede resumirse en la siguiente rutina que es realizada para cada uno de los elementos del *Modelo Sólido*:

- 1) Captura el número de un elemento del *Modelo Sólido* e identifica a su homólogo del *Modelo Líquido* recogiendo sus componentes de velocidad ( $v_x, v_y$ ).
- 2) Calcula el ángulo de desviación en el plano tangencial como el número entero más próximo a la arcotangente de sus componentes de velocidad  $\theta = \text{atan} \left( \frac{v_y}{v_x} \right)$ .



- 3) Regresa al elemento homólogo del *Modelo Sólido* y modifica su sistema local de coordenadas, que resultará de entre los 360 sistemas creados, aquel que indique el número entero que especifica el ángulo  $\theta$ .

De este modo cada elemento posee unívocamente un sistema de coordenadas cuya rotación respecto el eje perpendicular del plano de análisis es precisamente la media de los ángulos que forman los vectores velocidad de sus nodos (tangentes a las líneas de corriente) que constituyen ese elemento, así el eje OX del elemento donde se consideran las propiedades longitudinales de la madera están inclinadas exactamente la desviación que les corresponde en cada elemento, y las propiedades transversales del material son perpendiculares a dicha inclinación:

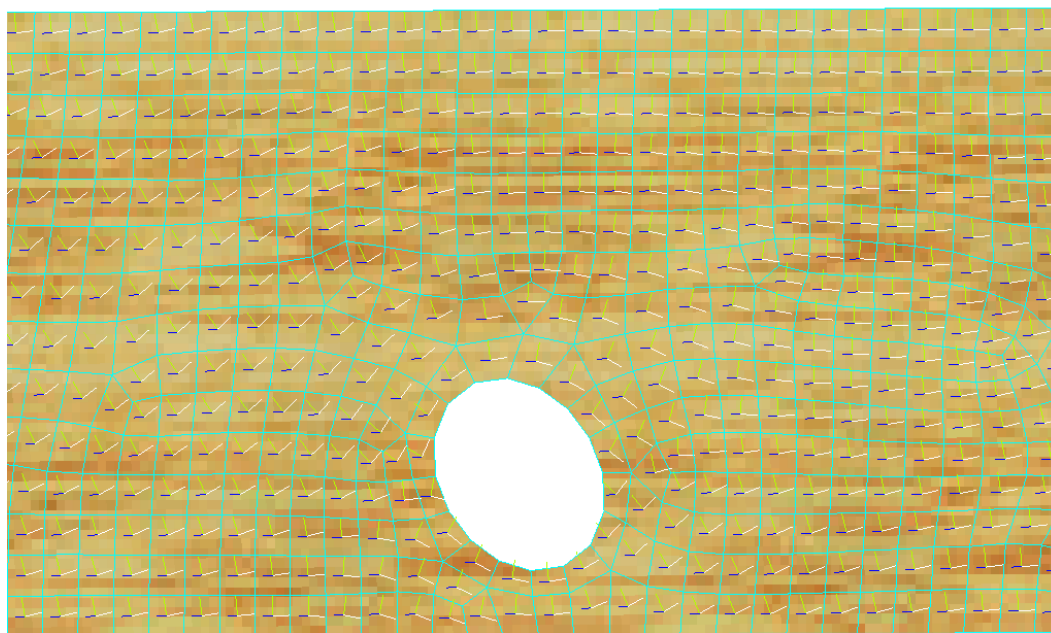


Figura 6.19. Detalle de la distribución de los ejes locales de cada elemento en un nudo pasante interior bidimensional. (E.P.)

Coloreando los elementos en función del sistema de coordenadas local puede obtenerse el mapa típico de desviación de fibra simple en un nudo único:

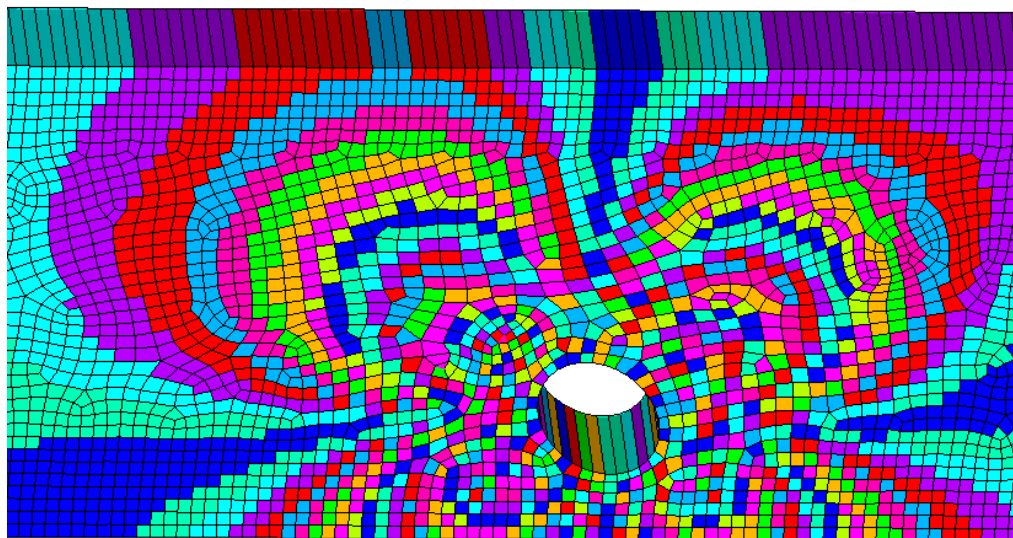


Figura 6.20 Típica distribución de sistemas de coordenadas locales en un nudo pasante interior simple en el caso bidimensional. (E.P.)

Una vez incluida la desviación de la fibra, se continúa como un análisis sólido convencional, en el que se aplican unas pequeñas cargas para preparar la viga al comienzo del ensayo a flexión según la norma UNE 408, consiguiendo además distinguir los elementos solicitados a compresión y reasignándoles su material correspondiente. Se aplican también las condiciones de contorno (articulación y deslizadera) así como el peso propio.

Por último se lleva a cabo la macro de aplicación de carga, que básicamente se resume en las siguientes operaciones:

- 1) Calcula los índices de agotamiento de los criterios de fallo fenomenológico a partir de las componentes tensionales y los valores resistentes para la primera carga aplicada ó de la carga aplicada en el paso anterior. Los criterios incluidos en análisis bidimensional son (ver capítulo 2 para más detalles), como ya se nombró anteriormente:
  - Criterio de fallo lineal.
  - Criterio de fallo cuadrático.
  - Tsai-Hill (Tsai Azzi en 2d es idéntico).
  - Hoffman.
  - Norris.
  - Yamada-Sun.

- Hashin.
  - Tsai Wu con factor de interacción teórico
  - Tsai Wu con factor de interacción experimental
- 2) Calcula el índice de agotamiento respecto de la superficie inicial de plasticidad anisótropa propuesta inicialmente por Hill (Hill, 1947) con las modificaciones de Shih (Shih et al, 1978) y el modelo de endurecimiento de Villiapan (Villiapan et al, 1976).
  - 3) Almacena los índices máximos obtenidos y la flecha global en un fichero titulado “Cantidad de Carga del intervalo de carga N”. Si éstos índices son inferiores a uno, sigue calculándolos tras el próximo incremento de carga, en caso contrario registra la carga final de rotura correspondiente a cada uno de los criterios superados, y cuando todos los criterios se hayan rebasado, deja de incrementar la carga y sal de la macro.
  - 4) Selecciona aquellos elementos que se encuentren comprimidos, y cambia sus propiedades elásticas. En aquellos elementos en los que se haya rebasado la superficie inicial de plasticidad, transforma sus propiedades según los módulos tangentes empleados en cada dirección. Realiza el sub-paso de carga correspondiente aplicándolo a la geometría ya deformada, y comienza de nuevo en el primer paso.

De este modo se obtiene la solución final de carga de rotura para cada criterio de fallo, y las tensiones, deformaciones y corrimientos para cada estado de carga de una viga con varios nudos pasantes interiores concebida bidimensionalmente. En la siguiente figura se ejemplifica la solución típica de desplazamientos e índices de rotura según fallo cuadrático de la madera de alrededor de los nudos durante un ensayo a flexión según la norma UNE 408 (en este caso solución elemental como media de los valores de los nodos y posterior extrapolación):

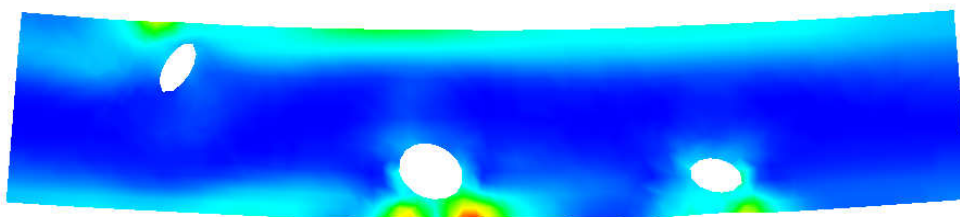


Figura 6.21. Típica distribución índices de aprovechamiento según el criterio de fallo cuadrático en el caso de varios nudos pasantes interiores bidimensionales. (E.P.)



Todo el proceso descrito se realiza de forma automática, se debe de mencionar que mediante este procedimiento se ha conseguido simular la desviación de la fibra de varios nudos elípticos en 2 dimensiones de acuerdo a la analogía fluido-fibra de forma independiente a la malla e incluyendo la desviación global de la fibra en el plano tangencial, hecho que como se ha expuesto en el capítulo 2 de esta tesis no se había realizado con anterioridad (solo nudos circulares y sin desviación global).

## 4.2. Nudos pasantes exteriores

La independencia del análisis fluido resulta muy práctica no solo debido a la calidad de la malla, si no también a la versatilidad frente a los cambios de posiciones, tamaños y formas de los nudos. Así, la programación de este tipo de nudos no supone ningún cambio importante frente al modelo comentado anteriormente, más bien puede considerarse que simplemente la elipse u obstáculo se “emplaza en la zona de borde”, por lo que el modelo líquido resulta:

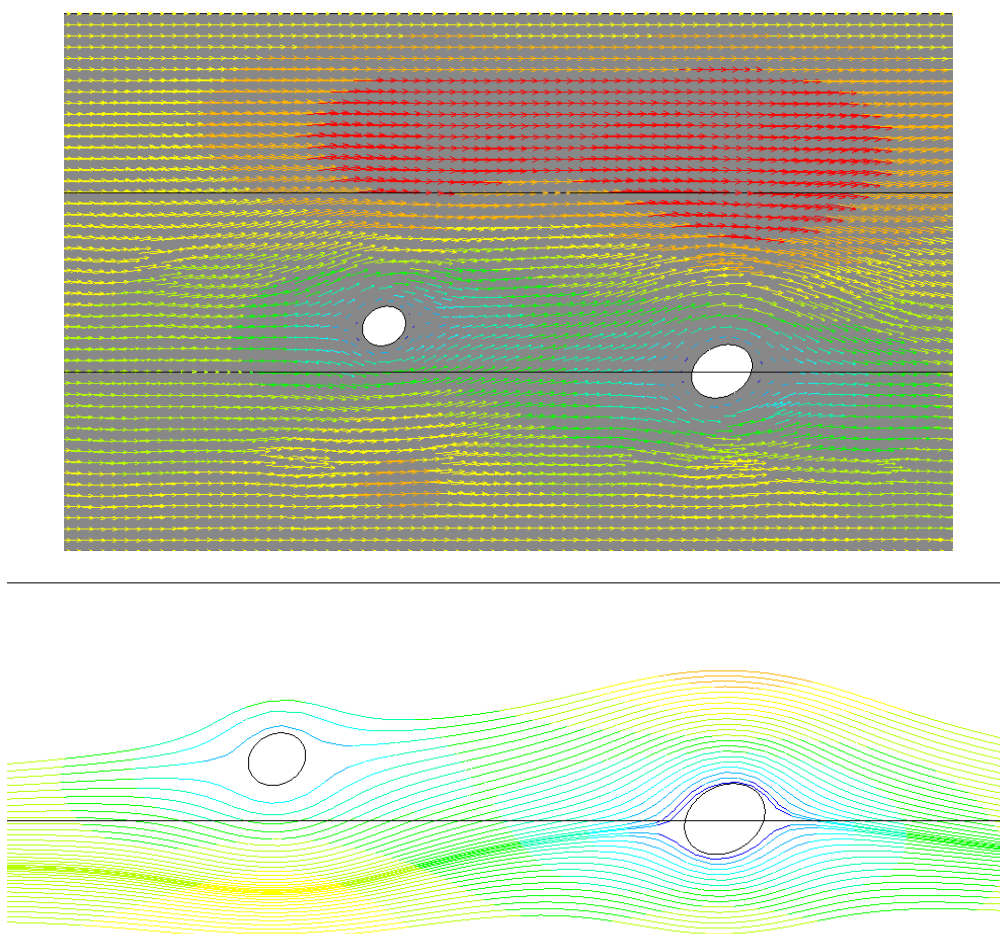


Figura 6.22. Distribución de las líneas de corriente en el caso de nudos pasantes exteriores bidimensionales (E.P.)

Por tanto el modelo sólido:

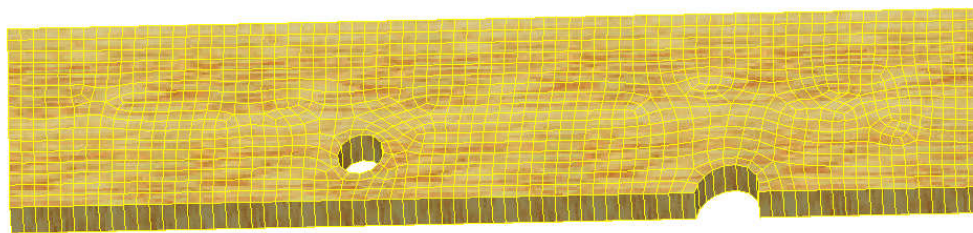


Figura 6.23. Mallado bidimensional de una pieza con nudos pasantes exteriores (E.P.)

Con sus respectivos sistemas de coordenadas:

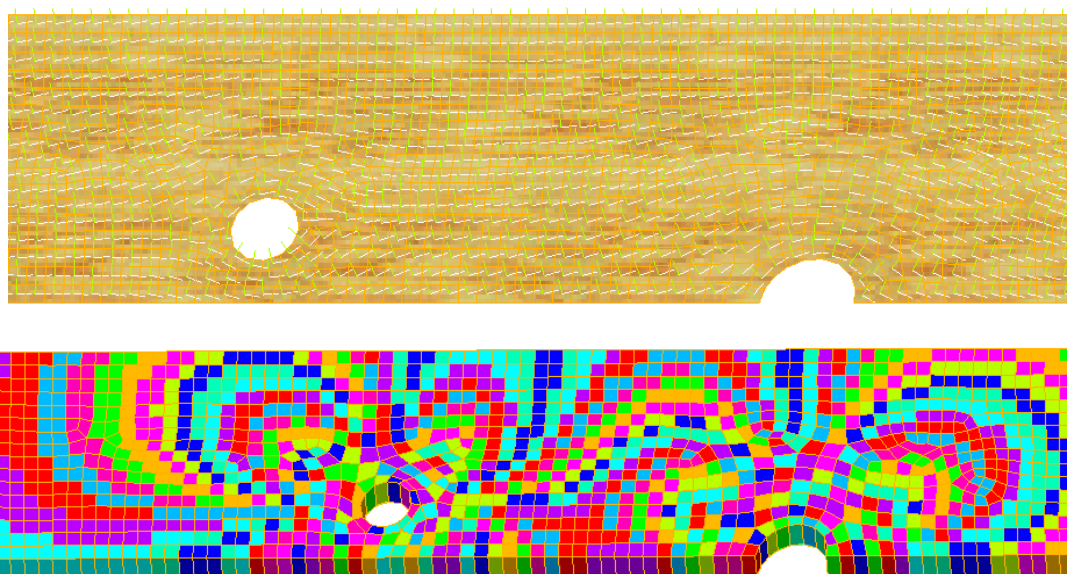


Figura 6.24. Distribución bidimensional de los sistemas locales de coordenadas en el caso de nudos pasantes exteriores (E.P.)

## 5. Creación de los modelos de simulación tridimensional

Una vez expuestos los casos particulares en los cuales debido a la posición relativa de la pieza en el tronco y su propia geometría no existe una variación substancial en la dirección “radial”, se presentarán en este apartado los modelos generados para poder adaptarse a las situaciones más habituales en los que sí existen tales alteraciones, y la probeta debería de ser analizada en sus tres dimensiones. Estos modelos espaciales han sido generados siguiendo la

misma filosofía que se comentó en los análisis bidimensionales, por lo que esta sección será enfocada a resaltar los cambios respecto de éstos.

## 5.1. Nudos pasantes interiores

### 5.1.1. Creación geométrica común

La geometría de partida difiere de la anteriormente propuesta. Dado el notable incremento de operaciones que supone trabajar en 3 dimensiones, es aconsejable que la parte a analizar en el modelo fluido se restrinja a la sección concreta en la cual el nudo ejerce su influencia (en los modelos que se ejemplifican en esta sección se considera únicamente el tercio central de cada viga), no obstante, el modelo es obviamente aplicable para cualquier posición de nudo.

La cara interior (más próxima a la médula) es nombrada como cara “b” del espécimen mientras que la cara externa se denomina cara “a”, así:

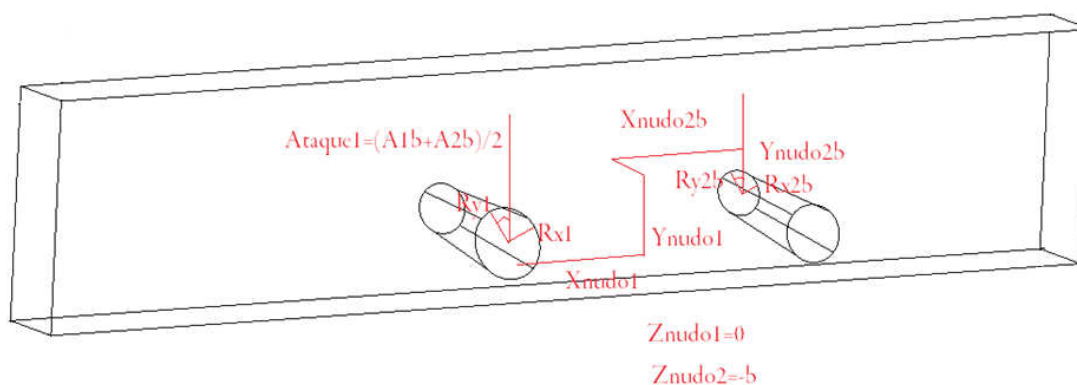


Figura 6.25. Parámetros necesarios para la generación tridimensional de los nudos pasantes (E.P.)

La programación es similar, sólo que en este caso se obtienen por cada nudo 2 mediciones de cada variable, por lo que el usuario debería de especificar al comienzo:

4 coordenadas respecto del centro de la cara anterior de la pieza:

$XNUDO"n"$  = posición horizontal respecto del nudo “n” en su cara anterior (cara a).

$XNUDO"n"B$  = posición horizontal del nudo “n” en su cara posterior (cara b).

$YNUDO^N$  = posición vertical respecto del nudo “n” en su cara anterior (cara a).

$YNUDO^NB$  = posición vertical del nudo “n” en su cara posterior (cara b).

$ZNUDO^N$  = 0, puesto que se trata de la cara anterior (el usuario no debe de especificarlo).

$ZNUDO^NB$  = -b (ancho de la pieza), ya que se trata de la cara posterior (el usuario no debe de especificarlo).

4 semiejes/2:

$RX^N$  = mitad del semieje menor de la elipse que representa al nudo “n” en la cara anterior.

$RX^NB$  = mitad del semieje menor de la elipse que representa al nudo “n” en la cara posterior.

$RY^N$  = mitad del semieje mayor de la elipse que representa al nudo “n” en la cara anterior.

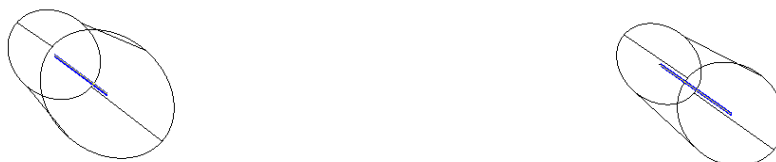
$RY^NB$  = mitad del semieje mayor de la elipse que representa al nudo “n” en la cara posterior.

1 ataque:

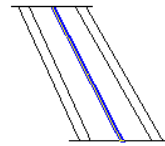
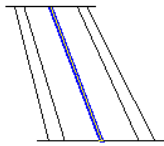
$ATAQUE^N$  = ángulo que forma el semieje mayor respecto de la vertical en el nudo “n”, siendo el dextrógiro = positivo. Se obtiene midiendo dicho ángulo en la cara más desfavorable (debido a la dificultad matemática de realizar una extrusión con giro).

Una vez introducidos esos parámetros, el programa dibuja la elipse correspondiente a la cara “a” y realiza una extrusión de la misma de acuerdo al eje que une los centros de las elipses de ambas caras, aplicándole un factor de proporción tanto al semieje “x” como al semieje “y”. De este modo se conciben los nudos como troncos de cono oblicuos de base elíptica y girados, cuyas bases son las partes vistas de los nudos por ambas caras, su generatriz es el segmento que une ambos centros, y su giro se realiza de acuerdo al ángulo de la cara más desfavorable.

Dirección de extrusión dada por la generatriz o diferencia de posiciones entre caras (vista de alzado):



Permitiendo diferenciaciones horizontales (planta):



Y verticales (perfil):

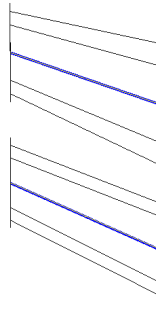


Figura 6.26. Vista en planta, alzado y perfil de los nudos pasantes (E.P.)

Proporciones de reducción para elipses en sus semiejes X e Y de acuerdo a la relación entre tamaños de ambas caras:

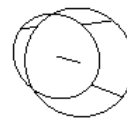
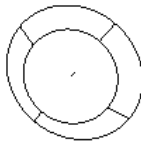


Figura 6.27. Reducción proporcionada desde las elipses de la cara externa hasta alcanzar el tamaño exacto de las elipses de la cara interna (E.P.)

$$\text{Factor de reducción horiz. antes de girar según ataque medio} = R_x/R_{xb}$$

$$\text{Factor de reducción vert. antes de girar según ataque medio} = R_y/R_{yb}$$

Por otra parte en el caso tridimensional el “conducto” debe de ser un prisma que abarque por completo la zona de análisis, y al igual que en el caso bidimensional, sus dimensiones e inclinaciones resultan primordiales, por lo que se detallan a continuación.

Este prisma o “conducto” no tendrá una única inclinación, sino que se le aplicarán tres rotaciones que permitirán una precisión mucho mayor en la generación de la desviación de las fibras, al poder determinar en cada pieza tanto la orientación espacial de la fibra a partir de las desviaciones medidas en las caras ( $\theta$ ) y los cantos ( $\vartheta$ ), como la localización del plano tangencial al tronco ( $\kappa$ ). En la siguiente figura se puede apreciar la primera de estas tres inclinaciones que es la única que se puede considerar en dos dimensiones, y que representa la desviación global media observada en las caras de la pieza ( $\theta$ ), suponiendo una rotación del conducto respecto del eje perpendicular a las caras:

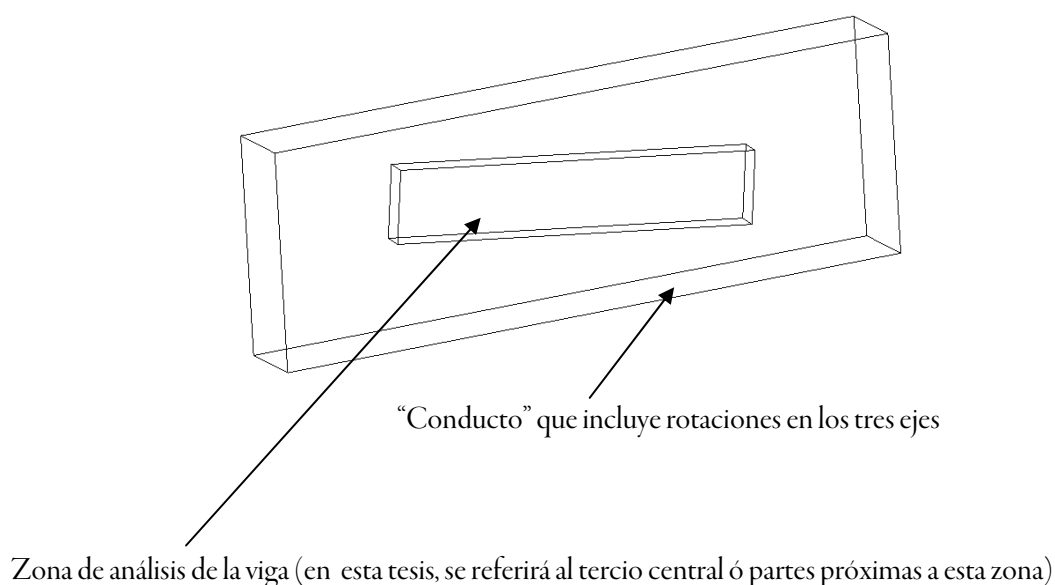


Figura 6.28. Primera rotación del conducto respecto del eje perpendicular a las caras de la pieza (E.P.)

Por otro análogamente, es posible representar también la desviación global media observada en los cantos ( $\vartheta$ ), aplicando una segunda rotación del conducto respecto del eje perpendicular a los cantos. Si por se observa la vista en planta de la anterior figura:

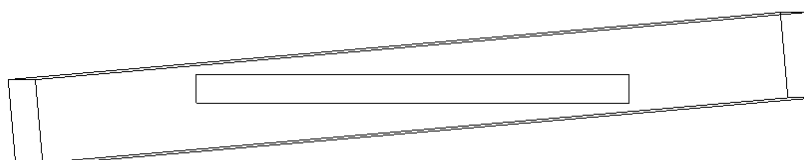


Figura 6.29. Segunda rotación del conducto respecto del eje perpendicular a los cantos de la pieza

Una vez realizadas estas dos primeras rotaciones, la dirección espacial de crecimiento del árbol se encuentra totalmente determinada a diferencia de 2D en donde solo era posible

considerar la primera de ellas. No obstante es posible afinar aún más la desviación del flujo; se puede considerar también el plano tangencial al tronco, pues éste es aquel que resulta perpendicular a la proyección axial de las generatrices de los nudos, por lo que se generará una tercera rotación ( $\kappa$ ) respecto del eje longitudinal de la pieza que vendrá determinada a partir del grosor de la misma ( $b$ ), y de las coordenadas verticales en ambas caras del nudo más desfavorable ( $y_a, y_b$ ):

$$\kappa = \text{atan} \left( \frac{y_b - y_a}{b} \right) \quad (4.1.)$$

Observando una vista de perfil, se aprecia como el conducto se torna perpendicular a la generatriz (en azul) del nudo más desfavorable:

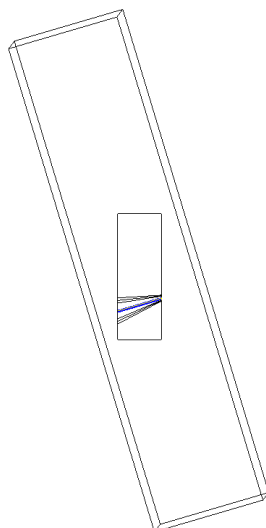


Figura 6.30. Tercera rotación del conducto obteniendo el plano tangencial al tronco (E.P.)

Tras considerar las 3 rotaciones el programa calcula automáticamente las dimensiones del conducto, que como resulta obvio al igual que en 2D, el largo del prisma debe de ser suficientemente grande para abarcar la pieza de análisis, el alto no debe de distorsionar las líneas de corriente, y el ancho debe de ajustarse al máximo a la pieza de análisis para minimizar el número de elementos y evitar la distorsión radial de las líneas de corriente.

Finalmente el último en el último paso de esta fase, se realiza una extrusión de las elipses de ambas caras a través del conducto que rodea la viga original, procurando mantener dentro de lo posible la proporción de conicidad correspondiente en cada nudo:

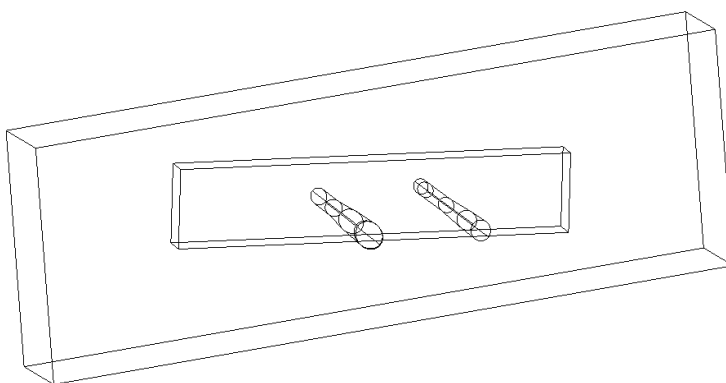


Figura 6.31 Conjunto geométrico común tras la generación de los nudos interiores (E.P.)

### 5.1.2. Análisis fluido

Tras eliminar los posibles nudos adherentes se realiza el mallado con un elemento hexaédrico que admita las mismas consideraciones propuestas en el caso bidimensional y que adicionalmente deberá de permitir la componente de velocidad “radial” ( $v_z$ ) entre sus grados de libertad.

Realizar un mallado de calidad que respete las condiciones de forma en la geometría presentada anteriormente y que no contenga elementos tetraédricos no es una tarea fácil, especialmente cuando existen grandes diferencias horizontales y verticales entre las posiciones y tamaños de las elipses de ambas caras, tal como se muestra a modo de ejemplo en la siguiente figura:

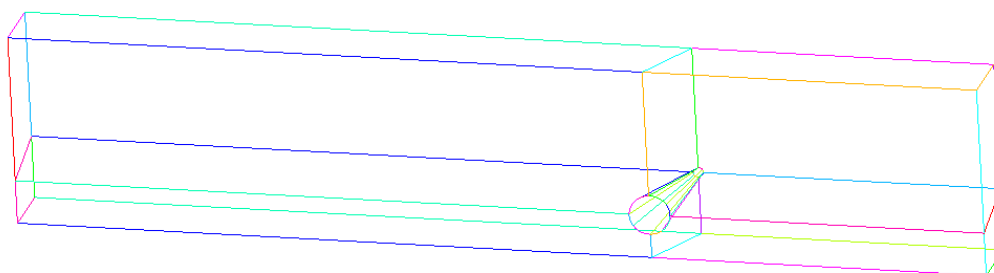
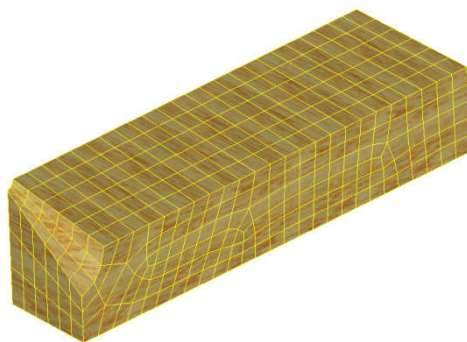


Figura 6.32. Cortes estratégicos para propiciar un mallado de calidad (E.P.)

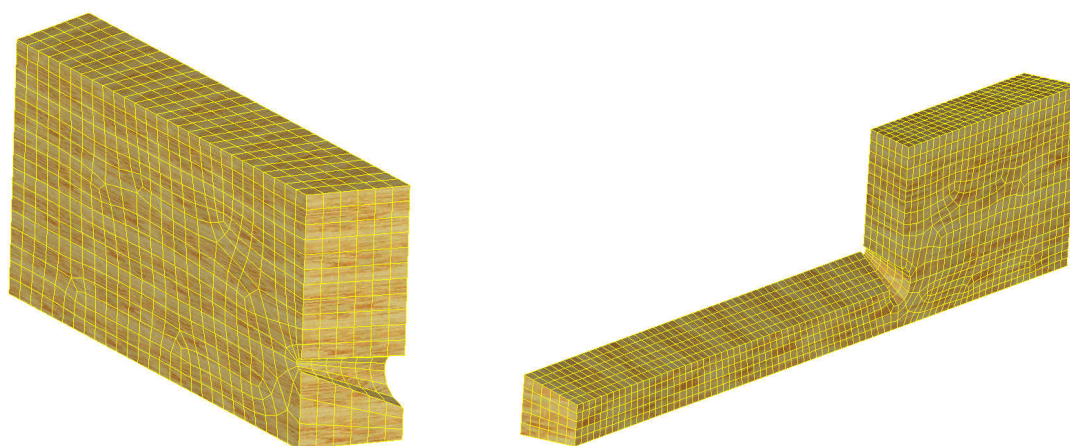
Sin embargo este problema se solventa al programar cortes horizontales y/o verticales (según el caso) siguiendo las directrices de cada nudo y ajustando el mallado progresivamente desde la forma de la pieza hasta la geometría del nudo:



Inicio:



Continuación:



Finalización:

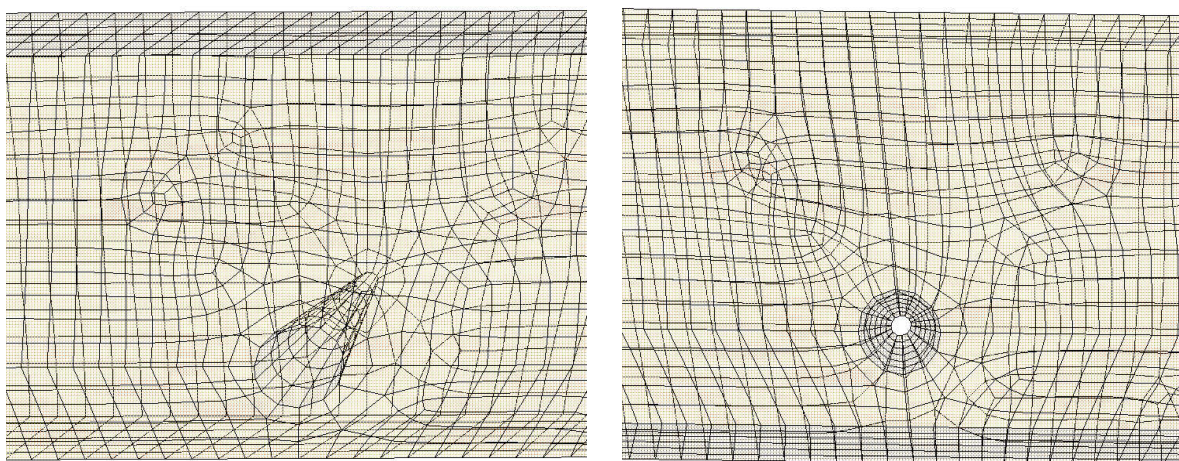


Figura 6.33. Mallado tridimensional de los nudos pasantes interiores (E.P.)

De este modo se consigue automatizar el ajuste de una realidad geométrica complicada a una malla hexagonal regulada. El análisis continúa imponiendo las condiciones de contorno

fluidas, en las cuales cabe únicamente resaltar que las líneas de contorno se tornan en superficies de contorno, y obviamente, para forzar que la dirección general de flujo coincida con la inclinación espacial del conducto se deben de emplear las correspondientes relaciones cartesianas y vectoriales, así por ejemplo la desviación observada en los cantos ( $\vartheta$ ) debe de ser:

$$\vartheta = \text{atan}\left(\frac{v_z}{v_x}\right) \quad (4.2.)$$

Igualmente la desviación media en las caras ( $\theta$ ):

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (4.3.)$$

Como el módulo del vector velocidad de flujo ( $v_r$ ) es:

$$v_r = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (4.4.)$$

Fácilmente se pueden determinar las componentes del vector velocidad:

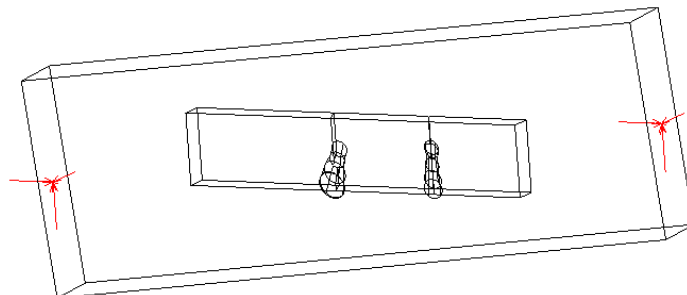
$$v_x = \sqrt{\frac{v^2}{1 + \tan^2\theta + \tan^2\vartheta}} \quad (4.5.)$$

Por supuesto:

$$v_y = \tan\theta * v_x \quad (4.6.)$$

$$v_z = \tan\vartheta * v_x \quad (4.7.)$$

Que actuarán obviamente en la superficie de entrada y de salida del conducto, siguiendo el sentido de crecimiento observado:



Por último se añaden también las consideraciones de superficies pared:

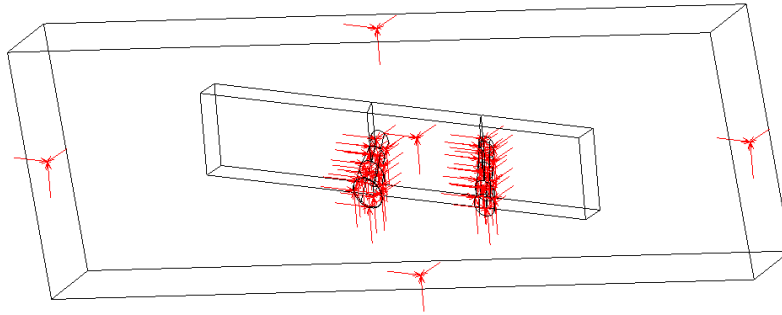


Figura 6.34. Aplicación de las condiciones de contorno fluidas para el caso tridimensional de nudos pasantes interiores (E.P.)

Todo se realiza automáticamente, por lo que el usuario a diferencia del análisis bidimensional, tan solo tuvo que especificar al inicio:

DESVIACIONGRUESO= valor del ángulo de desviación de fibra global en el plano radial.

### 5.1.3. Análisis multi-campo

Se especifican las áreas de consideración sólida:

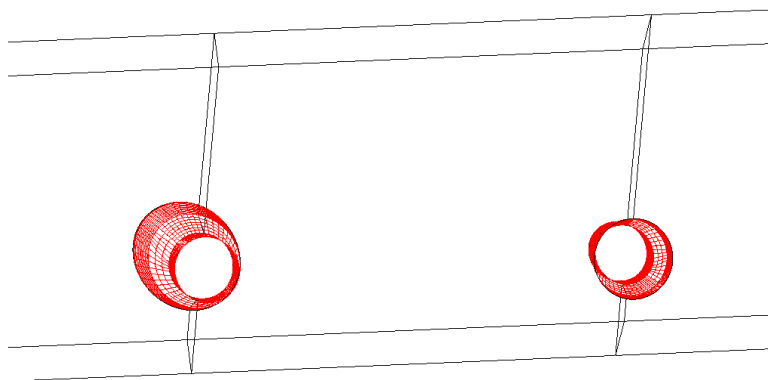


Figura 6.35. Imposición de las consideraciones sólidas para el caso tridimensional de nudos pasantes interiores (E.P.)

Se ejecuta la solución, y se puede observar el vector velocidad para los nodos situados alrededor de los nudos:

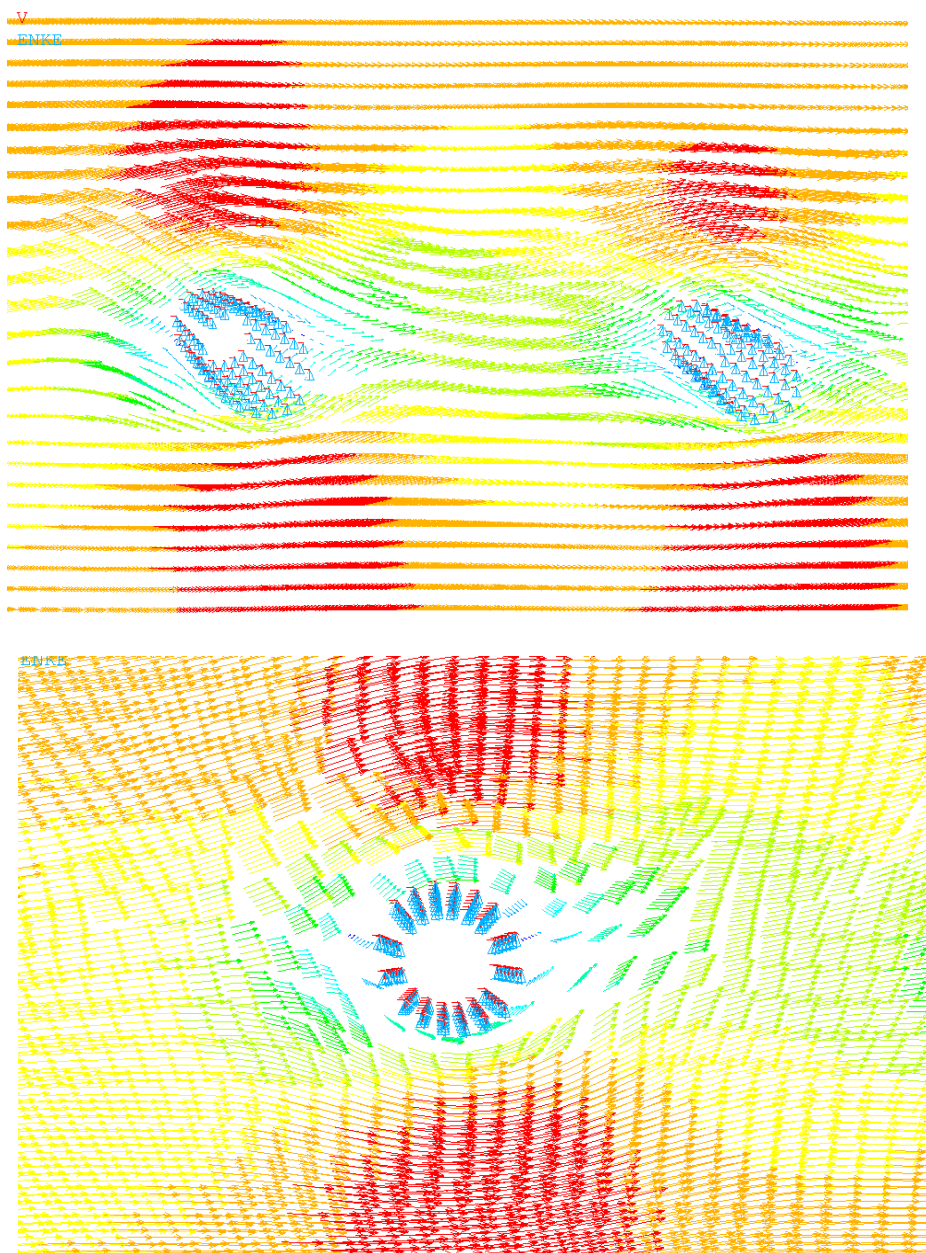


Figura 6.36. Vectores de velocidad producidos alrededor de varios nudos pasantes interiores tridimensionales (E.P.)

Así como las líneas de corriente



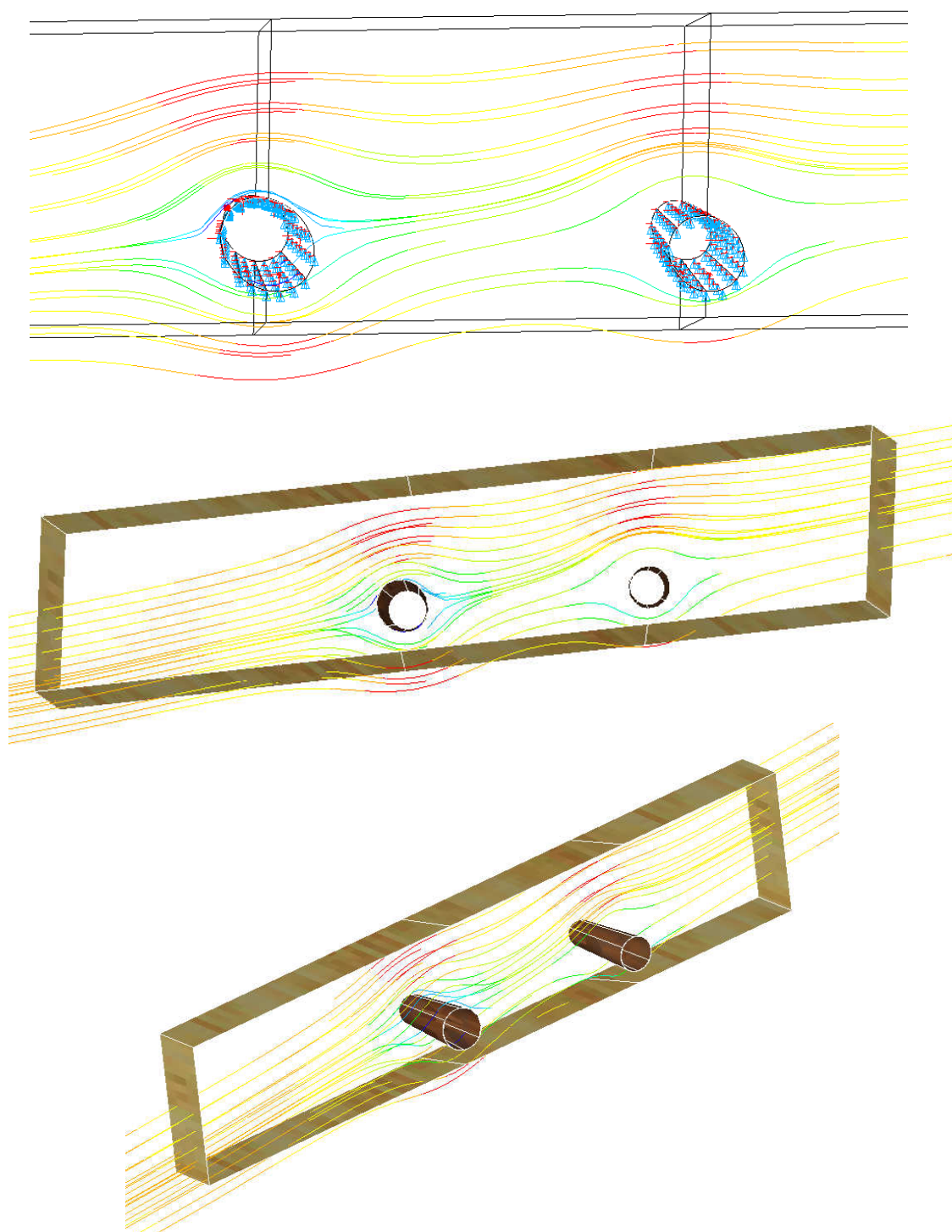


Figura 6.37. Líneas de corriente producidas alrededor de varios nudos pasantes interiores tridimensionales (E.P.)

Mediante este procedimiento se consigue almacenar de forma automática las componentes de velocidad en todos los nodos del estudio de acuerdo a la trayectoria de un fluido laminar cuya dirección está determinada por las desviaciones “tangenciales” y “radiales” de la pieza.

Véase un ejemplo de pronunciadas inclinaciones, como en la parte de estudio de la viga el flujo circula a la dirección marcada por las desviaciones radiales y tangenciales:

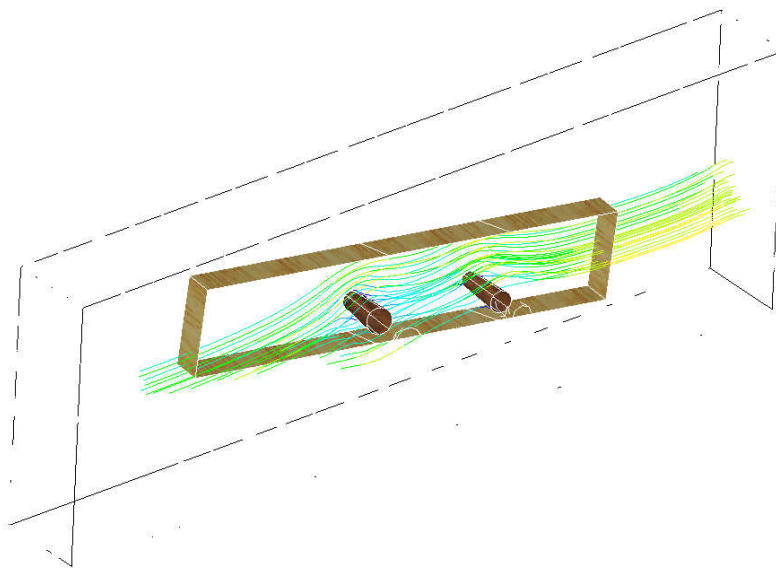


Figura 6.38. Detalle de la correspondencia de las líneas de corriente con el “conducto” que recoge la desviación espacial de la pieza (E.P.)

Observando la vista de perfil de un ejemplar con una pronunciada diferencia vertical entre las posiciones de un nudo en ambas caras, se ve claramente como ese patrón de desviación se ha rotado axialmente ( $\kappa$ ) logrando trasladar el patrón típico de desviación bidimensional al plano tangencial del tronco:

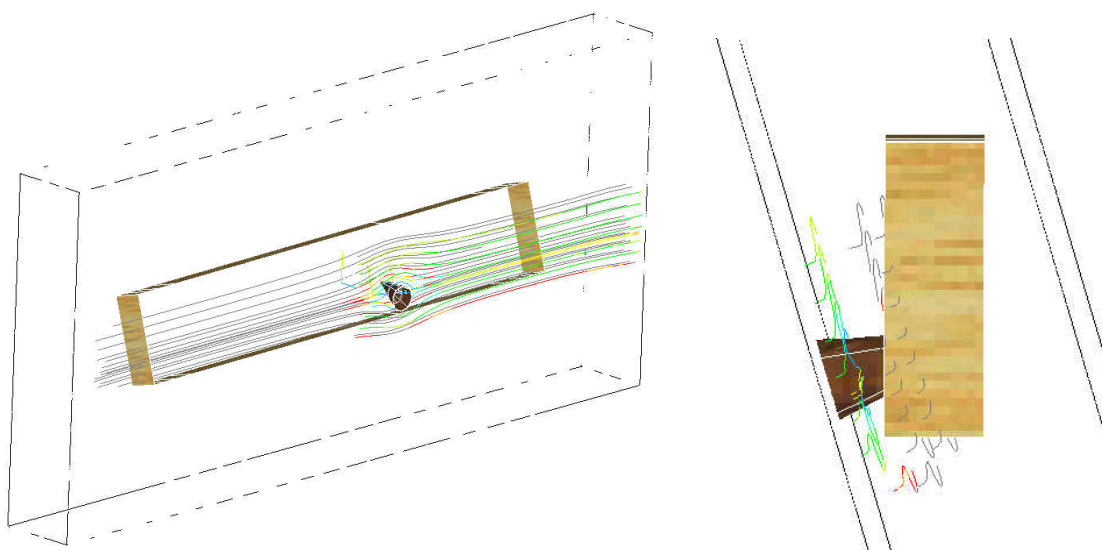


Figura 6.39. Detalle del paralelismo entre el patrón de desviación bidimensional de líneas de corriente, y la sección tangencial al tronco (E.P.)

### 5.1.4. Análisis sólido

El análisis sólido será concebido como transversalmente isótropo, y cuenta con una estructura análoga a la presentada para el caso bidimensional. No obstante cabe resaltar las siguientes particularidades:

- Se parte de un “*Modelo Común*” que únicamente contiene el tercio central de la viga, por lo que el análisis sólido comienza creando el resto de la viga así como las pletinas de apoyo:

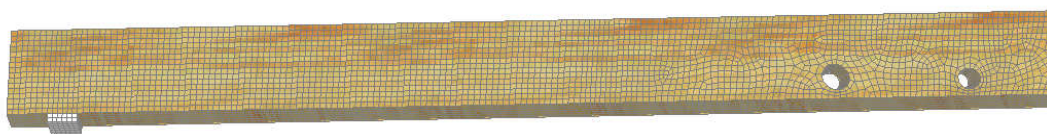


Figura 6.40. Geometría de interés en el análisis sólido tridimensional (E.P.)

- El usuario deberá definir, además de lo dispuesto anteriormente:

FV90= Resistencia al cortante transversal.

- Los elementos son hexaédricos (de forma homóloga a la dispuesta en el análisis fluido) y poseen tres grados de libertad ( $u, v, w$ ) correspondientes a los corrimientos que pueden sufrir los nodos.
- Los elementos que constituyen la viga son mallados por defecto con la desviación global tangencial y radial de la pieza.
- Los elementos de los nudos adherentes son mallados de forma que sus ejes OX locales coincidan con la dirección del vector que une los centros de ambas elipses.
- La macro de la desviación de fibra es idéntica en el proceso de asignación de  $\theta = \text{atan} \left( \frac{v_y}{v_x} \right)$ , sólo que adicionalmente es capaz de calcular la desviación radial de cada elemento  $\vartheta = \text{atan} \left( \frac{v_y}{v_z} \right)$  como el número entero más próximo, provocando la rotación de los



sistemas anteriormente especificados según el valor correspondiente a cada elemento. Así el eje OX de cada elemento (en donde se definen las propiedades longitudinales de la madera) se encuentra alineado con la orientación espacial de la fibra en ese punto:

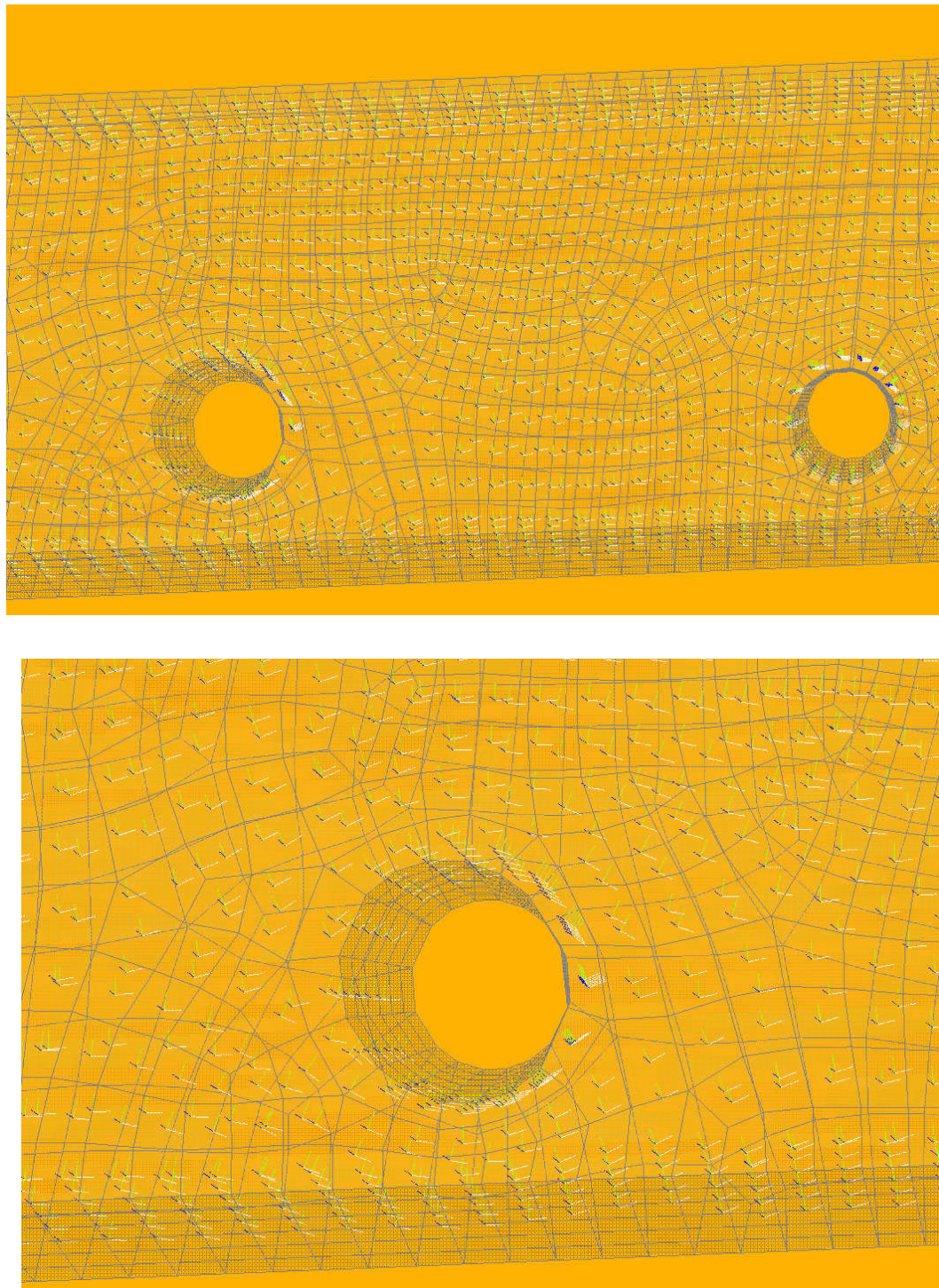


Figura 6.41. Detalle de la distribución tridimensional de los sistemas de coordenadas locales para el caso de varios nudos pasantes interiores (E.P.)



- La macro de aplicación de carga, tal como se comentó, tiene en cuenta los siguientes criterios en su formulación como material transversalmente isótropo en estado tensional no plano:
  - Criterio de Hoffmann.
  - Criterio de Tsai-Hill.
  - Criterio de Tsai-Azzi.
  - Criterio de Yamada-Sun extendido a tres dimensiones.
  - Criterio de Norris.
  - Criterio de Hashin.
  - Criterio de Tsai-Wu, con factor de interacción teórico
  - Criterio de Tsai-Wu, con factor de interacción experimental

En la siguiente figura se ejemplifica la solución típica de desplazamientos e índices de rotura según Tsai-Hill para el caso tridimensional durante un ensayo a flexión según la norma UNE 408 (solución elemental tomando valores intermedios en los nudos y extrapolando):

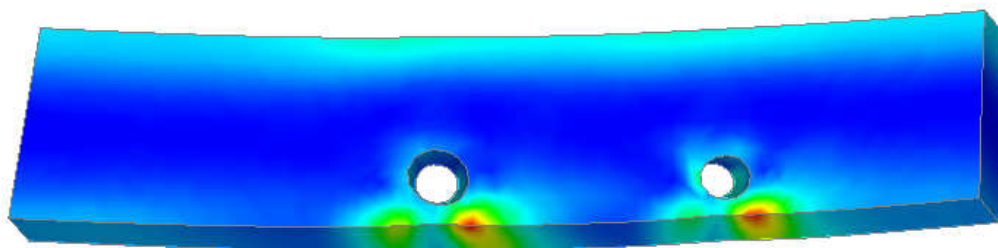


Figura 6.42. Detalle de la distribución típica de aprovechamiento según Tsai Hill en una probeta con varios nudos pasantes interiores (E.P.)

Para finalizar esta sección, se concluye que se ha creado un modelo tridimensional de analogía fluida independiente de la malla, que admite la inclusión de los nudos concebidos como troncos de cono oblicuos de base elíptica y girados, que presentan importantes diferencias geométricas en ambas caras, y que admiten la incorporación de la desviación espacial de la fibra así como la localización del plano tangencial del tronco, todo de forma independientemente a la malla. Éste se ha generando de acuerdo la filosofía propuesta para el caso bidimensional, pero con notables matizaciones que básicamente se pueden resumir en que es un modelo geométricamente mucho más complicado, que propone restringir los campos de análisis de las

piezas a las particiones de influencia de los nudos, y con diversas consideraciones en cuanto a la dirección espacial de la savia, su localización en el tronco, y los criterios de rotura a aplicar, sin embargo de cara a su utilización por parte del usuario tan solo supone la introducción adicional de unos pocos parámetros.

## 5.2. Nudos pasantes exteriores

Se programa de la misma manera, pero el nudo atraviesa toda el área del borde inferior de la pieza:

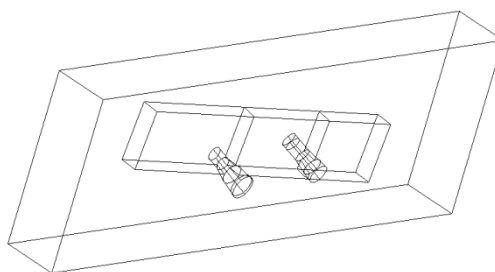


Figura 6.43. Creación geométrica común en nudos pasantes exteriores tridimensionales (E.P.)

Idéntica estrategia de mallado:

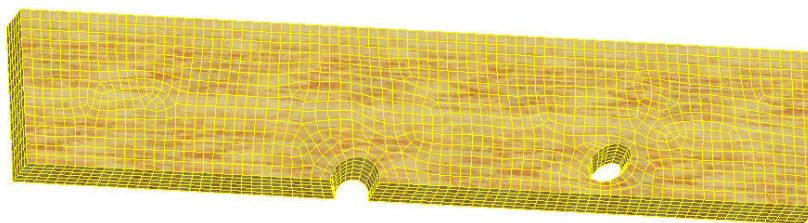


Figura 6.44. Mallado en el caso de nudos pasantes exteriores tridimensionales (E.P.)

Condiciones de contorno líquidas y superficies sólidas:

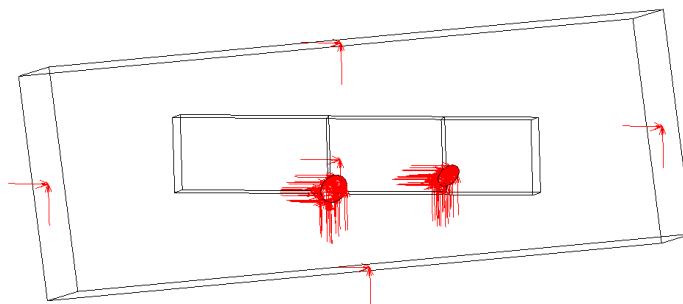


Figura 6.45. Aplicación de las condiciones de contorno en caso de nudos pasantes exteriores tridimensionales. (E.P.)

Y vectores de velocidad y líneas de corriente:

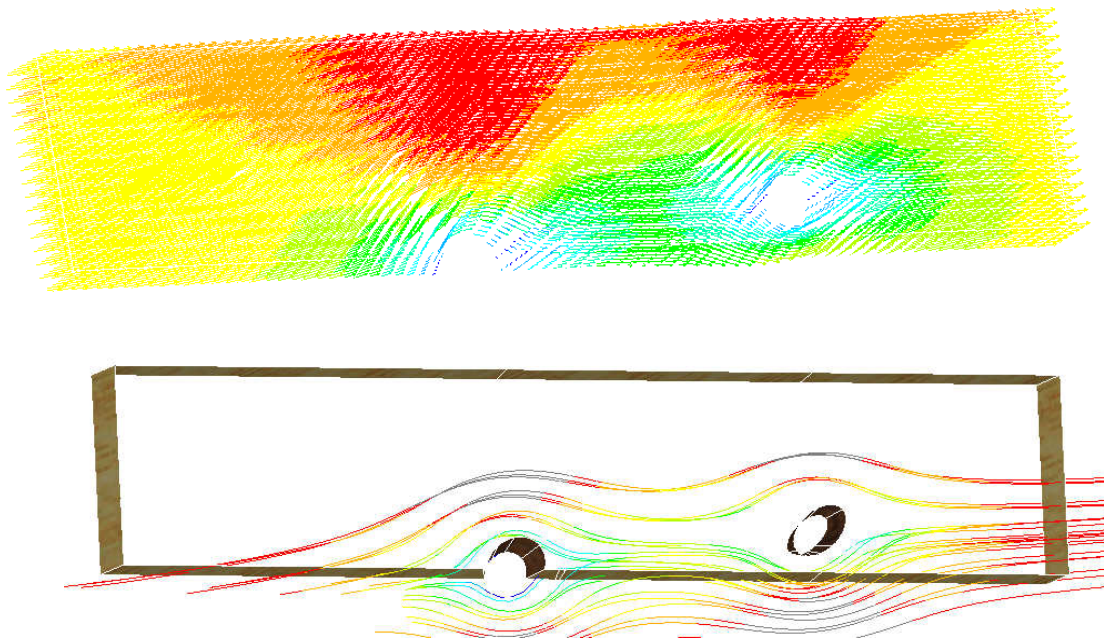


Figura 6.46. Vectores de velocidad y líneas de corriente en caso de nudos pasantes exteriores tridimensionales (E.P.)

### 5.3. Nudos interiores con presencia de médula

Este modelo trata de simular el comportamiento de piezas que contienen nudos en su cara interior ó exterior pero que además presentan médula, por lo que el nudo no resulta ser pasante de cara a cara. En la siguiente figura se refiere al nudo de la derecha.

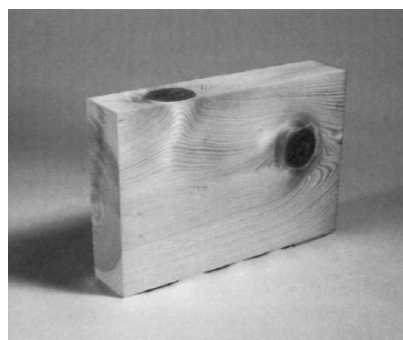


Figura 6.47. Ejemplo de nudo interior (a la derecha) con presencia de médula (prINSTA 142:2008)

El modelo geométrico común es similar, pero con la adición de una línea en la dirección longitudinal que atraviesa toda la pieza hasta unir las caras que determinan los extremos de la viga y que representa la médula:

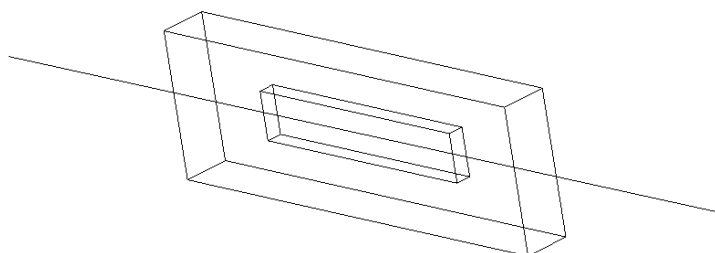


Figura 6.46. Creación geométrica común con la presencia de la médula (E.P.)

Observando su posición relativa en la probeta:

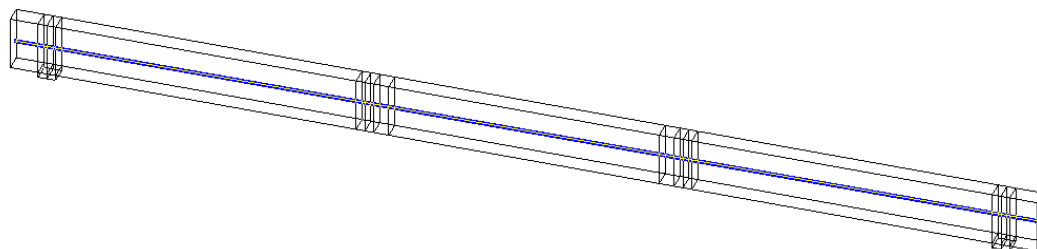


Figura 6.48. Posición relativa de la médula en la pieza (E.P.)

Para el posicionamiento de la médula el usuario debió de definir al comienzo 4 parámetros, para la definición de los mismos, al igual que en los casos anteriores es necesario elegir una cara “a” con el fin de poder identificar un extremo de la pieza como el extremo “izquierdo” y el otro como “derecho” así:

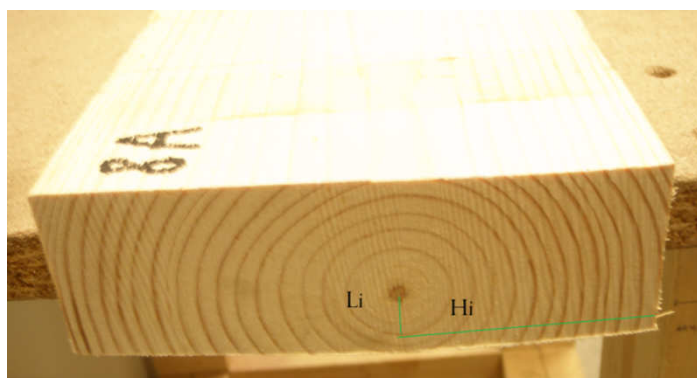


Figura 6.49. Metodología de medición para el posicionamiento de la médula (E.P.)

HI=en el extremo izquierdo, tomando el vértice inferior izquierdo como origen de medición, se refiere a la distancia vertical de la médula respecto de éste.

LI=en el extremo izquierdo, tomando el vértice inferior izquierdo como origen de medición, se considera la distancia horizontal de la médula respecto de éste.

HD=análogo a HI pero en la cara derecha, se considera también el vértice inferior izquierdo respecto de esta sección derecha.

LD=análogo a LI pero en el extremo derecho.

Por su parte, la generación de los nudos, difiere bastante de lo anteriormente expuesto, hay que considerar que tan solo habrá que realizar las mediciones anteriormente propuestas en una sola cara de la pieza, pues el nudo en este caso constituye una especie de “cono” que entronca con la médula. Para conseguir esta geometría se requiere la programación de los aspectos que se resumen a continuación:

- Primeramente la macro “*Puntos clave*”, determina el punto de entronque de cada nudo con la médula. Para ello, se dibuja el triángulo formado por los extremos de la médula y el centro de la elipse del nudo, se calcula uno de los ángulos de los extremos con el teorema del coseno (pues se pueden conocer todos sus lados), y así, aplicando la trigonometría se puede conocer la distancia que existe entre el punto de posicionamiento del nudo y la recta y posteriormente la distancia que existe entre uno de los extremos de la médula:

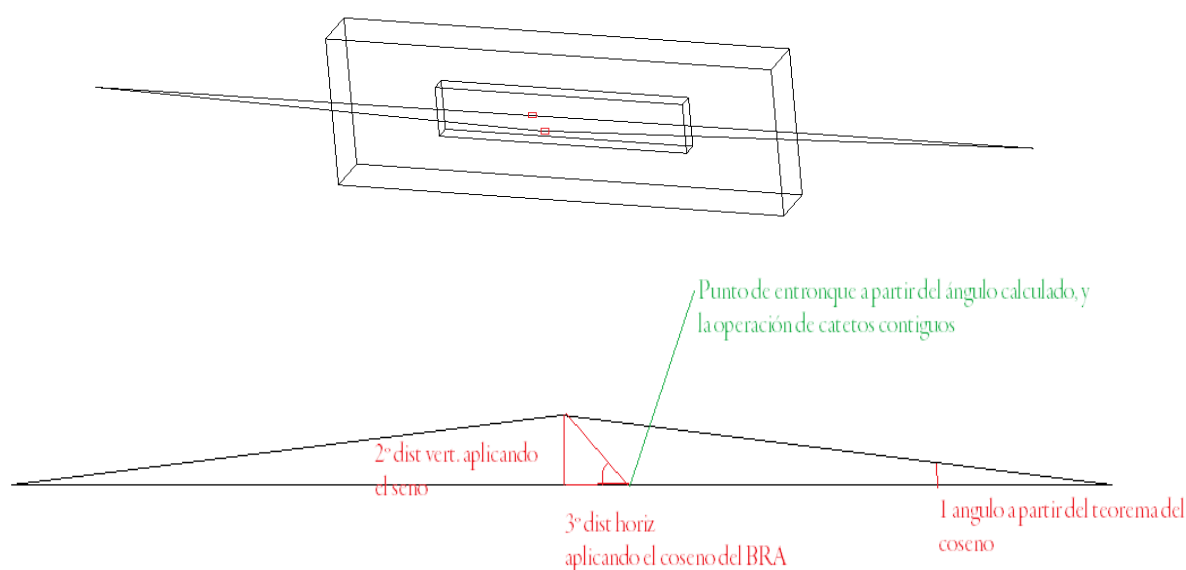


Figura 6.50. Determinación del punto de entronque de cada nudo (E.P.)

Para ello el usuario solamente tuvo que especificar:

SENTIDO= indica el sentido de crecimiento del árbol, observando la pieza desde la cara “a”, si se toma un valor de 1, el sentido es de izquierda a derecha, si introduce 2 es de derecha a izquierda.

BRA= es el *branch angle* o ángulo de inserción de rama estimado, a partir de la especie, procedencia y etcétera.

Una vez posicionado el punto, la macro de generación de nudos es similar, pero en vez de realizar una extrusión hasta la otra cara, ésta se realiza hasta el punto de entronque correspondiente aplicando un factor de reducción que lleva la elipse hasta un círculo de área similar al tamaño de la malla (no es conveniente realizar un “cono puro” debido a que su vértice causaría numerosos problemas matemáticos de mallado y degeneraciones en operaciones booleanas). Además se prolonga su extensión conservando las proporciones:

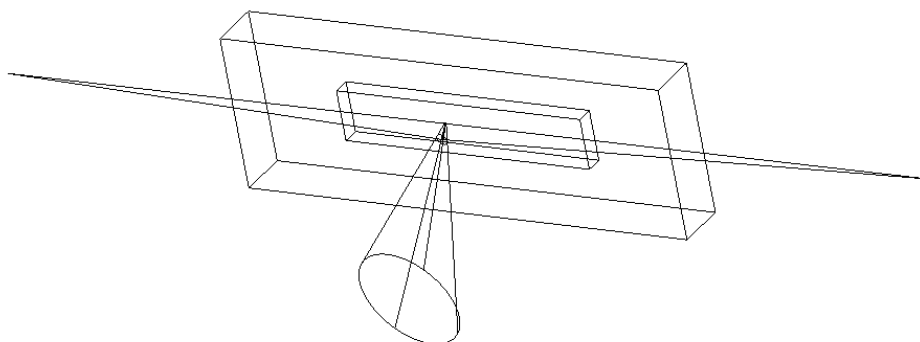


Figura 6.51. Creación geométrica común una vez generado el nudo (E.P.)

- La siguiente operación consiste en rebanar la “viga original” y el cono con un plano perpendicular que contiene la línea que describe la dirección de la médula. La base del cono es también seccionada para ajustarla al contorno creado, mientras que se realiza la extrusión de la pequeña sección que representa el vértice del cono de acuerdo a la reflexión del eje de revolución del nudo respecto del plano de la médula, esta “continuación” del nudo posibilitará por un lado la creación de una malla regular y por el otro una simulación fluida más próxima a la desviación de fibra del árbol:

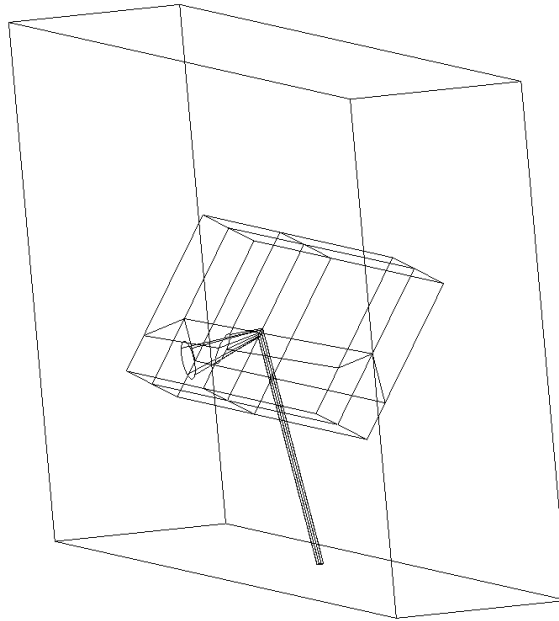
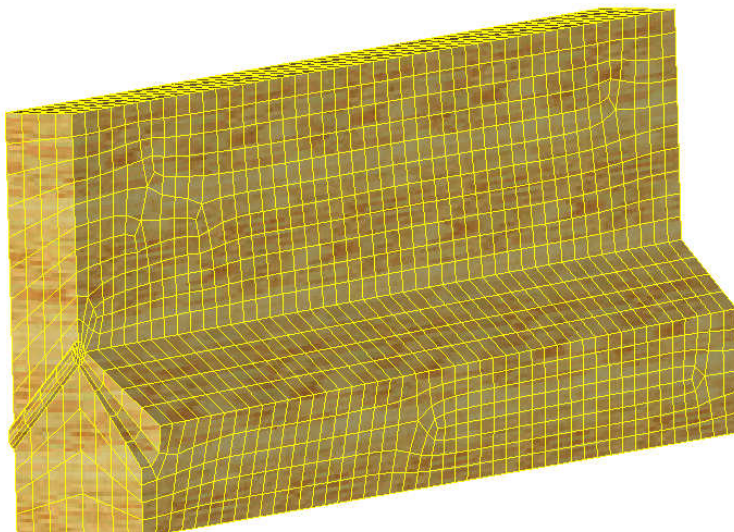


Figura 6.52. Cortes estratégicos y continuación del nudo cónico (E.P.)

Nótese también que el conducto recibe una tercera rotación respecto de su eje axial ( $\kappa$ ) que es igualmente calculada automáticamente, con la diferencia de que en vez de emplear la coordenada vertical de la “cara b” del nudo y el ancho de la viga, se emplean lógicamente las coordenadas del punto de entronque ( $y_e, z_e$ ):

$$\kappa = \text{atan} \left( \frac{y_e - y_a}{z_e - z_a} \right) \quad (4.8.)$$

- Realizando los cortes pertinentes, puede obtenerse:





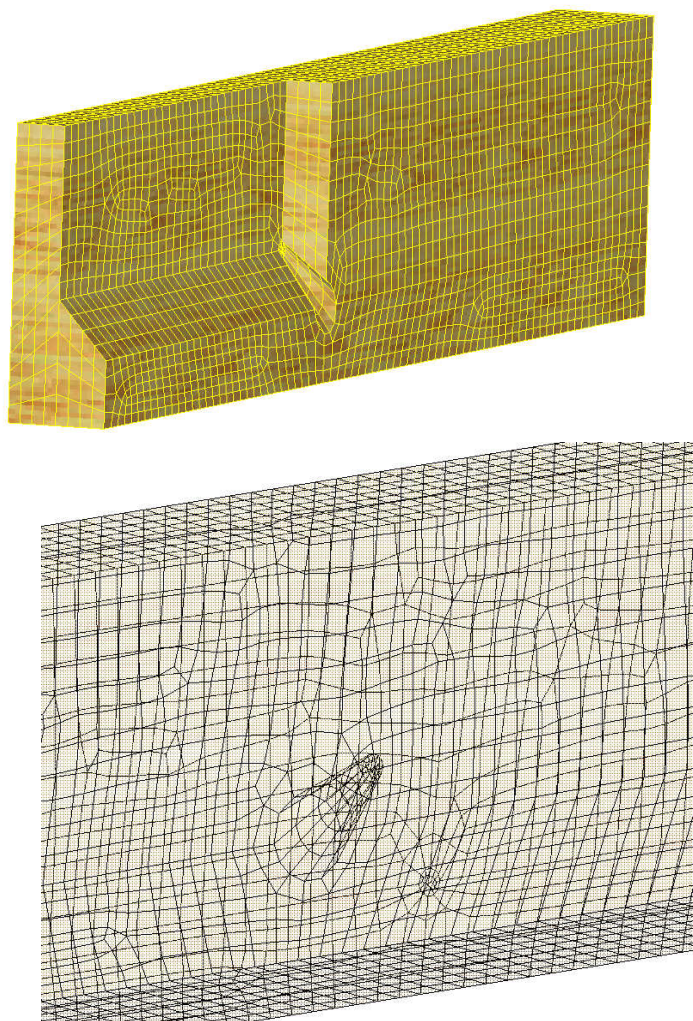


Figura 6.53. Mallado tridimensional de un nudo cónico interior (E.P.)

De esta forma se consigue realizar una malla de calidad para una geometría realmente complicada.

El siguiente paso consiste en aplicar las condiciones típicas de contorno alrededor del cuerpo superior, el nudo, y la continuación del mismo. Esta última consideración permitirá que el fluido se limite a “envolver” el obstáculo y no tienda a “esquivarlo” radialmente. No obstante la desviación producida por este pequeño cilindro resulta ser muy poco importante dado su pequeño tamaño, y además, no influye en el volumen que luego será tratado pues la macro que modifica los sistemas de coordenadas locales tan sólo tomará aquella rebanada de la pieza en la que el nudo tiene influencia (los volúmenes que rodean al nudo).



Llegados a este punto el problema se resuelve análogamente a lo presentado hasta el momento, pudiendo obtener los vectores velocidad en cada nodo, únicamente en los volúmenes en los que la desviación del nudo tiene influencia:

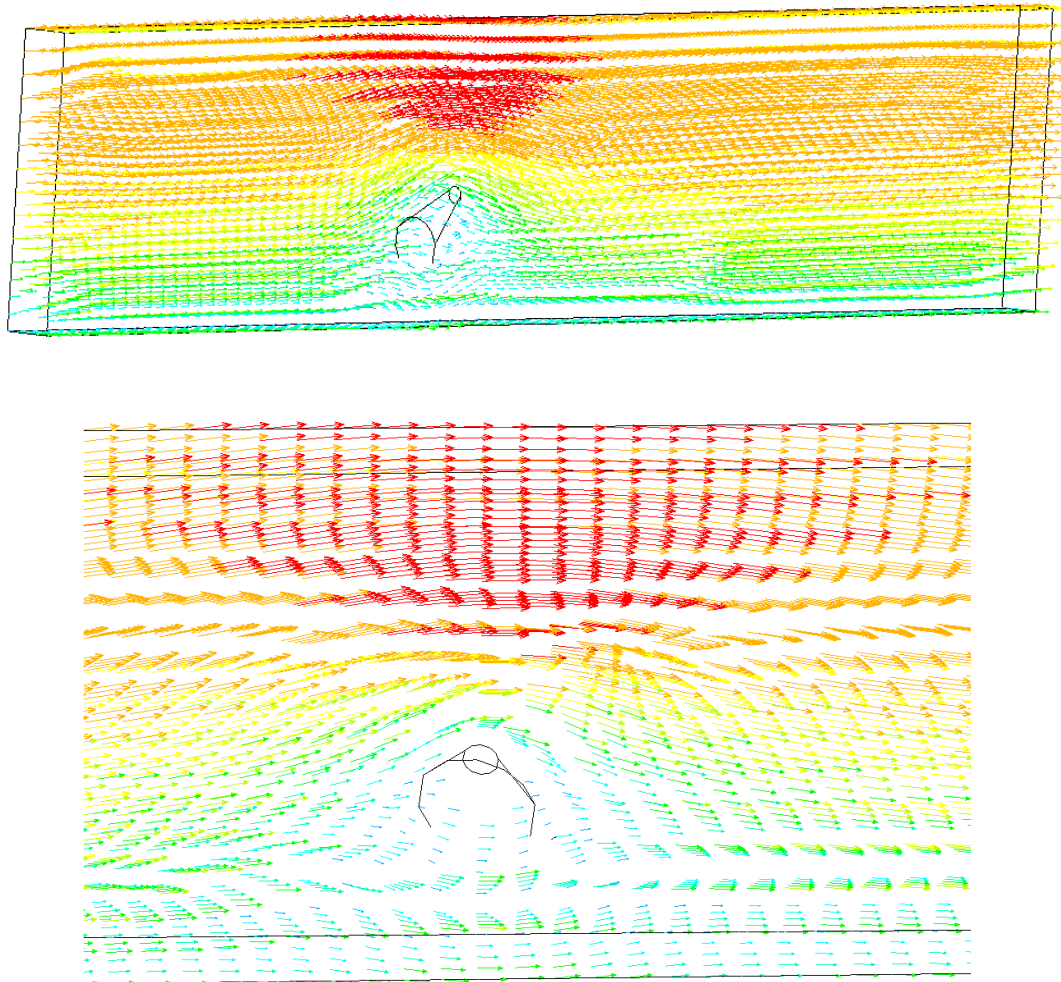


Figura 6.54. Vectores de velocidad en un nudo cónico interior (E.P.)

Puede observarse como obviamente la distorsión de fibra provocada por un nudo cónico es muy inferior a la obstrucción provocada por un “cilindro”. Así como las líneas de corriente:

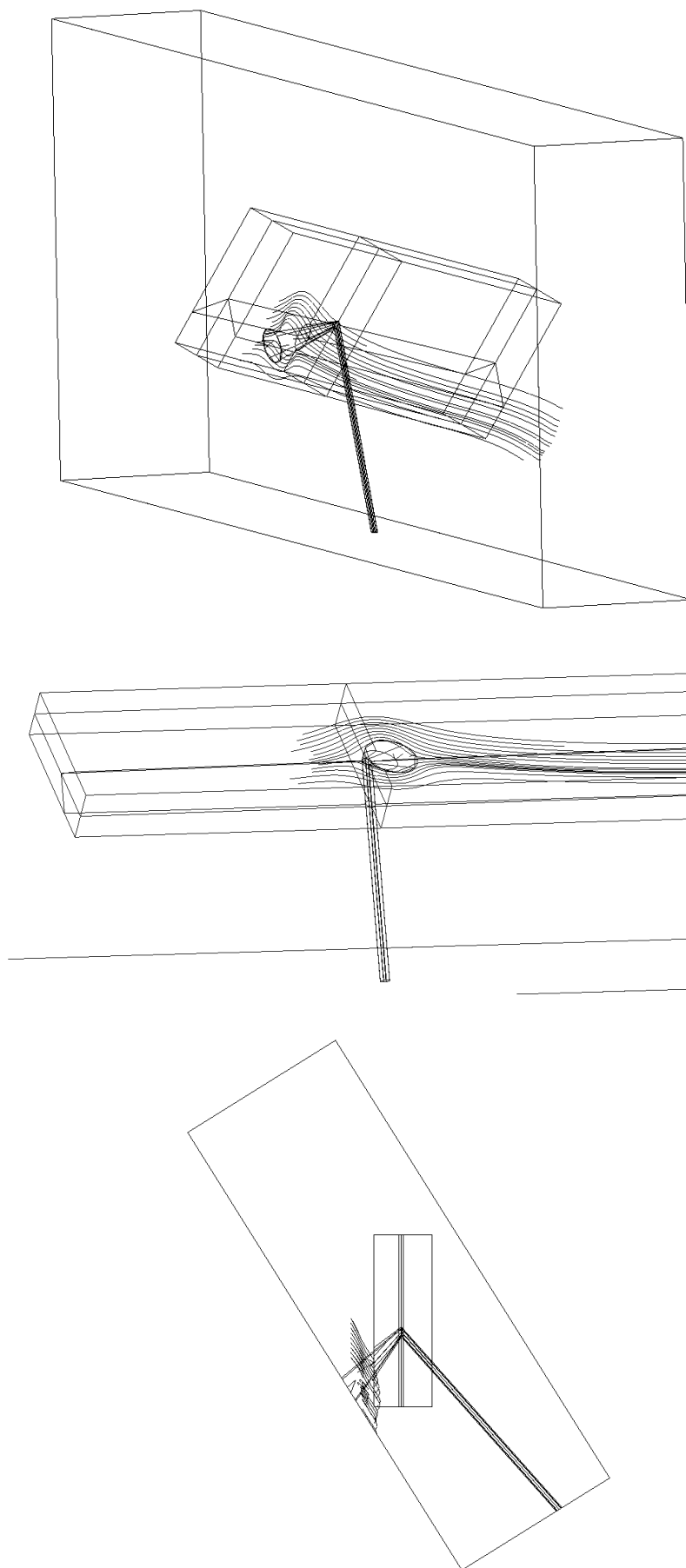


Figura 6.55. Líneas de corriente en un nudo cónico interior

El resto del proceso no presenta ninguna variación, únicamente destacar que la macro de cambio de sistemas de coordenadas locales, es aplicada únicamente en la cara de la médula donde se encuentra el nudo. Obsérvese como en este caso la diferenciación radial de los índices de aprovechamiento es substancial (muestra de solución elemental media extrapolada del criterio de Yamada - Sun extendido a tres dimensiones):

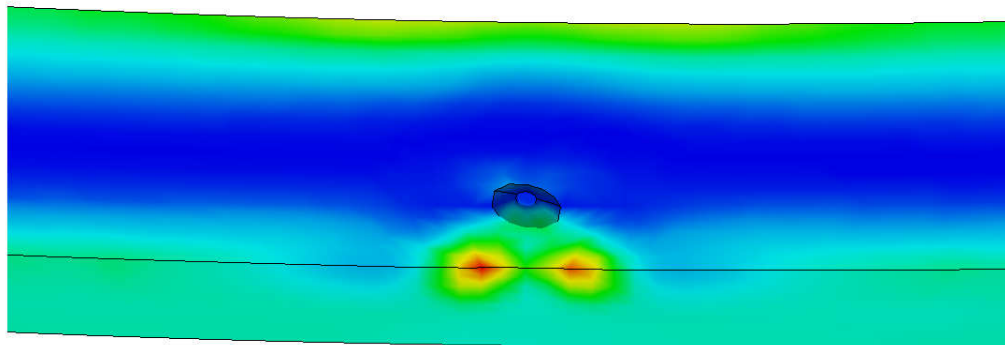


Figura 6.56. Índices de aprovechamiento según el criterio cuadrático en un nudo cónico interior (E.P.)

## 5.4. Nudos de borde

Estos nudos son como los anteriormente descritos pero con la particularidad de que afloran en los bordes de la pieza, tal como el nudo superior de la siguiente fotografía:

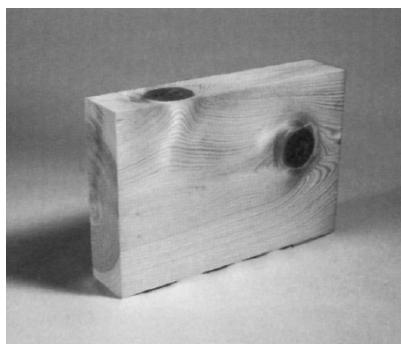


Figura 6.57. Ejemplo de nudo de borde con presencia de médula (prINSTA 142:2008)

Consecuentemente sugieren un análisis muy parecido al anterior, que permita introducir esa singularidad, así la geometría para comenzar el análisis fluido:

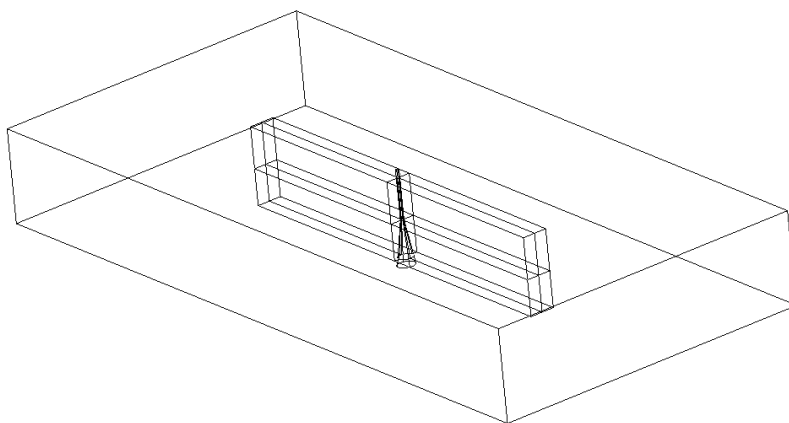


Figura 6.58. Creación geométrica común para un nudo de borde (E.P.)

Mallado regulado:

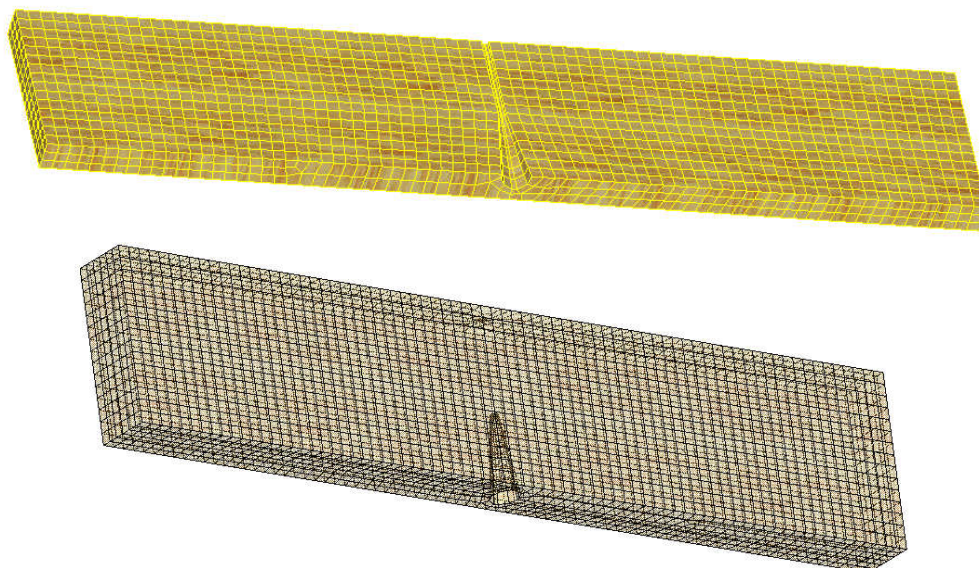


Figura 6.59. Mallado de un nudo de borde (E.P.)

Introduciendo las condiciones de contorno y la consideración sólida:

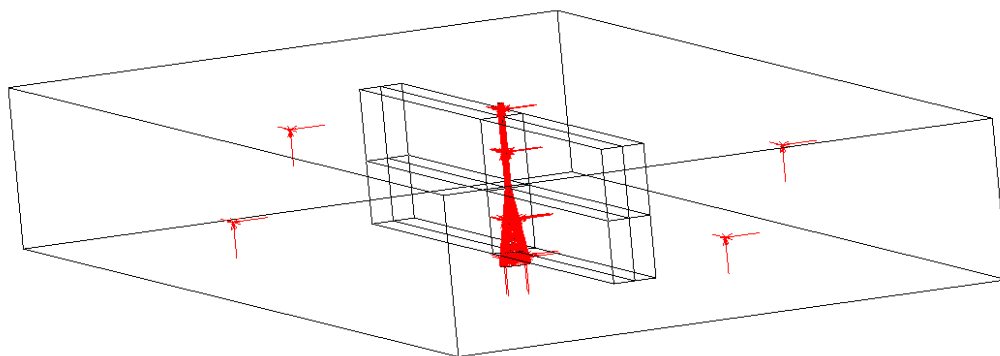


Figura 6.60. Aplicación de las condiciones de contorno y las consideraciones sólidas en un nudo de borde (E.P.)

Obteniendo los vectores velocidad y las líneas de corriente, que lógicamente sólo serán registrados en aquellos volúmenes en los que el nudo tiene verdaderamente influencia. En la siguiente figura se puede observar como en este caso la componente “radial” de la desviación es muy superior a la “tangencial”, por lo que obviamente este análisis sería inabordable en dos dimensiones:

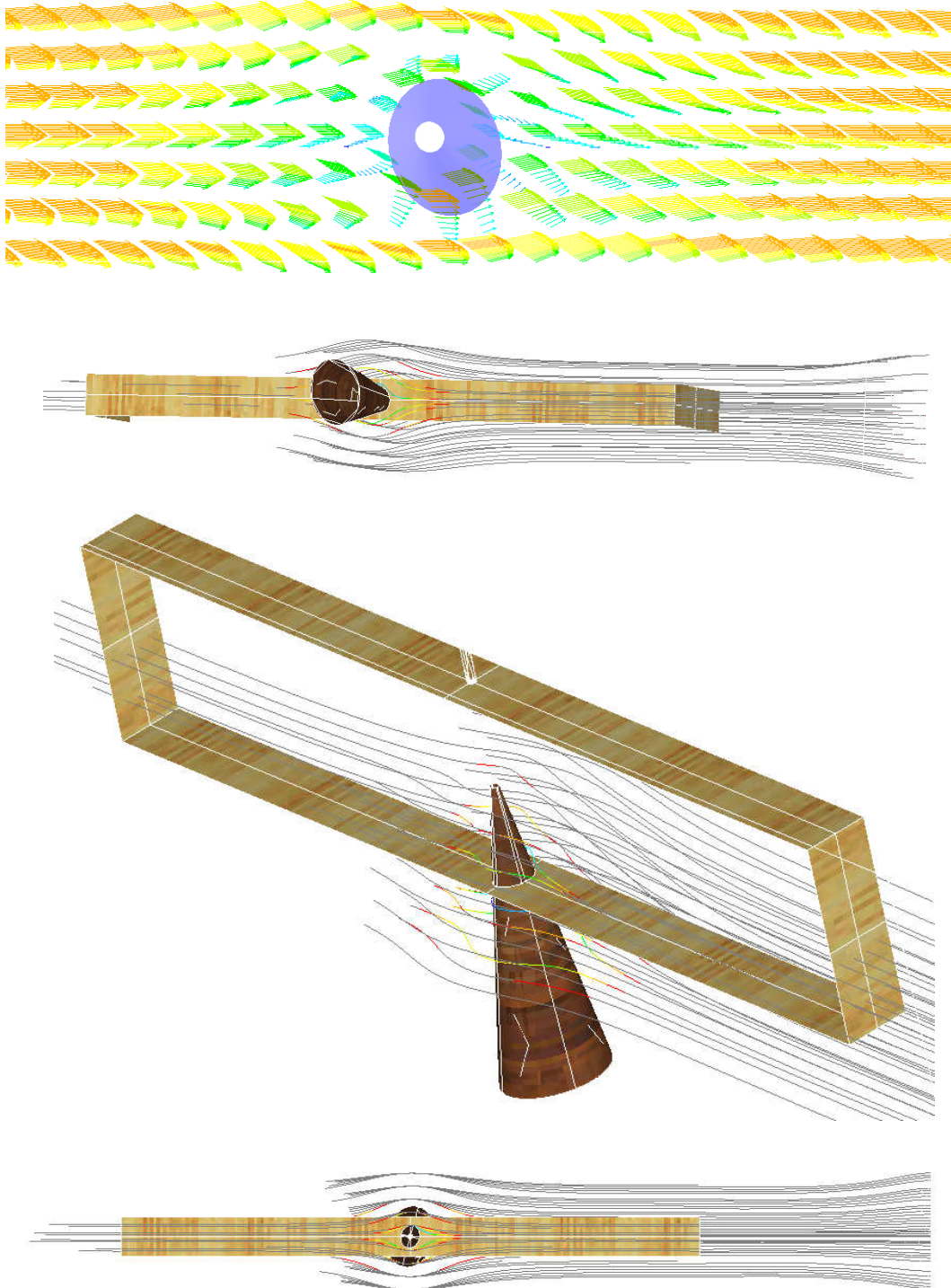


Figura 6.61. Vectores de velocidad y líneas de corriente para un nudo de borde (E.P.)

El resto del proceso sería completamente análogo al de los nudos “cónicos” interiores.

## 5.5. Nudos extendidos y nudos de arista

Estos nudos pueden efectivamente considerarse como nudos de borde en los cuales la médula se emplaza en una zona muy próxima a una de las caras, lo cual no supone ningún cambio substancial, salvo que el usuario al inicio del análisis debe de aproximar los semiejes de la elipse, así como el emplazamiento de la médula:

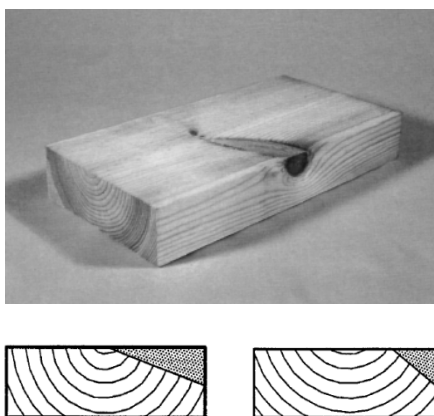


Figura 6.62. Ejemplos de nudos extendidos y nudos de arista (prINSTA 142:2008)

Así, el modelo geométrico resulta:

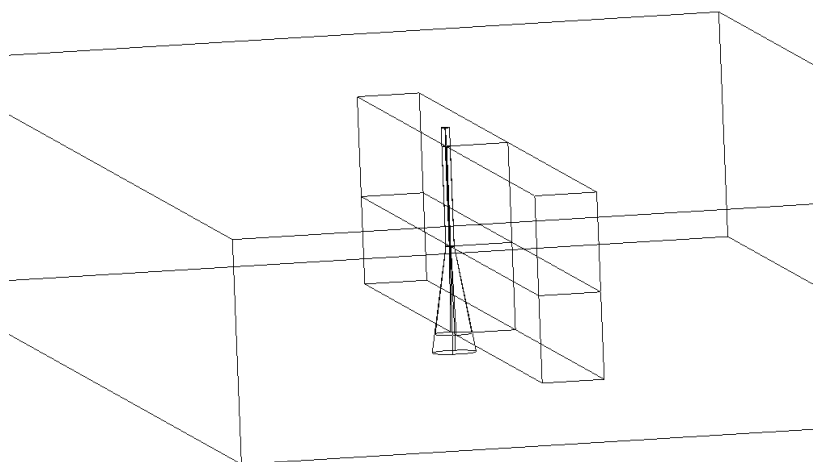


Figura 6.63. Creación geométrica común en nudos extendidos y nudos de arista (E.P.)



Mallado regulado:

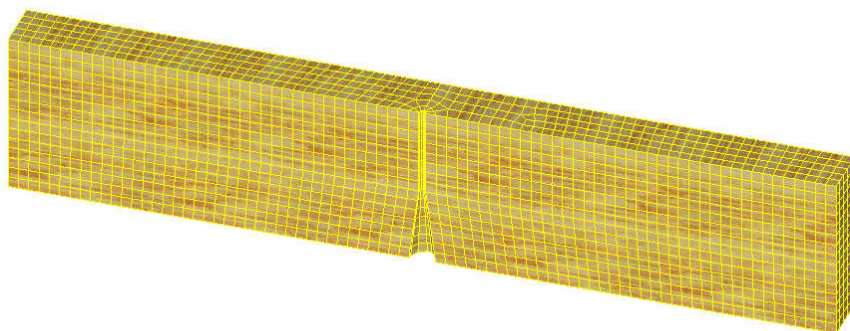


Figura 6.64. Mallado típico de nudos extendidos y nudos de arista (E.P.)

Condiciones de contorno y consideraciones sólidas:

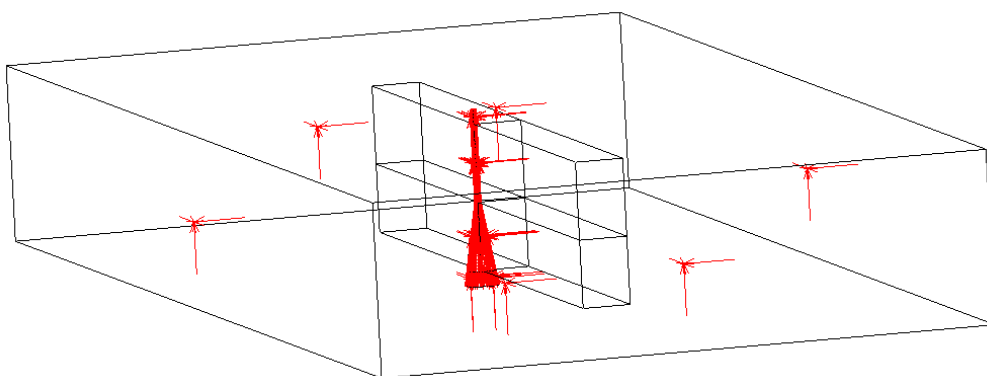
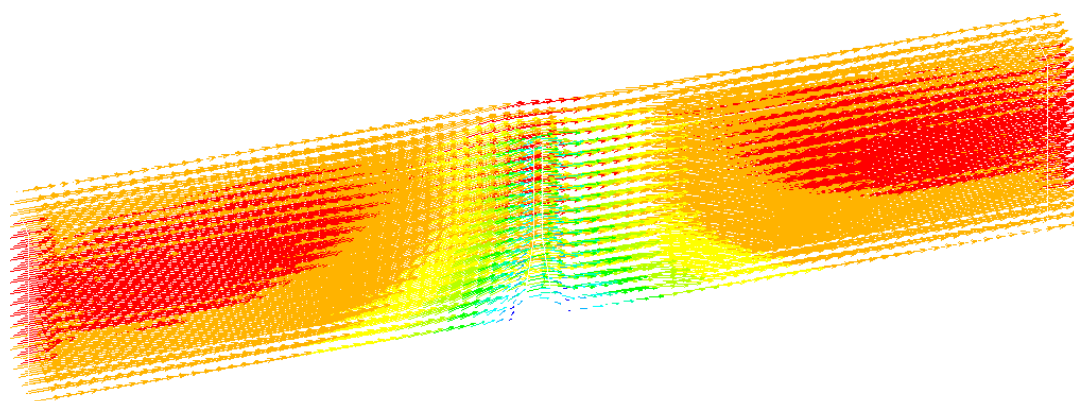


Figura 6.65. Aplicación de las condiciones de contorno fluidas y las consideraciones sólidas en nudos extendidos y nudos de arista (E.P.)

Obteniendo finalmente la siguiente distribución de velocidades (únicamente en los volúmenes de interés):



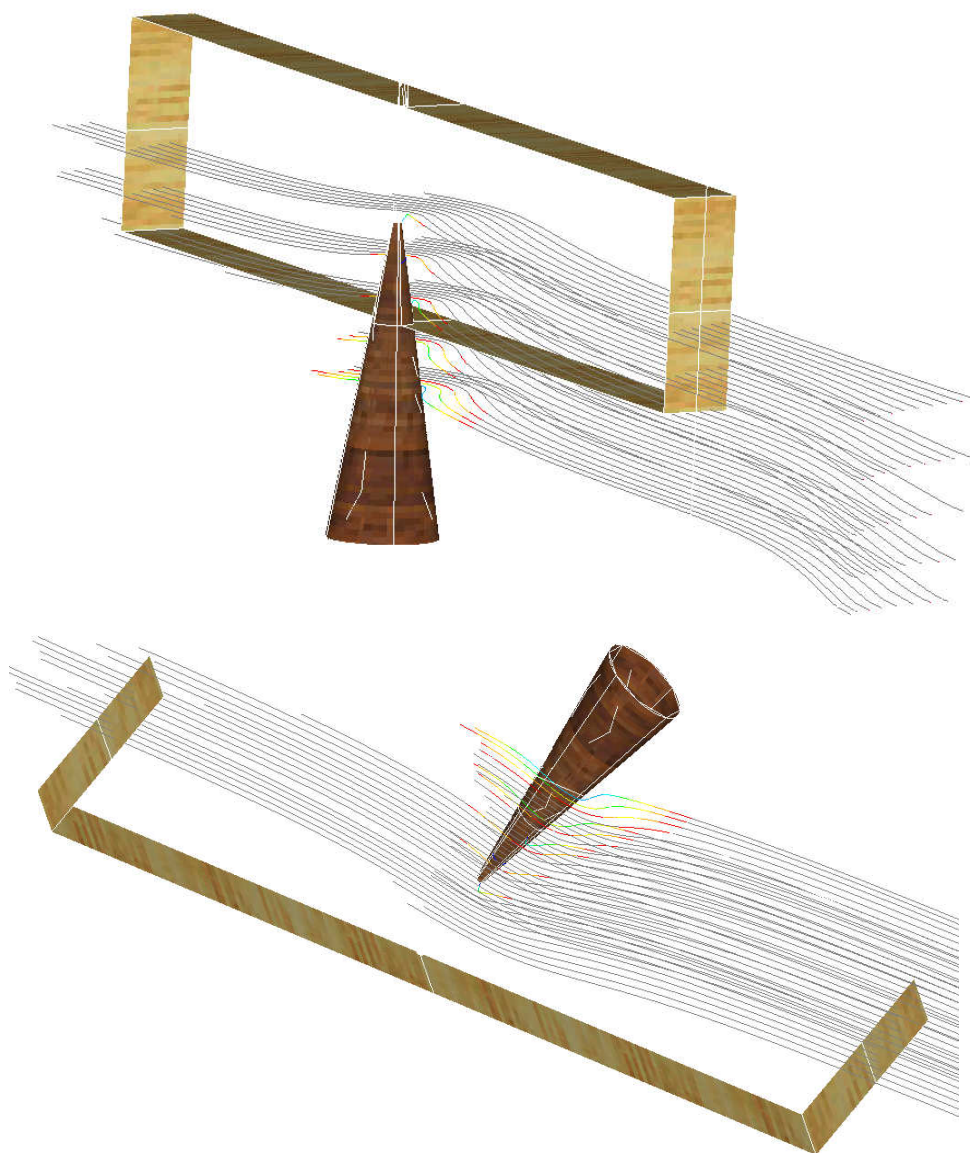


Figura 6.66. Vectores de velocidad y líneas de corriente en nudos extendidos y nudos de arista (E.P.)

## 6. Adquisición de la madera y mediciones iniciales

Una vez preparados los modelos bidimensionales y tridimensionales se adquirieron piezas de tamaño estructural con el fin de poder contrastar la validez de estas simulaciones. Para ello, por proximidad, se acudió a la empresa comercializadora Maderas Besteiro donde se obtuvieron 16 vigas de dimensiones comerciales 3300x150x50mm sin ningún otro criterio de elección que el de poseer una importante presencia de nudos, tal como se muestra en la siguiente fotografía:





Figura 6.67. Adquisición de las piezas estructurales (E.P.)

Por otra parte la compañía emitió el siguiente certificado de procedencia y especie:

 <b>Maderas Besteiro</b>		<small>Carretera de Friol, Km. 1 Tfno. (34) 982 28 44 55 Fax (34) 982 25 20 07 Apartado 368 - 27080 LUGO www.mbesteiro.com e-mail: correo@mbesteiro.com</small>
<small>C.I.F. B-27011477</small>		
<p><b>Bautista Besteiro Fernández, con DNI 33762913V, Administrador de Maderas Besteiro S.L. con CIF B-27011477, y domicilio en Carrt. De Friol Km-1 de Lugo.</b></p> <p><b>CERTIFICA:</b> Que la madera entregada a Pablo Guindos, reflejada en nuestra factura nº C958 de fecha 4 de marzo de 2010, es de la especie Pino Silvestre y de Origen Finlandia.</p> <p>Se expide el presente en Lugo a 4 de marzo de 2010.</p> <p style="text-align: center;">Por MADERAS BESTEIRO S.L.</p> <div style="text-align: center;"></div> <p style="text-align: center;"><b>Fdo.: Bautista Besteiro Fernández</b> <b>ADMINISTRADOR</b></p>		

Figura 6.68. Certificación de especie y procedencia (E.P.)

Posteriormente se trasladaron a una cámara de acondicionamiento en la cual permanecieron durante 2 meses aproximadamente, periodo tras el cual las vigas fueron numeradas y se les asignó una de las caras como “cara A” (que se procuró que fuese la más desfavorable; normalmente la externa) y otra “cara B” de acuerdo con la programación de los modelos expuestos anteriormente.

Las dimensiones generales de la viga se tomaron de acuerdo a las especificaciones de la norma UNE 408. El canto y el ancho de las vigas fue medido con un calibre digital, y el largo y los puntos de carga y apoyo con un distanciómetro.

En cuanto a los nudos, además de las medidas dispuestas en la prINSTA 142:2008 para la clasificación visual, se tomaron con un calibre digital, un distanciómetro y un transportador de ángulos, aquellas que se necesitan para las simulaciones y que a continuación se resumen:

“NUDOS TRONCO-CONOS”, Cara “A”:

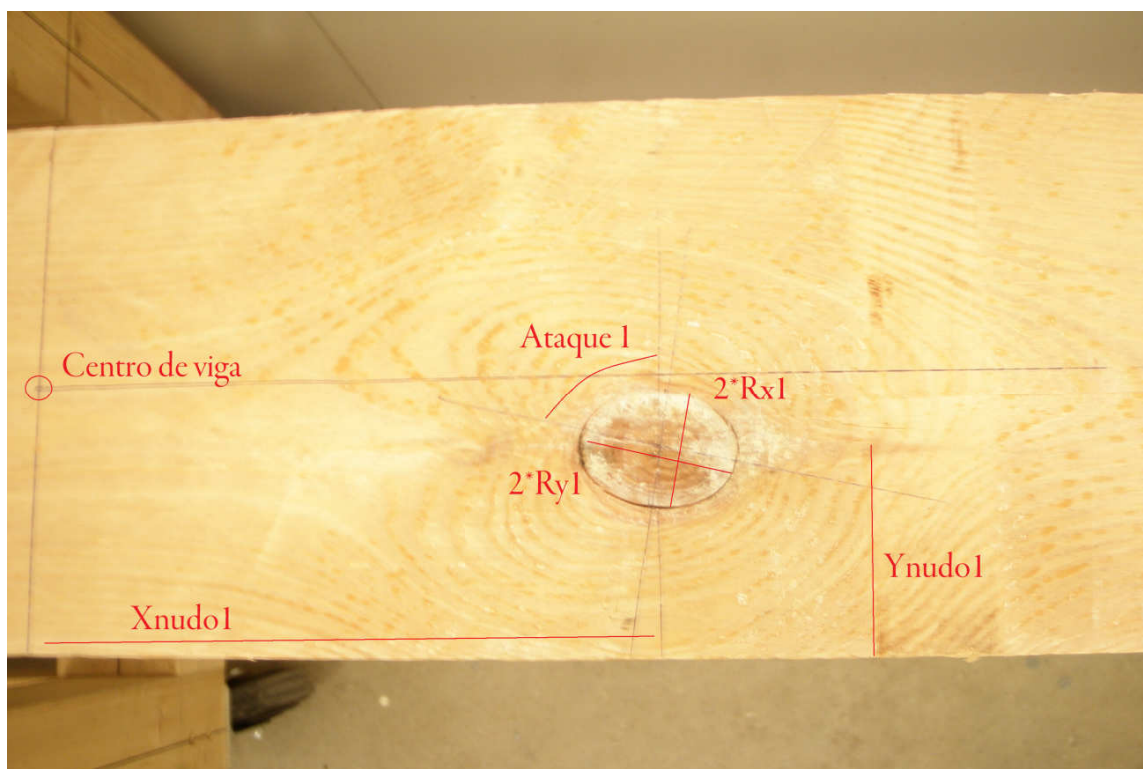


Figura 6.69. Resumen de mediciones típicas de nudos tronco-conos en la cara A (E.P.)  
Como se observa, se median los semiejes totales para luego obtener los parámetros ( $R_x$ ) y ( $R_y$ ) como la mitad de éstos. Análogamente en la cara “B”:

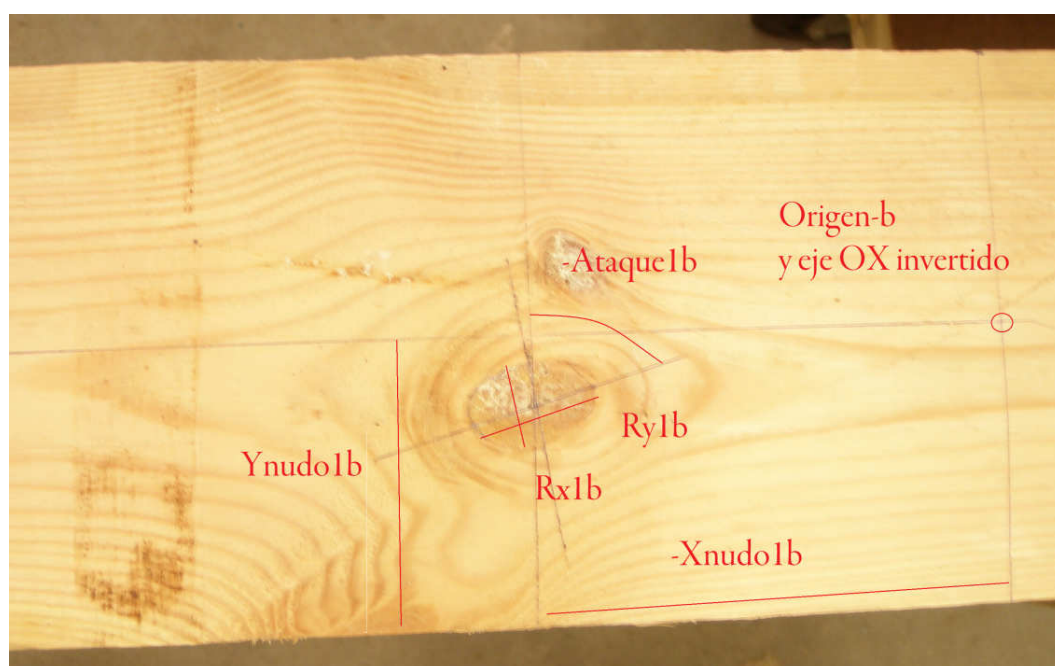
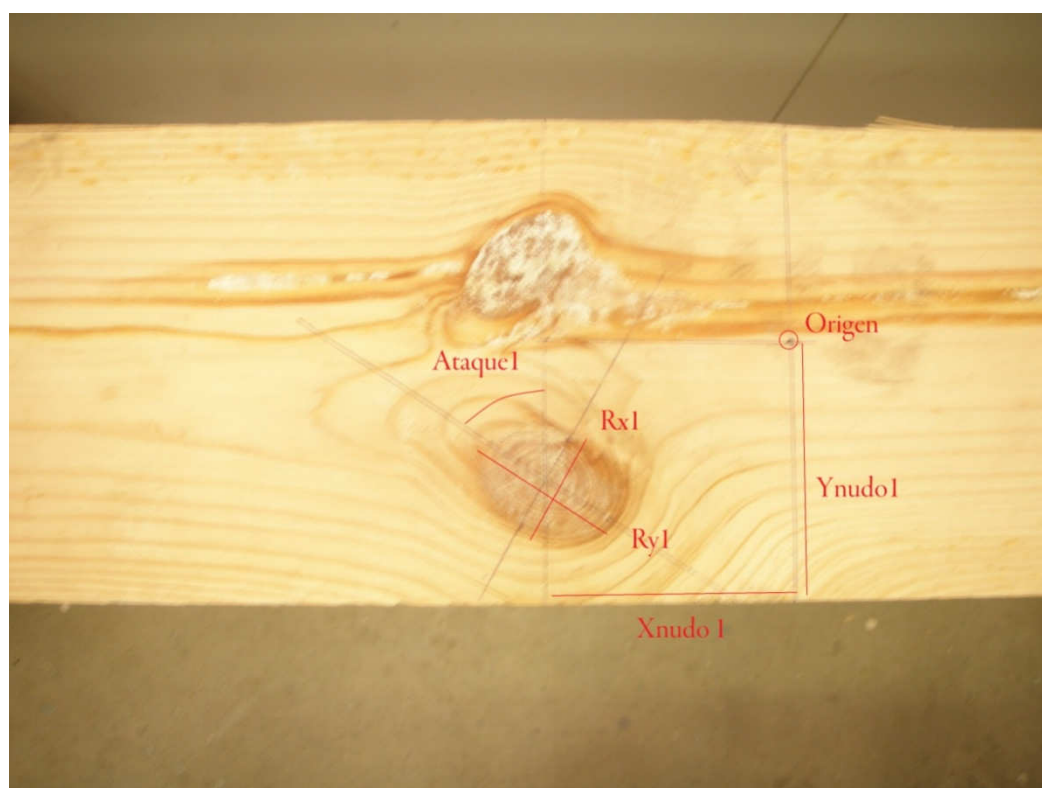


Figura 6.70. Resumen de mediciones típicas de nudos tronco-conos en la cara B (E.P.)

Cabe recordar también que también se realiza la media del “Ataque” de cada nudo.

“NUDOS CONOS”, Cara “A”:



Extremo izquierdo, y extremo derecho:

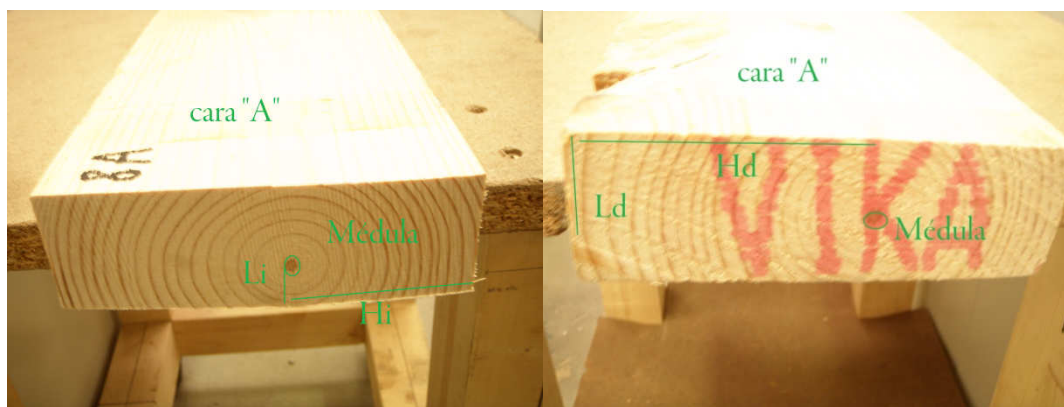


Figura 6.71. Resumen de mediciones típicas de nudos cónicos (E.P.)

Una vez obtenidos los parámetros de los nudos, se procede a medir la desviación de la fibra con un trazador y el resto de defectos necesarios para la clasificación visual expuestos en el capítulo 1 del presente trabajo. Por último las probetas son pesadas en una báscula.

## 7. Diseño del experimento fotogramétrico

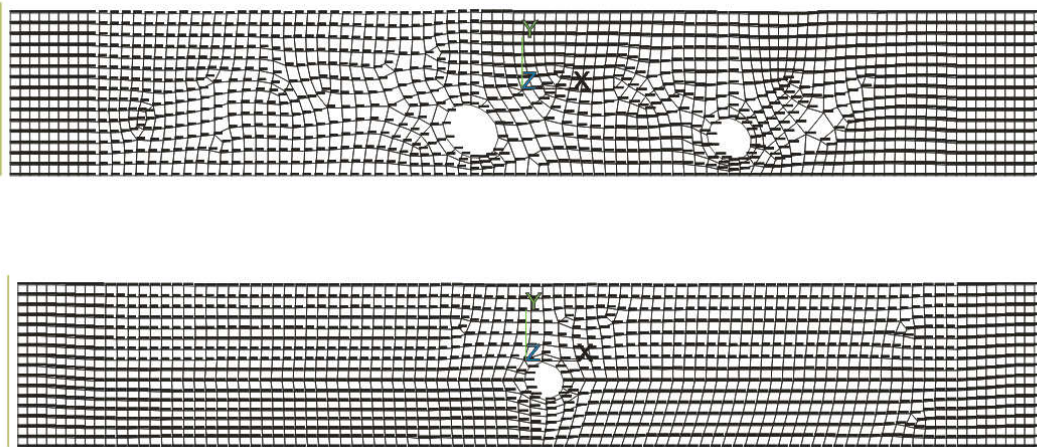
### 7.1. Determinación de los puntos de medición fotogramétrica

Antes de iniciar el ensayo a flexión, se formuló una técnica fotogramétrica que permitiese contrastar de manera ágil y económica los resultados generados por los modelos de elementos finitos alrededor de los nudos situados en el tramo central de cada viga, además de permitir un mayor control sobre la rotura, en cuanto a controlar qué nudo u otra causa fue el factor determinante de la rotura, y el valor de la carga a la que esta se produjo.

Para que el volumen de datos a tratar no fuese excesivo, y dado que el objetivo era claramente poder contrastar los valores mecánicos de los nudos de los modelos de elementos finitos, se consideró más razonable marcar de forma artificial y *discreta* todos aquellos puntos que se deseara controlar en cada una de las vigas en lugar de realizar un tratamiento fotogramétrico *continuo* que analizase uno a uno todos los píxeles de las fotografías con el fin de agilizar todo el postprocesado.



Teniendo en cuenta esta primera premisa, para poder contrastar los valores mecánicos de los nodos, lo más preciso sin duda sería partir del valor de los corrimientos de los puntos exactos en los que efectivamente el software de elementos finitos hubiese generado algún punto o nodo de cálculo. Por ello se trasladó la vista de alzado de las mallas espaciales de los tercios centrales de cada pieza desde los modelos de elementos finitos a un programa de diseño asistido por ordenador. De esta manera se pudo disponer de planos a escala real la malla de cada probeta:



Donde las líneas verdes indican los límites de los 5°h centrales así como la altura de cada espécimen. Si se observa con detalle:

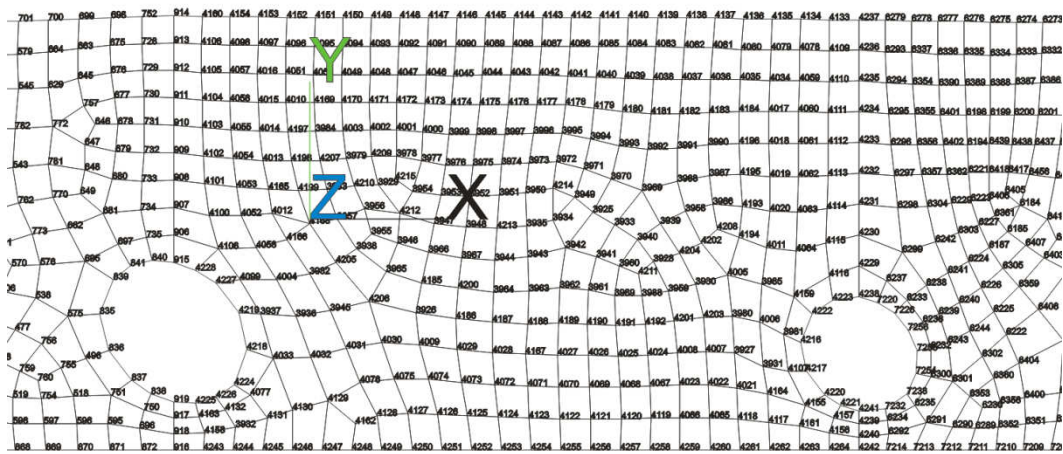


Figura 6.72. Exportación de las mallas de los M.E.F. a programas C.A.D. (E.P.)

Se puede distinguir el origen considerado en el M.E.F., así como la posición y numeración que los elementos. Por lo que automáticamente cualquier punto que sea medido

puede ser contrastado con los resultados de las simulaciones numéricas sin más que introducir su numeración ó sus coordenadas cartesianas iniciales.

Dado que se pretende realizar un ensayo a flexión simple a cuatro puntos, el entorno próximo de los nudos es de esperar que se solicite efectivamente a un estado multiaxial de tensiones, sin embargo en las zonas más alejadas de los nudos, en donde no existen importantes variaciones locales, la tensión axial predominará sin duda alguna ante las demás.

Estos gradientes de esfuerzos deberían de ser reflejados en los puntos que se deseen controlar, por ello parece razonable contrastar muchos más puntos en los nodos próximos a los nudos que en aquellos puntos donde no existe influencia alguna de estas singularidades.

Consecuentemente se utilizaron dianas codificadas (mayor tamaño, descritas en el capítulo 3) generadas por el mismo software fotogramétrico (Photomodeler Scanner) en todos aquellos puntos de medición que estuviesen alejados a los nudos. Se recuerda que estas “dianas” son configuraciones de blanco y negro que el programa es capaz de reconocer, situar su centro y asignar una numeración unívoca de forma muy rápida y automática:

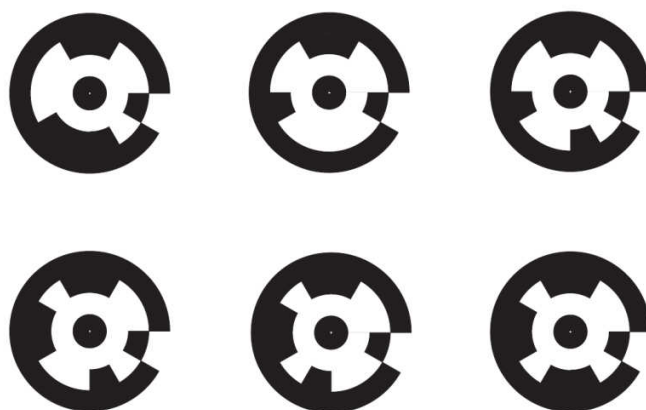


Figura 6.73. Tipología de dianas codificadas empleadas (E.P.)

Por otra parte, en los puntos cercanos a los nudos (de intensos gradientes tensionales), interesaría un mayor control de puntos y a la vez presenciar la fractura para poder detectar la zona de rotura sabiendo cuál de los nudos o bajo qué situación falla cada pieza. Esto no podría ser realizado con dianas codificadas debido a su tamaño pues ocultarían la viga por completo, así que

se decidió incorporar chinchetas lisas y pintadas de negro. Éstas permitirían una fijación consistente y solidaria en cada nodo que se quisiese controlar, además, al ser perfectamente circulares, y dado que su color contrastaría fuertemente con el de la madera, el software sería capaz de localizar el centro de cada una de ellas a nivel subpíxel, es decir, la localización exacta dentro del píxel de la foto:



Figura 6.74. Chinchetas sin carcasa, listas para ser pintadas (E.P.)

Tal como se observa en la fotografía, a las chinchetas se les retiró previamente la carcasa plastificada con el objetivo de que fuesen lo más planas posibles, y posteriormente se pintaron con espray pulverizador de color negro mate que por un lado aporta un contraste adecuado y por el otro permite reducir el brillo de las chinchetas en las fotografías facilitando el reconocimiento ulterior del software.

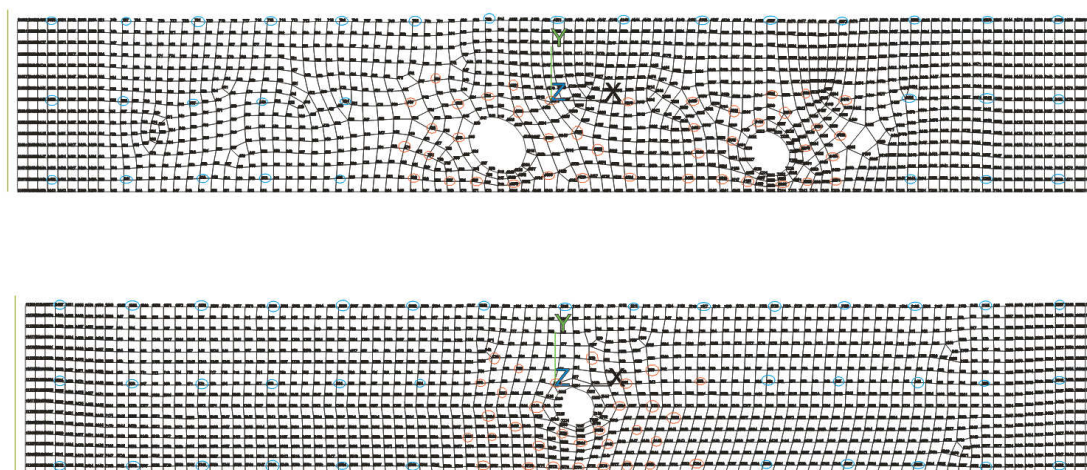


Figura 6.75. Chinchetas pintadas con un pulverizador de pintura color negro mate (E.P.)

Antes de decidir los nodos que serán contrastados en cada malla del M.E.F., fue necesario tomar en consideración los siguientes aspectos:

- Para que las dianas puedan ser reconocidas correctamente en el procesado fotogramétrico es necesario respetar unas separaciones mínimas entre (dianas codificadas y chinchetas), que serán de dos veces el radio para las chinchetas, y de  $1,5 \cdot r$  para las dianas codificadas.
- Como se pretende únicamente analizar los  $5 \cdot h$  (unos 750mm) centrales de cada viga, dado el campo de visión de las cámaras a emplear, es aconsejable situar los objetivos a 1,2m de distancia respecto de la viga, por lo que el software fotogramétrico propone un diámetro de 40 mm para dianas codificadas, mientras que el de las chinchetas es de unos 9,5mm aproximadamente.

De los condicionantes propuestos, la distribución de tensiones y aprovechamiento típico de cada nudo (capítulo 2) y el plano a escala real del mallado numérico, se decide la distribución de los puntos de control en cada pieza, tal como se muestra en la siguiente figura:



Donde las elipses azules señalizan el nodo del M.E.F. en el cual será colocado el centro de cada diana codificada, y los eneágonos rojos la posición de las chinchetas. Observándolo más en detalle:

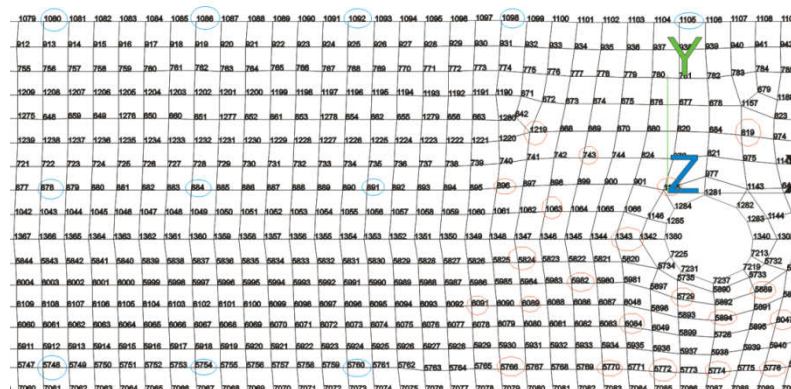
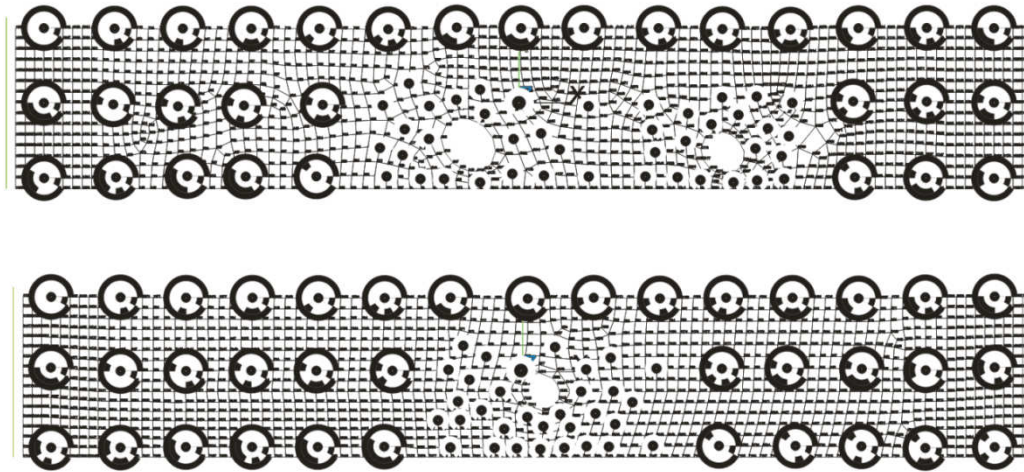


Figura 6.76. Señalización estratégica de los puntos de medición (E.P.)



Una vez decididos los puntos de medición, se puede emplazar muy fácilmente en un programa C.A.D. una diana codificada a escala real en el centro justo de cada nodo, así como una marca circular que permita colocar cada chincheta en la posición exacta de los puntos de control:



Visto con más detalle:

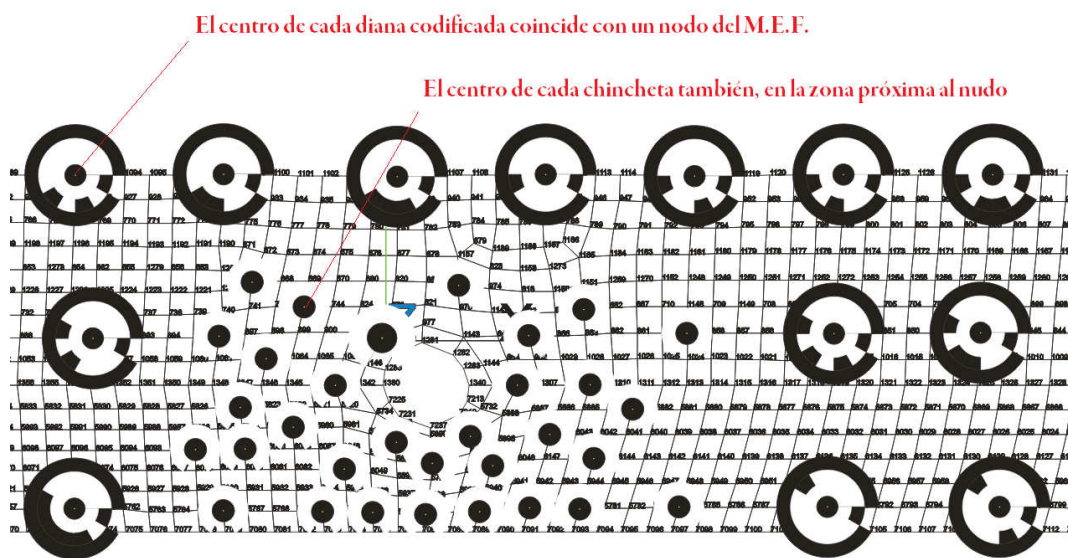


Figura 6.77. Colocación en el programa C.A.D. de las chinchetas y las dianas codificadas (E.P.)

Por último, cabe destacar que para maximizar los contrastes de color y facilitar la operatoria fotogramétrica, conviene retirar la malla preservando únicamente los límites del tramo 5\*h con el fin de adherir adecuadamente cada lámina en su respectiva posición:

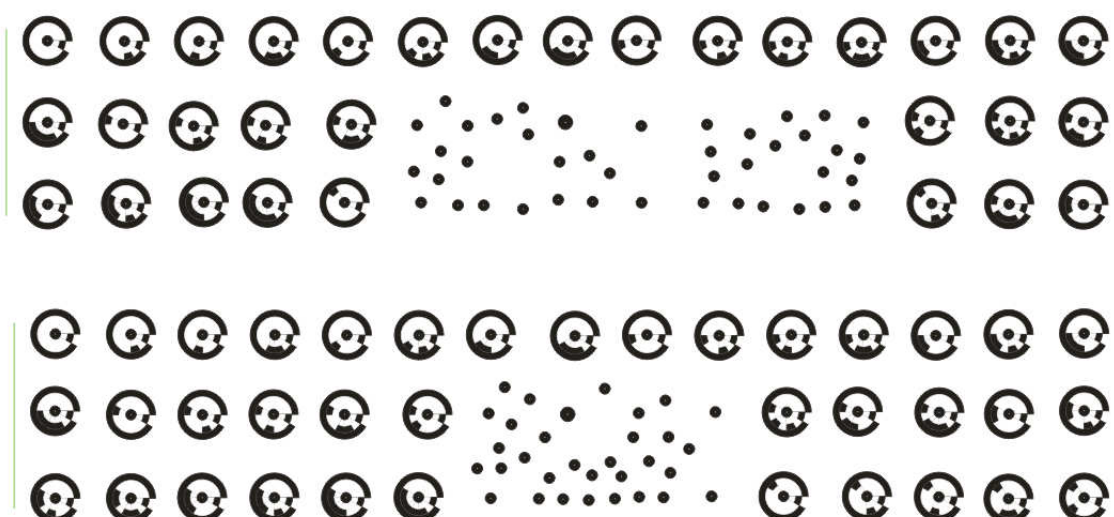


Figura 6.78. Láminas listas para ser adheridas en las piezas (E.P.)

De esta manera, las láminas son colocadas en cada viga, y se clavan las chinchetas con ayuda de un martillo tal como se aprecia en la siguiente fotografía:

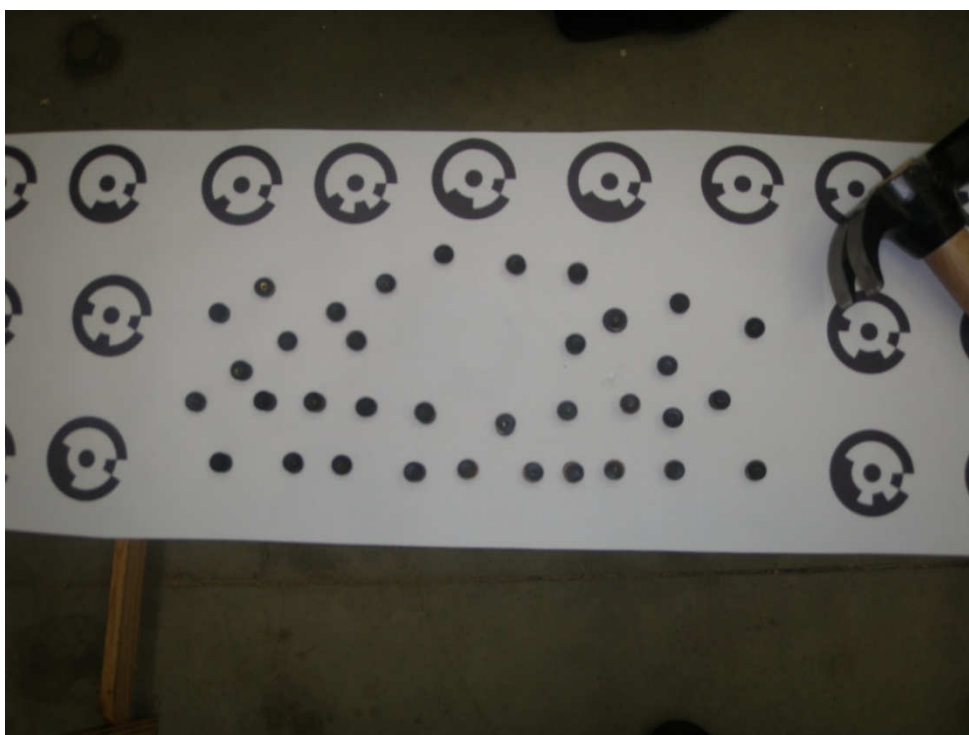


Figura 6.78. Colocación de las chinchetas en las vigas (E.P.)

Se retira el papel sobrante en las proximidades de los nudos, dejando un pequeño recorte que permita la distinción de aquella chincheta que simboliza el centro de la viga, lo cual facilitará

el tratamiento posterior de los datos. Se repasan las chinchetas con un rotulador, y una vez la lámina está correctamente fijada en su posición, las dianas son adheridas a la viga justo en su punto central con una masilla adhesiva tipo “blue tack” para luego recortar el contorno de las mismas con un cúter con el objetivo de evitar interferencias en su desplazamiento:

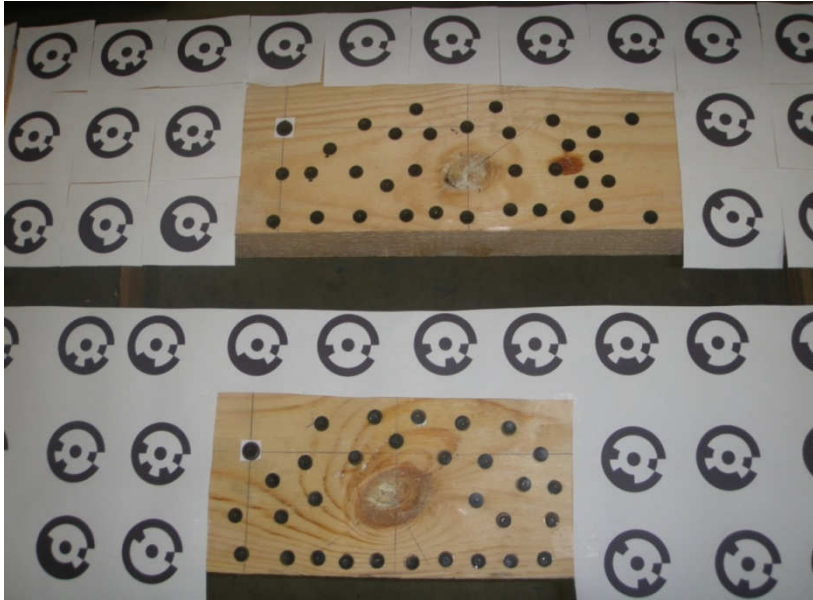


Figura 6.79. Adhesión de las dianas codificadas y corte de las mismas permitiendo el movimiento independiente de cada una de ellas (E.P.)



## 7.2. Disposición de las cámaras

Tal y como se expuso en el capítulo 3, se necesitan al menos 2 fotogramas tomados en distintos puntos para poder realizar mediciones en una fotografía, así que si el objeto es dinámico, el mínimo número de cámaras necesarias es de 2. En este experimento se utilizaron 3 cámaras digitales que previamente fueron calibradas (determinar sus parámetros internos), para garantizar que aunque una fallase, se seguirían teniendo al menos 2 fotogramas en cada instante, y también para disponer de 3 rayos homólogos para cada punto de medición aumentando así la precisión, las cámaras empleadas fueron:

- Nikon D200; Canon Eos 40D; Canon Eos 400D.

La distancia aproximada del objetivo fue de 1,2m respecto del centro las vigas en el momento de ensayo como ya se comentó. Mientras que la disposición fue ideada de forma que los haces que partían de cada uno de los 3 puntos de vista formasen el máximo ángulo posible, teniendo en cuenta que el campo de visión de cada uno debía de abarcar la escena por completo, así las aproximaciones triangulares serían mucho más precisas.

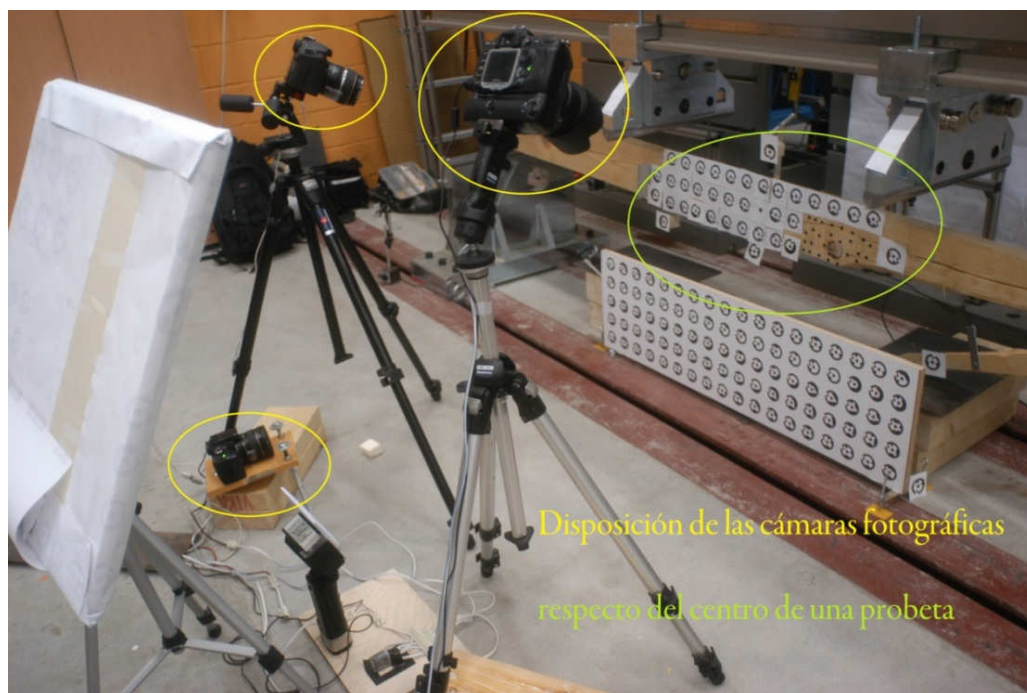


Figura 6.80. Disposición de las cámaras fotográficas frente a la viga (E.P.)

### 7.3. Orientación, escala y dispositivos empleados para conocer la exactitud obtenida

Para que el software pueda conocer la escala, orientar los fotogramas, y adquirir precisión es necesario indicarle la posición exacta de algunos puntos conocidos llamados “Control Points”. Con ese cometido se creó una lámina adhesiva con 90 dianas codificadas tal como esta:



Figura 6.81. Lámina de dianas codificadas lista para imprimir y adherir al tablero que servirá orientar y aportar una gran precisión al experimento (E.P.)

La lámina de puntos de control fue pegada en un tablero de alta rigidez que ofrecía una gran planitud, con el fin de formar un plano perfecto, además mediante un sistema de plomada y tornillos niveladores (como se muestra en las siguientes fotografías) este plano pudo ser colocado perfectamente vertical justo debajo del tercio central de cada viga durante los ensayos, así al ser captado por cada una de las 3 cámaras, durante el procesado fotogramétrico las fotos podrían ser escaladas, y orientadas:

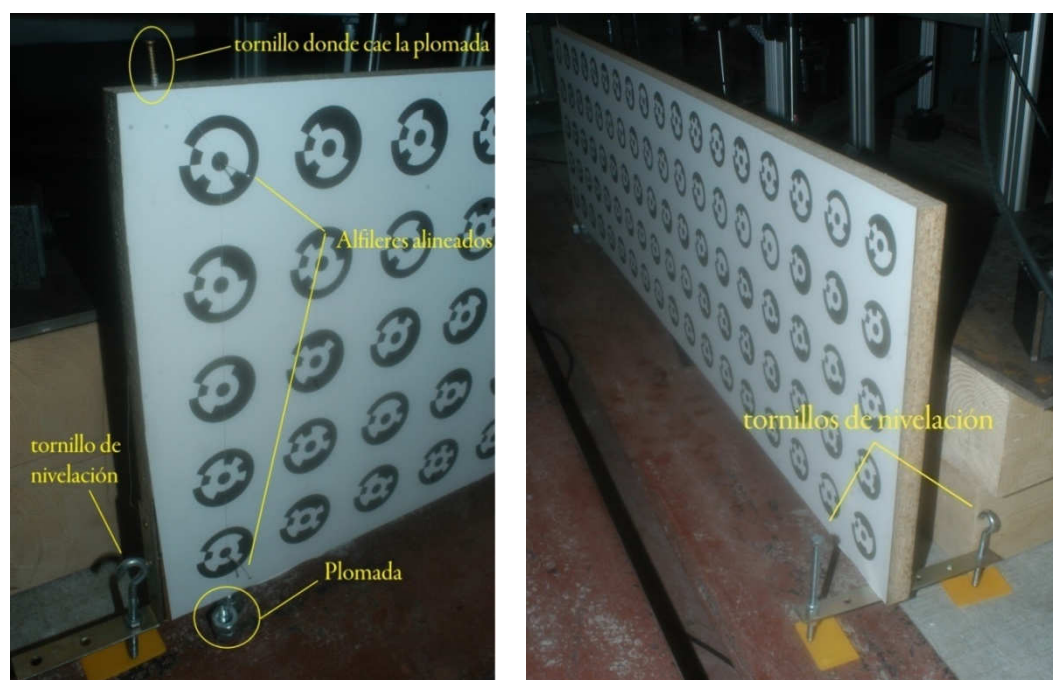


Figura 6.82. Detalle del tablero que constituye un “plano perfecto” con sus mecanismos de nivelación (E.P.)

Las coordenadas de cada una de las dianas fueron medidas primeramente en el propio software CAD en el que fueron creadas, y posteriormente con un calibre digital se precisaron las distancias horizontales, verticales y diagonales que existían entre varios pares de dianas para contrastar que las coordenadas CAD fueron impresas correctamente:

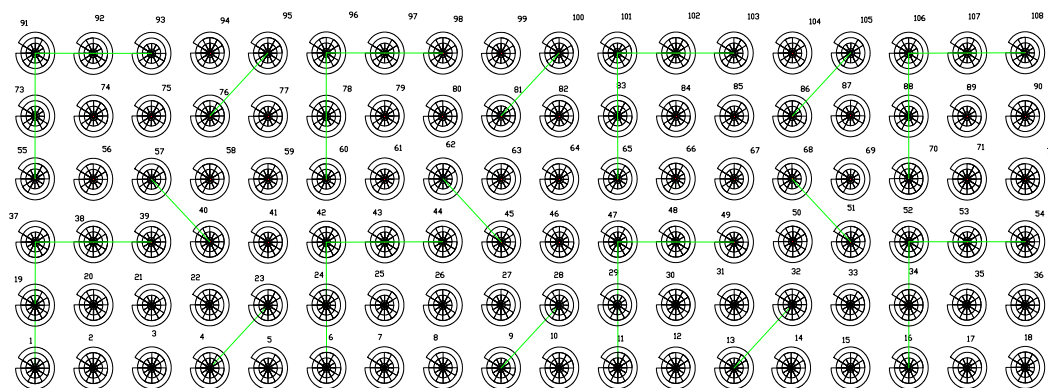


Figura 6.83. Medición de los Puntos de Control con software CAD y calibre digital (E.P.)

Una vez obtenidas las coordenadas, de las 81 dianas del tablero éstas fueron empleadas para conformar un plano de referencia (con coordenada  $Z=0$ ) de modo que se pudiese orientar, escalar y adquirir una gran precisión gracias a este gran conjunto de “Control Points”. Por otra parte la exactitud, precisión y fiabilidad obtenidas con la técnica se contrastarían mediante 2 aspectos:

- a) Comparando la posición estimada con el software fotogramétrico de las 9 dianas restantes cuya posición era también conocida, aunque no fue forzada durante el procesamiento de datos en el programa (Check Points).
- b) Adhiriendo dianas codificadas a varios extensómetro, de modo que los corrimientos de ambos dispositivos pudiesen ser comparados (ver apartado número 7).

## 7.4. Sincronización de cámaras, interrelación con la máquina de ensayo e intervalo entre fotogramas

Una vez que los puntos de medición, el plano de control y la disposición de los objetivos son resueltas, se necesita determinar un parámetro muy importante del experimento como es la sincronización de las cámaras y la interrelación con el banco de ensayos.

Para poder alcanzar grandes precisiones en las mediciones, y comparar los corrimientos de forma coherente, es imprescindible que por un lado todas las cámaras capturen el fotograma en el mismo instante de tiempo, y por el otro es necesario conocer el valor de la carga que está actuando en cada momento.

El accionamiento conjunto de todas las cámaras se consiguió llevando el disparador de cada una de ellas a un relé de 4 contactos, que era accionado mediante un interruptor independiente y alimentado por un transformador de corriente de 12V. Por otro lado, el flash también poseía un interruptor propio, tal como se muestra en la imagen:

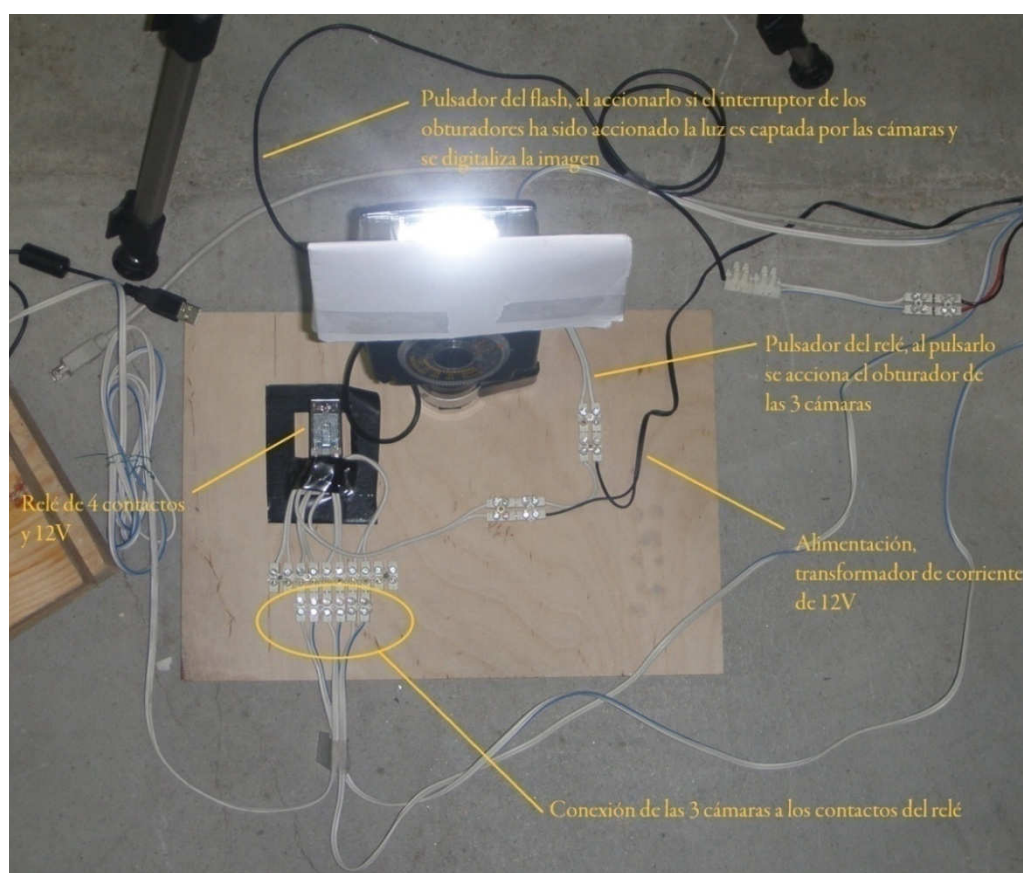


Figura 6.84. Mecanismo de sincronización de cámaras (E.P.)

De esta forma, realizando el ensayo en condiciones de oscuridad total y programando un tiempo de exposición de flash muy corto, si se mantenía pulsado el interruptor del relé todas las cámaras abrían el obturador, así que si en ese preciso momento se disparaba el flash con el otro pulsador todas las cámaras recibían la luz en el mismo instante de tiempo y consecuentemente digitalizaban la misma imagen desde distintos puntos de vista.

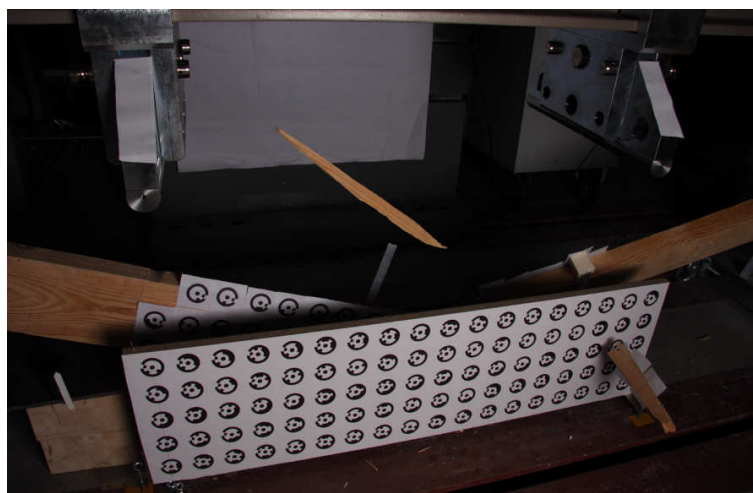




Figura 6.85. Realización de los ensayos en condiciones de oscuridad total con el fin de lograr una muy precisa sincronización de cámaras (E.P.)

Cabe destacar también, que tal como se muestra en la imagen, el flash no se dirige directamente hacia la viga, si no que enfoca hacia un panel blanco que actúa como difusor. Con ello se consigue que la luz no se proyecte directamente sobre la viga, evitando posibles brillos que pueden penalizar el posterior procesamiento de datos.

Esta metodología permite sincronizar las cámaras en cuestión de milisegundos, valga como ejemplo la siguiente secuencia de una ruptura brusca y violenta captada en uno de los ensayos. Como puede observarse, las astillas de la madera al saltar se encuentran en la misma posición según todas las cámaras, por lo que la precisión de los desplazamientos en este sentido semeja ser muy elevada:





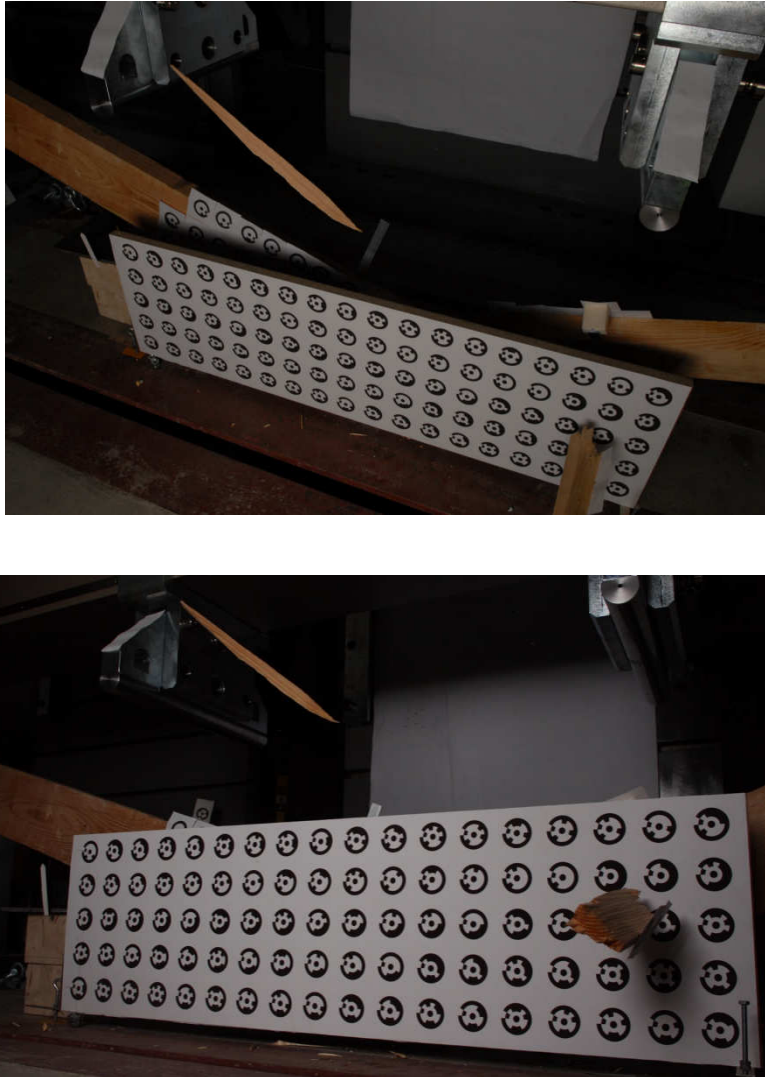


Figura 6.86. Detalle que demuestra la gran sincronización entre cámaras (E.P.)

Por otra parte el registro de la carga actuante en cada instante se consigue utilizando un software capturador de pantalla (HyperSnap 6) que permite introducir la tasa de refresco del monitor del ordenador que acciona el banco de ensayos y que muestra la progresión de los extensómetros y el tiempo de ensayo en todo momento, y que por tanto permite conocer en todo caso la carga aplicada, así como el delay (en milisegundos) que se produce en cada captura.

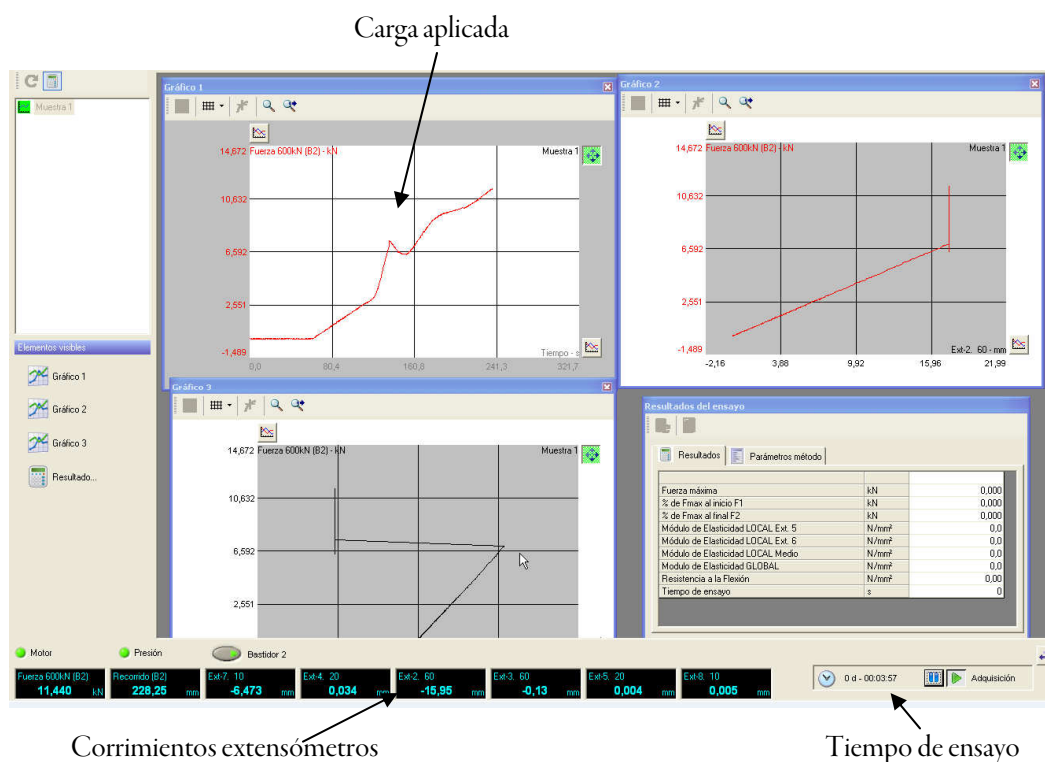


Figura 6.87. Pantalla capturada en el PC de la máquina de ensayo (E.P.)

El programa se configuró de tal manera que al presionar un botón del teclado, el pc capturaba la pantalla y la guardaba en un archivo. Este proceso se sincronizó con el descrito anteriormente, de modo que al pulsar la tecla que capturaba la pantalla con el interruptor que acciona el flash, se obtenía la carga aplicada y los 3 fotogramas en el mismo instante de tiempo:

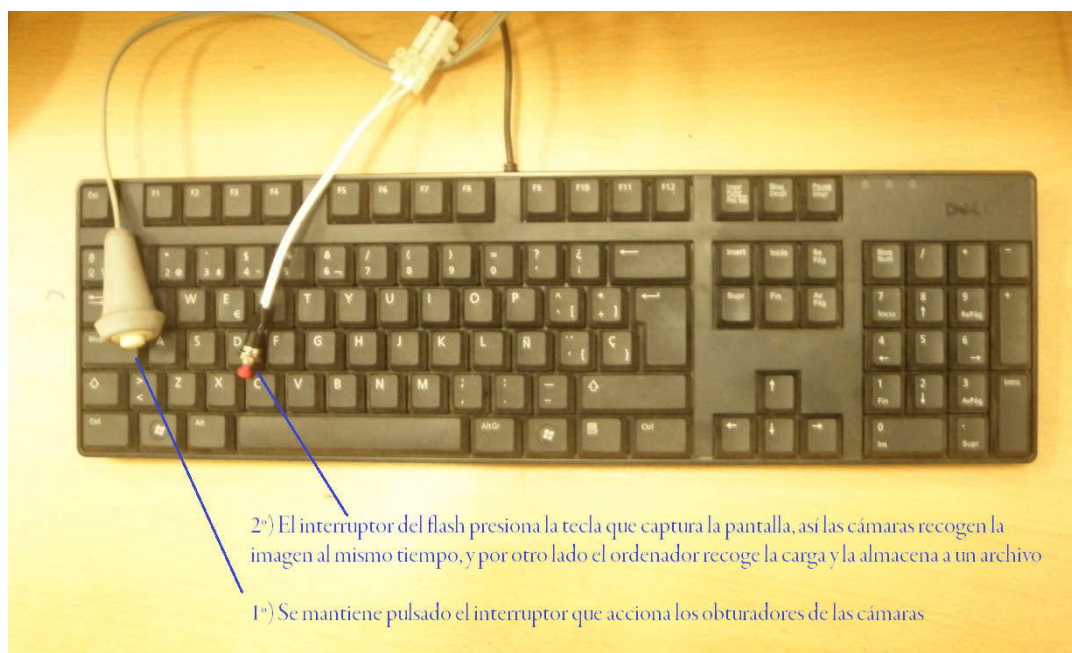


Figura 6.88. Interruptores de apertura de obturadores, y disparo de flash (E.P.)

Ya que el objetivo principal es crear un modelo fenomenológico de predicción de rotura, se consideró más que suficiente un intervalo de tiempo de 5 segundos entre grupos de fotogramas, pues éstos permitirían conocer la carga de rotura con una precisión mínima media de 0,24 kN lo cual sería más que suficiente para poder contrastar la validez de los modelos. Estos intervalos se programaron con el software temporizador (Time left) que fue instalado en otro ordenador, y proporcionaban un sonido en cada lapso temporal.

## 7.5. Escena fotografiada y procesado fotogramétrico

Según la distribución de cámaras expuesta, y la inclusión del “plano perfecto”. En las siguientes figuras se muestra la escena que recoge en cada instante cada uno de los 3 objetivos:

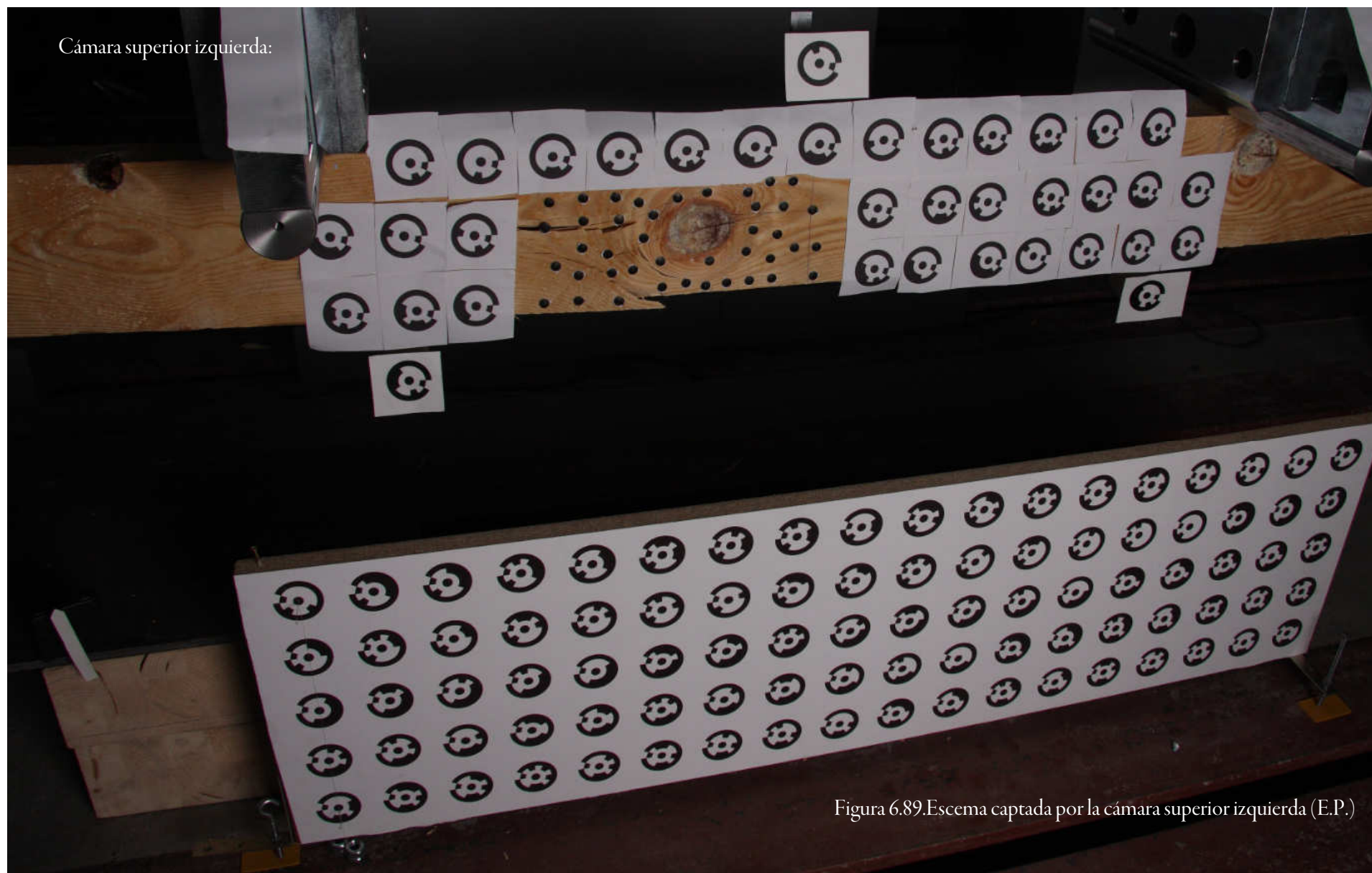


Figura 6.89. Escema captada por la cámara superior izquierda (E.P.)



Cámara superior derecha:

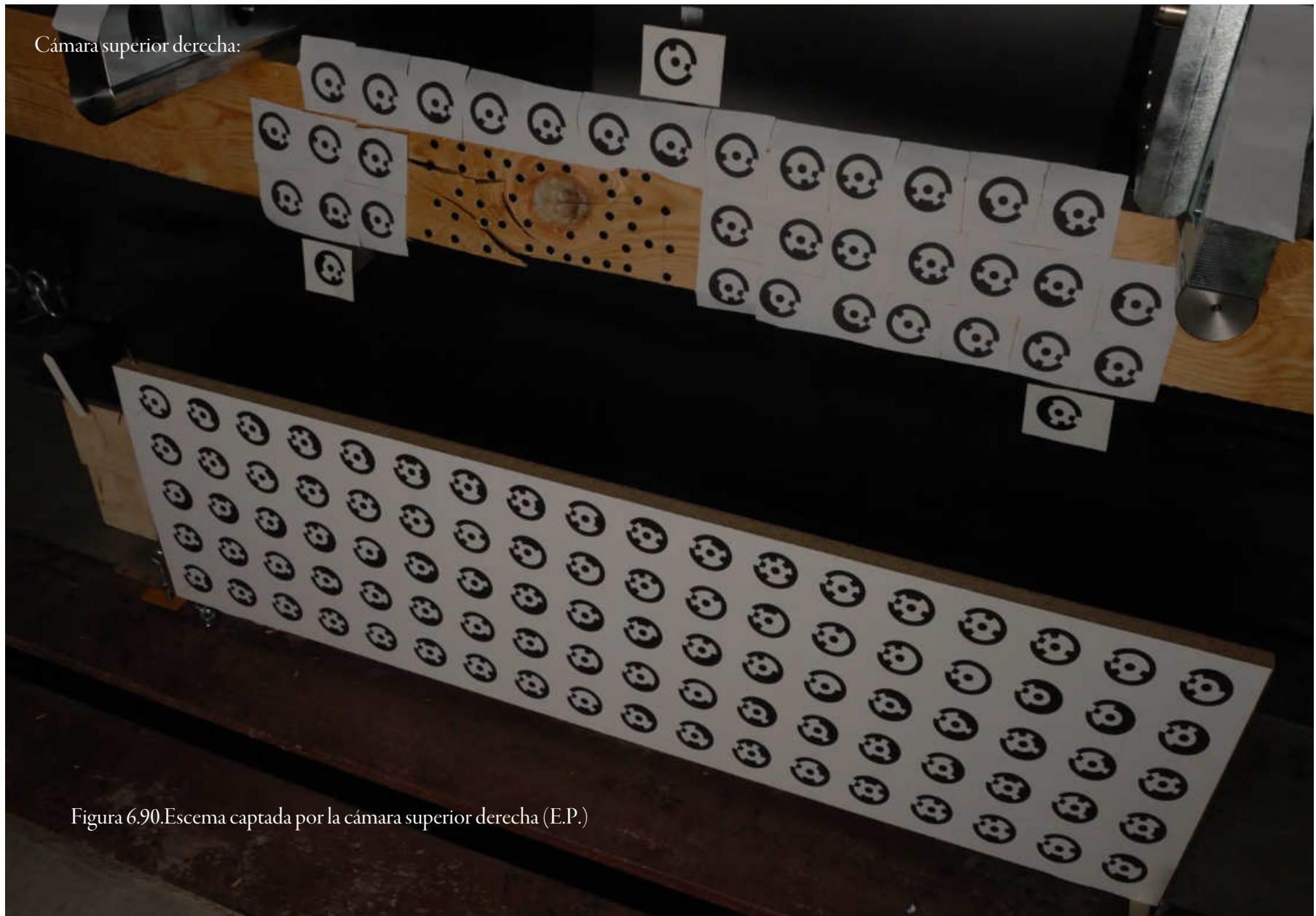


Figura 6.90. Escema captada por la cámara superior derecha (E.P.)

Cámara inferior:

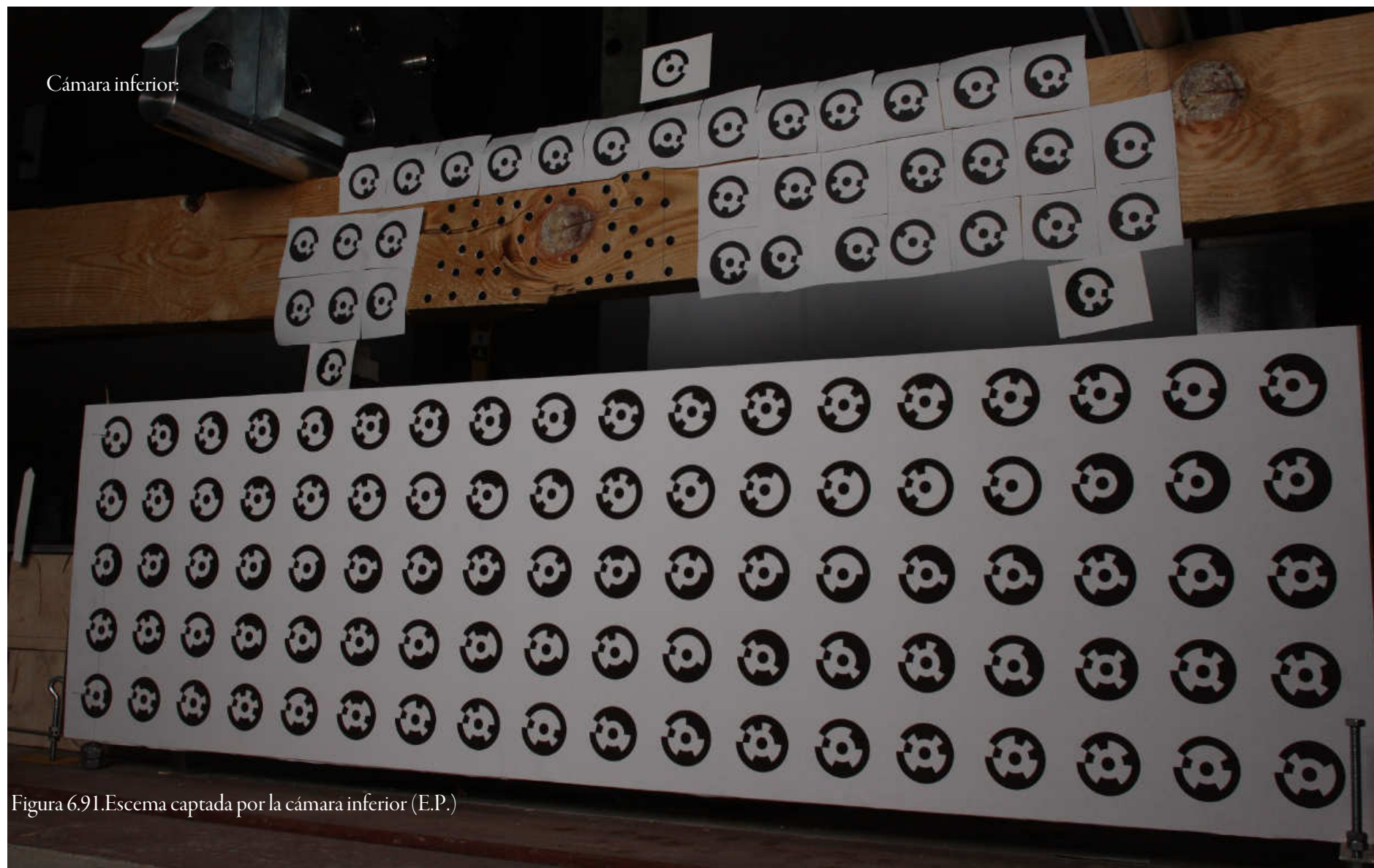


Figura 6.91. Escena captada por la cámara inferior (E.P.)

Cada conjunto de 3 fotos permite realizar una reconstitución tridimensional e cada instante. Para obtener las coordenadas y corrimientos de cada punto de medición, simplemente hay que introducir los datos de calibración de cada cámara, los Control Points y los grupos de tres fotogramas en el software fotogramétrico, obteniendo los siguientes modelos:

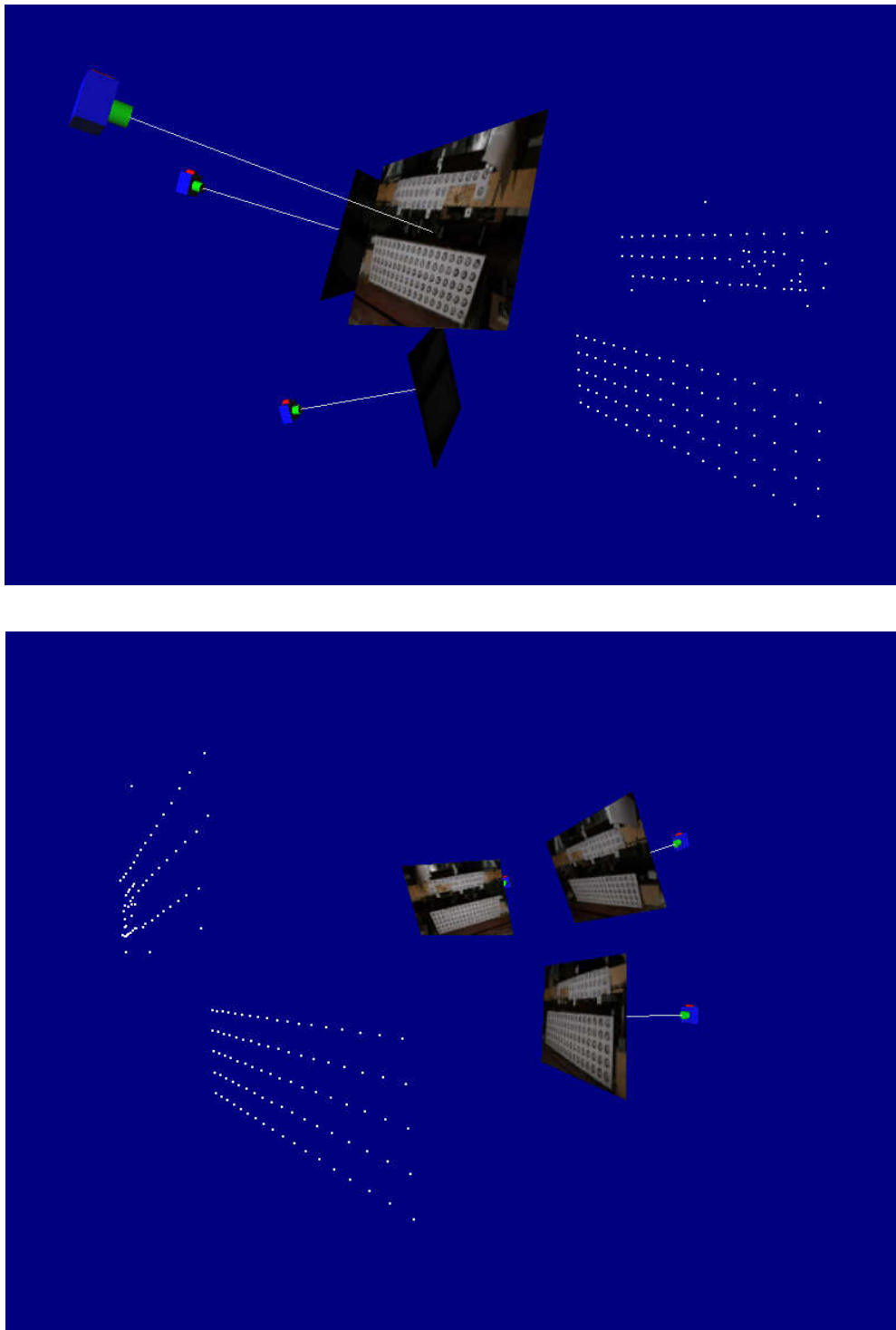


Figura 6.92. Modelo tridimensional generado tras el procesado fotogramétrico (E.P.)

A modo de conclusión, se puede decir que en este apartado se ha presentado el diseño del experimento fotogramétrico, que permitirá obtener el valor de los corrimientos de unos 65 nodos del M.E.F. del tramo central de cada viga (especialmente alrededor de los nudos) en unos 60 instantes de tiempo hasta que las probetas alcancen la rotura, además de poder identificar el origen de la rotura y el valor de la misma con una sensibilidad mínima de 0,24 kN.

## 8. Ensayo a flexión según la norma UNE 408

Una vez expuestos los modelos de simulación que se han generado así como la preparación del experimento fotogramétrico. En este apartado se presentará la preparación de los ensayos a flexión.

La metodología empleada ha sido detallada en el capítulo 2 de esta tesis (norma UNE 408), por lo que en esta sección únicamente se comentarán los detalles de la ejecución, pues se ha seguido en todo momento las instrucciones de dicho documento. Cabe mencionar, que además únicamente que además del M.O.E., M.O.E.G., M.O.R. y humedad, se pretende también contrastar la precisión de las mediciones fotogramétricas por lo que se recogerá alguna particularidad.

### 8.1. Colocación de vigas y extensómetros

Las vigas fueron coaccionadas lateralmente con la colocación de topes laterales tal y como permite la normativa.

En la primera viga se pretendió, además de medir la rigidez longitudinal, contrastar las mediciones fotogramétricas en las tres direcciones, por lo que se colocaron 5 extensómetros de contacto tipo varilla de la siguiente manera:

- a) Un extensómetro de 60 mm de recorrido se situó en el punto central de la viga en su parte inferior con el fin de medir la flecha “global” de la pieza. Se incluyó también una diana fotogramétrica que se



movía solidariamente con la varilla. De este modo se podrían contrastar directamente las mediciones de dicho extensómetro con las mediciones fotogramétricas.

- b) Otro extensómetro idéntico, en condiciones similares a las anteriores pero en este caso a unos 15 centímetros del anterior.
- c) Un extensómetro de 10mm de recorrido en la parte central trasera, que descansa sobre 2 puntas colocadas a una distancia de  $5 \cdot h$ , y mide sobre una pletina donde presiona la varilla. Todo ello alineado con la fibra neutra. De las 2 puntas extremas cuelgan unas pletinas que contienen una diana fotogramétrica en su parte inferior, y de la pletina central asciende igualmente otra placa de aluminio con una diana. De esta manera se puede también conocer el desplazamiento relativo de la varilla respecto de las puntas y contrastar las mediciones efectuadas en los fotogramas con las del extensómetro.
- d) El cuarto extensómetro es de 20 mm de recorrido y se coloca a la izquierda del tramo central. Su varilla presiona sobre una pletina en “L” con el fin de contrastar también la precisión de los desplazamientos horizontales.
- e) Finalmente el quinto extensómetro es de 15 mm y se emplaza a la derecha del tramo central. Tras incrustar una chapa de aluminio, el extensómetro es capaz de medir los desplazamientos en la tercera dimensión, completando así un contraste fotogramétrico integral.

En la siguiente fotografía se muestra la parte trasera de la viga, donde se aprecia la colocación de los topes laterales así como el extensómetro de medición de la flecha “local”.

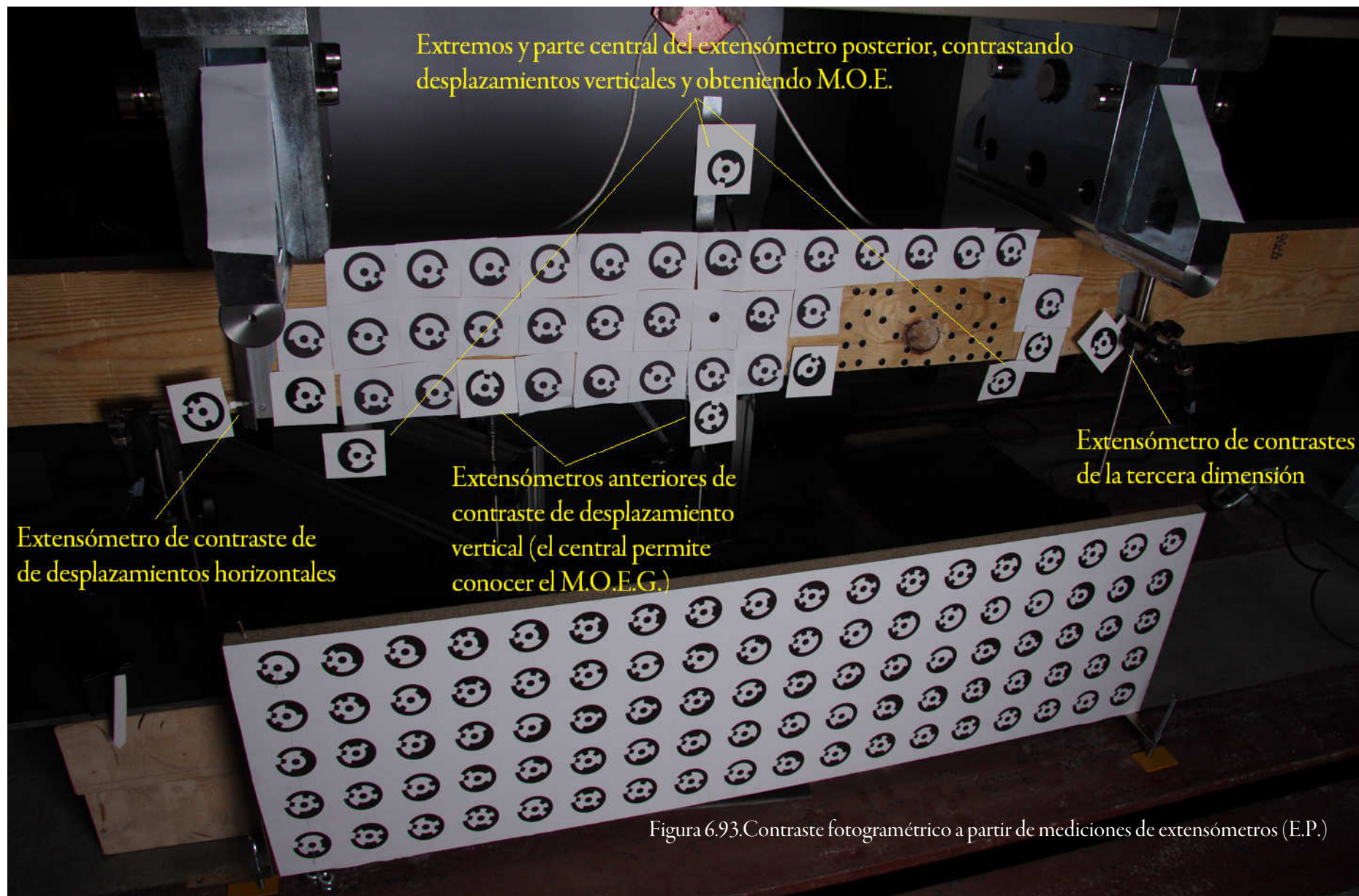


Figura 6.93. Contraste fotogramétrico a partir de mediciones de extensómetros (E.P.)

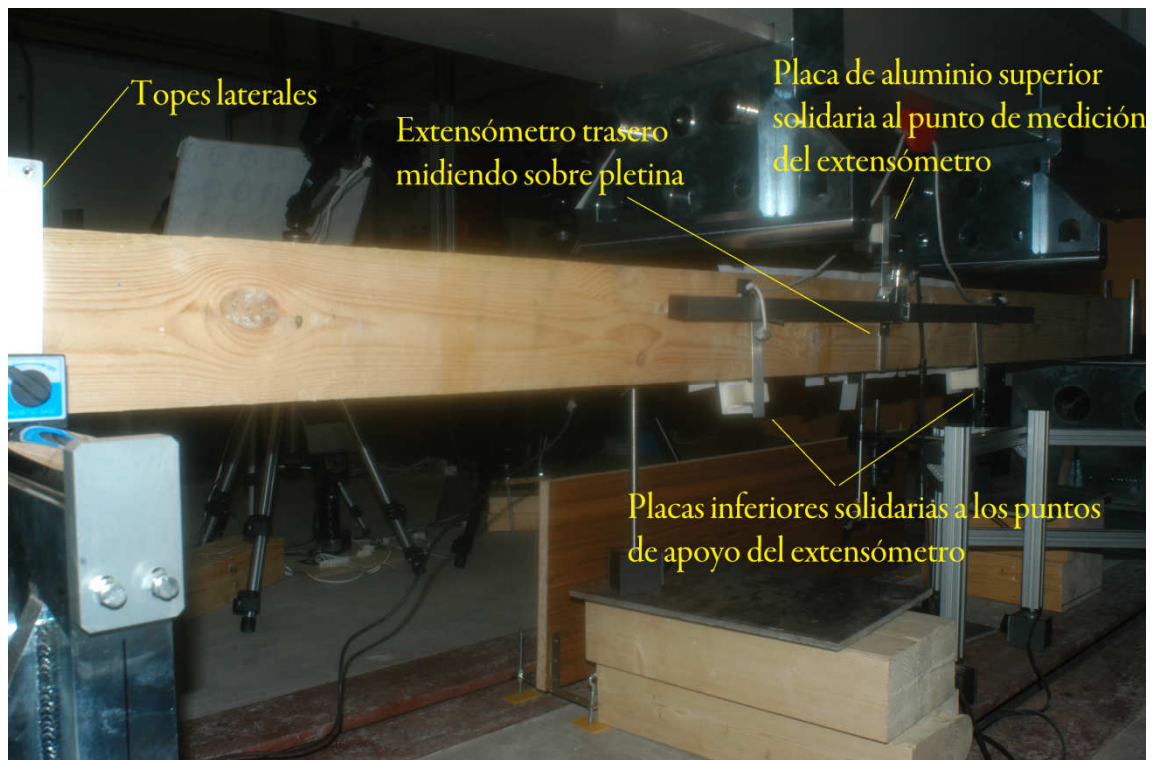


Figura 6.94. Vista trasera de la colocación de los extensómetros (E.P.)

Obviamente dada la tipología de los extensómetros, estos debían de ser retirados rápidamente a una distancia prudencial de la rotura prevista. Cabe también destacar que en el resto de vigas únicamente se mantuvieron los extensómetros de medición de M.O.E. y M.O.E.G., en los que se siguieron contrastando las mediciones fotogramétricas en el eje vertical del ensayo.

## 8.2. Obtención de los parámetros físicos y mecánicos

Los especímenes se pesan en su globalidad justo antes de iniciar el ensayo en una báscula con el fin de conocer la densidad global de la madera en el momento de testeo.

La carga de rotura empleada para calcular los módulos de elasticidad se distingue de las posibles roturas parciales y se registrada cuando el software de la máquina detecta una disminución de la acción aplicada de cómo mínimo un 10% de la carga constante que se venía aplicando. Así se determina  $f_m$  tal y como se presentó en el capítulo 2.

En los casos para los que la rotura se produzca fuera del tercio central a una cierta distancia del centro del vano ( $y$ ), se debe de realizar una corrección del M.O.R. ya que la tensión a la que se produce no es la correspondiente al momento máximo, así:

$$f_{m\ modif} = \frac{3F_{max}}{bh^2} \left( \frac{l}{2} - y \right) \quad (4.9.)$$

Cada ensayo dura tal como establece la normativa  $300 \pm 120$  segundos. En este intervalo se logran alcanzar del orden de 1100 registros, que típicamente adoptan el siguiente formato;

La gráfica carga-tiempo típica teniendo en cuenta la retirada de los extensómetros es la siguiente:

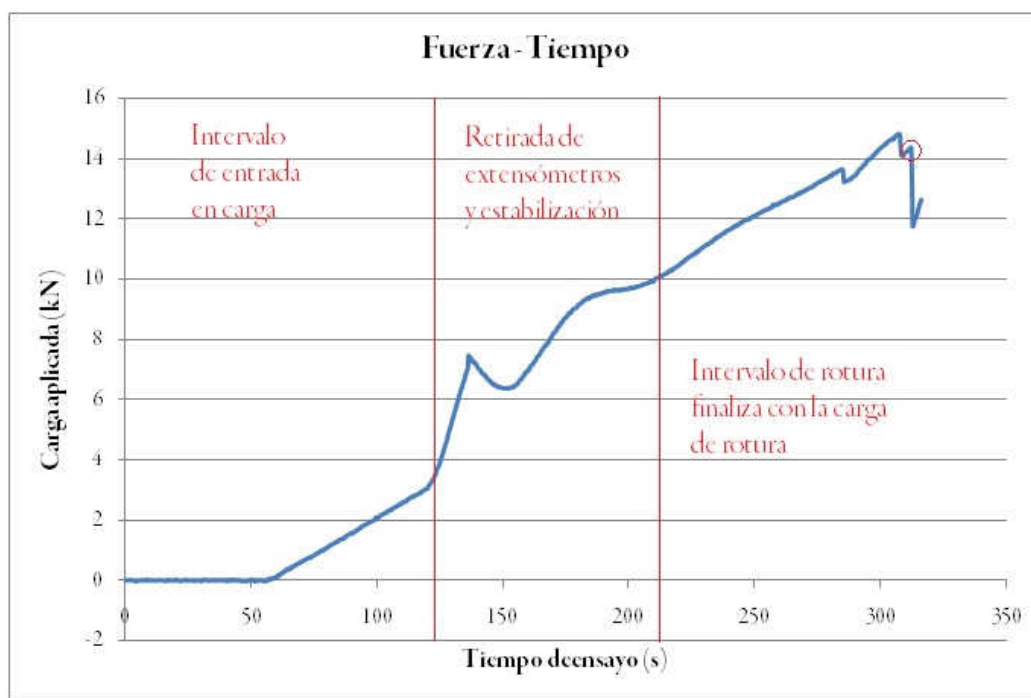


Figura 6.95. Diagrama fuerza-tiempo en el ensayo a flexión según la norma UNE 408 (E.P.)

En este caso se aprecia como la viga supera 2 roturas parciales hasta alcanzar una carga de 14,36 kN, valor tras el cual se produce la rotura. La gráfica registrada por el extensómetro colocado en el centro del vano hasta la rotura:

## Fuerza - Flecha global

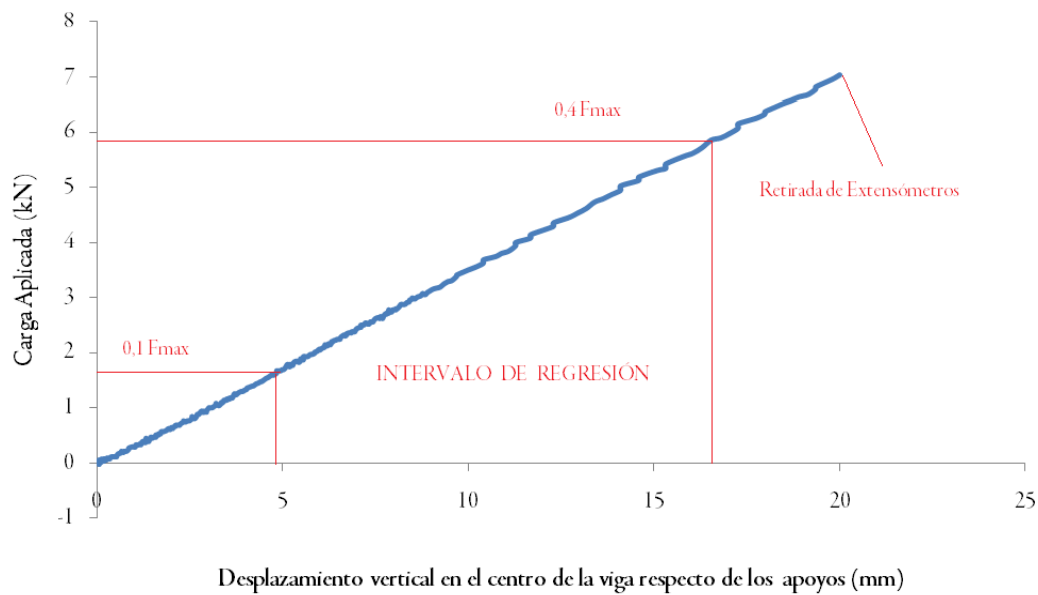


Figura 6.96. Diagrama fuerza-flecha global en el ensayo a flexión según la norma UNE 408 (E.P.)

Llevando a cabo un análisis de regresión en el intervalo  $0,1 F_{max}$  y  $0,4 F_{max}$  se calcula la siguiente recta con su correspondiente coeficiente de correlación:

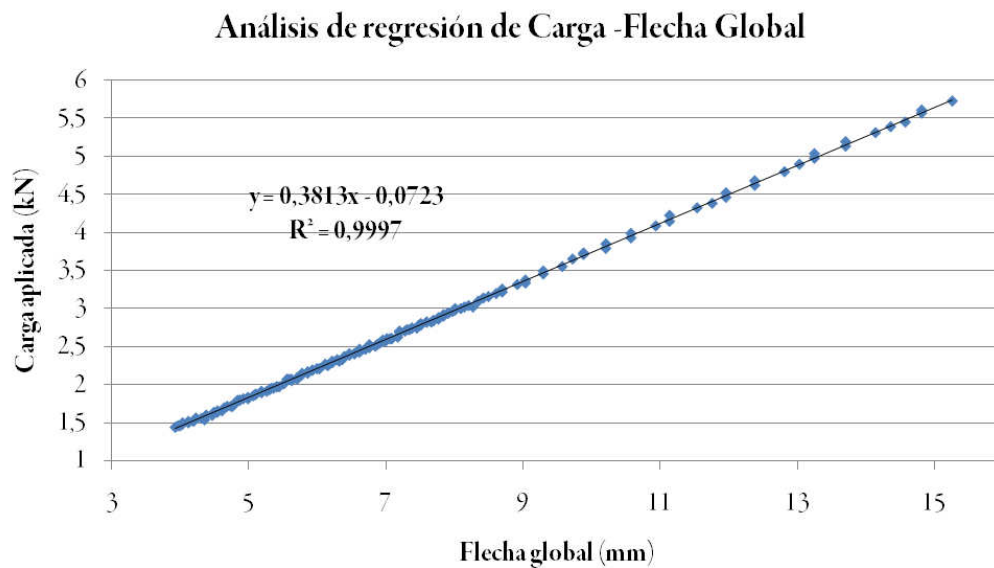


Figura 6.97. Análisis de regresión de la recta carga-flecha global según la norma UNE 408 (E.P.)

Donde se deduce que en este caso la relación:

$$\frac{(F_2 - F_1)}{(w_2 - w_1)} = 0,3813 \text{ N/mm}$$

Pudiendo calcular así el módulo de elasticidad global según lo dispuesto en el capítulo.

De forma completamente análoga se calcula el módulo de elasticidad local:

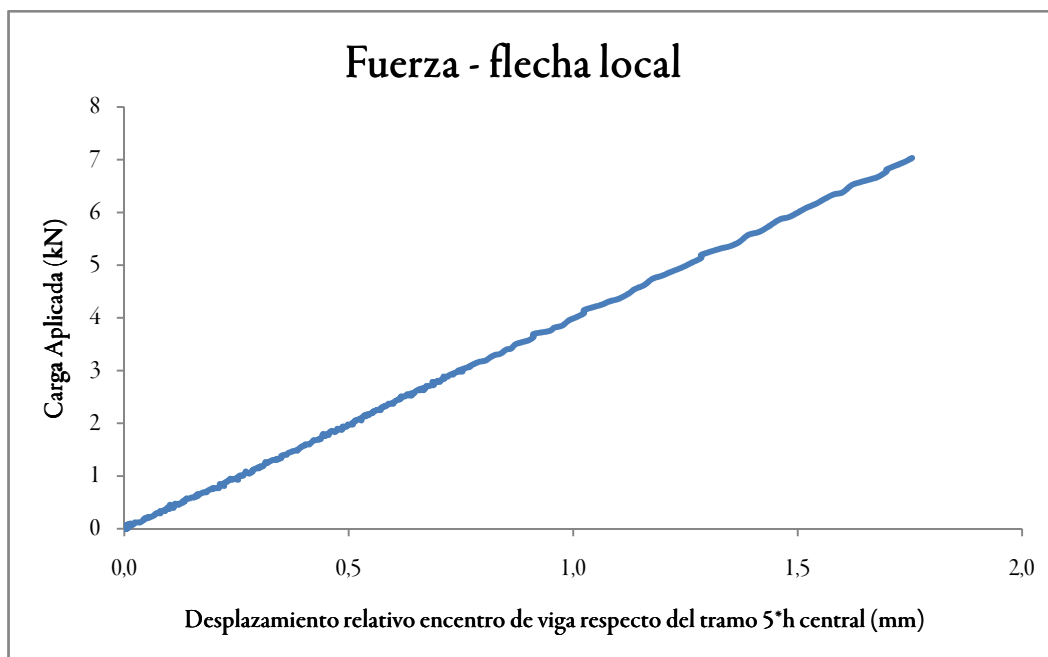


Figura 6.98. Diagrama fuerza-flecha local en el ensayo a flexión según la norma UNE 408 (E.P.)

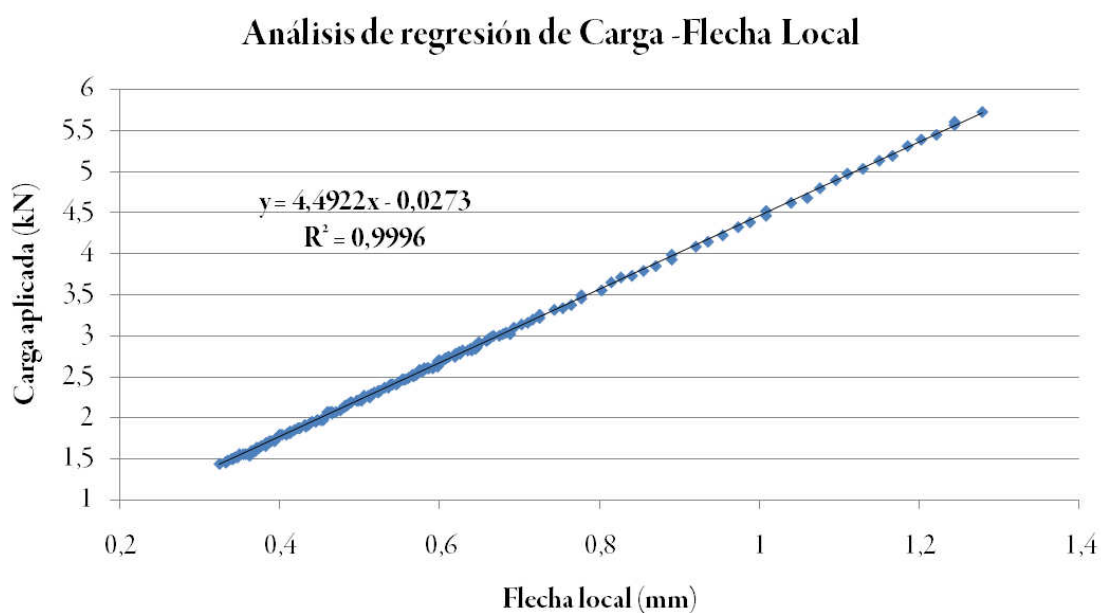


Figura 6.99. Análisis de regresión de la recta carga-flecha local según la norma UNE 408 (E.P.)



Finalmente, una vez la pieza ha alcanzado la rotura, se corta una rebanada de unos 3 ó 4 centímetros de espesor en la zona limpia más próxima a la rotura posible, se mide con un calibre digital, se pesa y se lleva a un horno donde se mantiene a 103°C hasta alcanzar el estado anhidro. Así se determina la densidad local y la humedad en el momento de ensayo.



Figura 6.100. Cuantificación del peso para la determinación de la densidad y la humedad (E.P.)

## Capítulo 7:

# RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 1. Contenido

En este capítulo se presentarán los resultados experimentales, los resultados de la simulación numérica, la validación clásica de los M.E.F. por medio de los extensómetros, el contraste de la precisión fotogramétrica, la validación y análisis estructural mediante la fotogrametría, los criterios de rotura y la discusión de variables.

### 2. Resultados experimentales

El control fotogramétrico no solo permitirá medir los desplazamientos de una media de 65 nodos de los M.E.F. a lo largo de los ensayos, sino que posibilitará también algo que resulta fundamental para el cometido de esta tesis, que es el de determinar con seguridad estos 2 parámetros imprescindibles:

- a) Si la rotura ha sido provocada con claridad por el nudo ó nudos considerados ó no.

Es importante mencionar en este punto la teoría del efecto tamaño en las piezas de madera, dado que esta tesis, a diferencia otros trabajos anteriores en este campo, trata de simular la influencia de los nudos en piezas estructurales de madera que adquieren un tamaño medio de



21.750 cm<sup>3</sup>. Como ya se comentó en el capítulo anterior, los especímenes evaluados en los ensayos se escogieron de forma absolutamente aleatoria, sin ningún otro criterio que el de contener una considerable presencia de nudos, independientemente de que éstos pudieran ser más o menos cónicos y etcétera, sin embargo como es obvio, dado el gran volumen de madera a analizar, existe cierta probabilidad de que las vigas rompan por causas ajenas, ó no de forma clara, por los nudos considerados.

Se debe de tener en cuenta que el hecho de interpretar que una viga alcanzó unos determinados valores mecánicos (flecha, carga de rotura y etcétera) antes de su rotura debido a la presencia de uno ó varios defectos, cuando esto realmente no fue así, no permitiría en absoluto llevar a cabo una validación ó invalidación coherente de los modelos de simulación diseñados. Adicionalmente, como se mostrará con posterioridad, se pretende contrastar profundamente el modelo midiendo fotogramétricamente los desplazamientos de muchos puntos alrededor de cada nudo.

Por todo ello, en cada una de las vigas se eligió una “Cara B” que en principio parecía menos desfavorable que su opuesta “Cara A”, la cual contendría toda la preparación fotogramétrica alrededor de los nudos considerados y sería fotografiada cada 5 segundos por las tres cámaras digitales. De este modo se podría determinar unívocamente en cada viga, si ésta había alcanzado unos parámetros mecánicos antes de la rotura debido a la presencia de los defectos considerados ó no, siendo consecuentemente útil para validar el modelo ó no, todo ello gracias a poder apreciar la iniciación, y propagación de la fractura.

b)Cuál es el intervalo de cargas en el cual se ha iniciado el fallo del material.

Pues hay que destacar que no necesariamente la carga máxima obtenida en los ensayos ( $F_{max}$ ), que como se citó anteriormente es la fuerza a partir de la cual se genera una rotura que produce un descenso consecutivo de la carga del 10%, es la que efectivamente puede considerarse como aquella que provoca la rotura alrededor del nudo. De hecho en la mayoría de ocasiones no se produce esta coincidencia, pues antes de que la  $F_{max}$  genere una rotura “contundente” de las vigas, aparecen claras roturas provocadas por la desviación de las fibras alrededor de los nudos, y

son éstas las que realmente pueden ser interpretadas como los verdaderos datos empíricos que pueden dar validez ó no a los M.E.F.

Como ya se comentó anteriormente, éstas cargas serán identificadas al apreciar la iniciación de la fractura en fotogramas consecutivos y, dado que el intervalo de tiempo entre secuencias es de 5 segundos, éstas podrán ser cuantificadas con una sensibilidad de 0,24 kN.

Finalmente, tal como se expuso en el capítulo 6 de la presente investigación, todos los módulos que se emplearán en régimen elástico se deducirán a partir de las relaciones conocidas que comparten respecto al M.O.E., consecuentemente además de presentar todas las variables físicas y mecánicas necesarias para construir los modelos, los parámetros que constituyen los factores primordiales a tener en cuenta durante la ejecución de los ensayos son los que se han citado en este apartado.

## Viga 1

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2888
Canto (mm)	152
Ancho (mm)	51,47
Peso Medio (kg)	9,77
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	432,42
Humedad (%)	12,12
Desviación Global en Cantos (°)	≅ 0
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	-16,2
Ynudo1 (mm)	-20,7
Rx1 (mm)	16,44
Ry1 (mm)	17,495
Ataque1 (°)	42,5
XnudoB1 (mm)	-36,23
YnudoB1 (mm)	-18,4
RxB1 (mm)	10,02
RyB1 (mm)	10,2

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	15,47
Retirada de extensómetros (kN)	7,03
t (s)	320,53
Recorrido (mm)	84,15
Pte. Global (kN/mm)	0,4212
Pte. Local (kN/mm)	5,0278
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	35,13
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	9767,86
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	SÍ
Intervalo de fotogramas de la rotura	74-75
Tiempo en rotura por nudo (s)	285
Carga Aplicada (kN)	13,89
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	10561,35
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	9661
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	11593,20
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	621,26
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	657

Tercio Central cara A



Detalle cara A

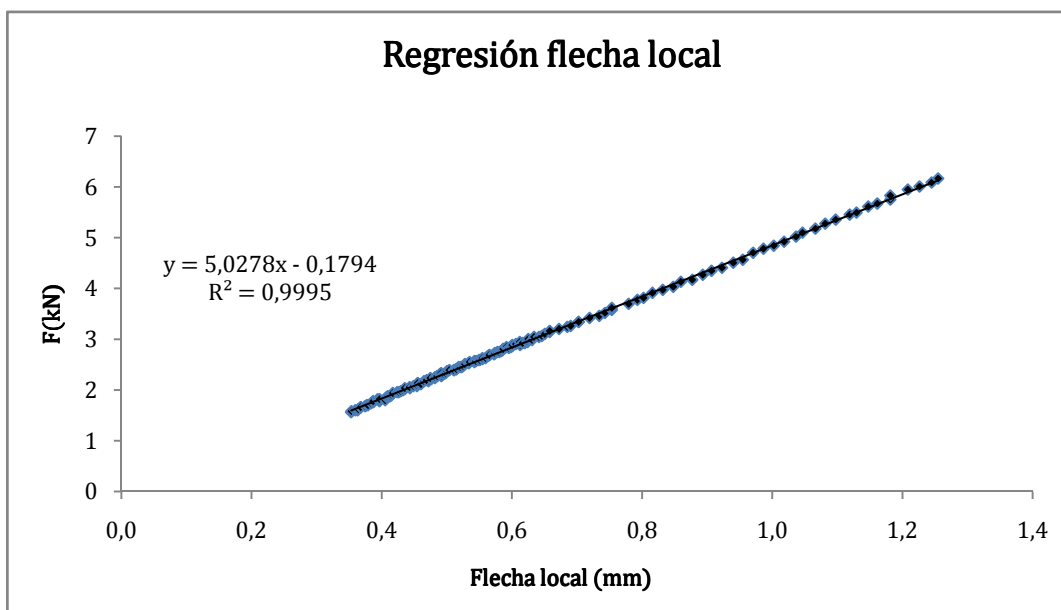
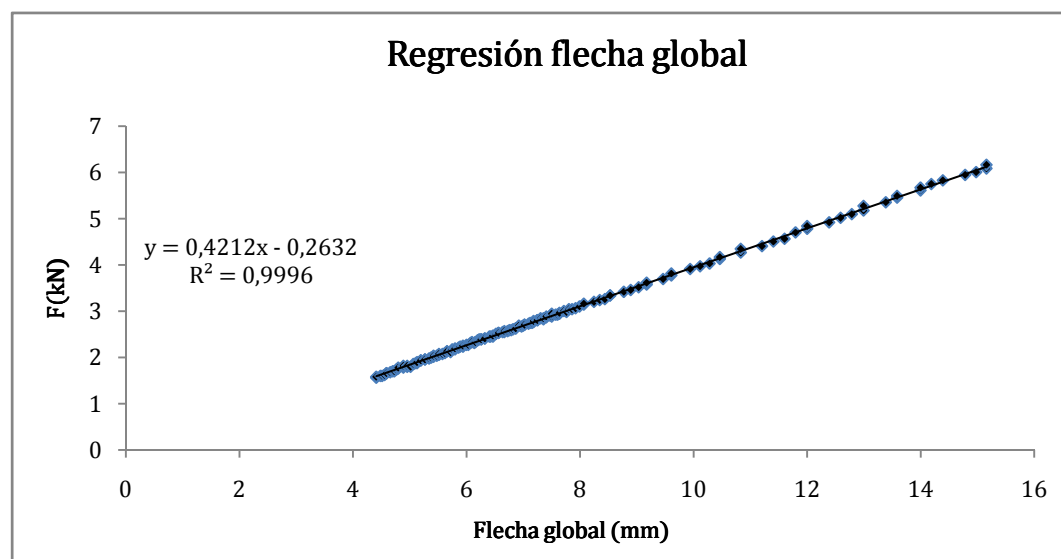
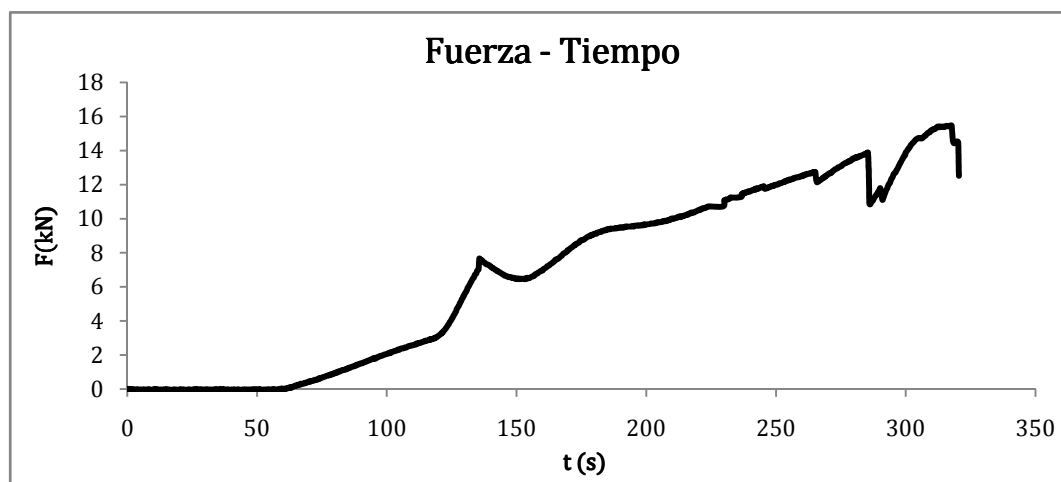


Tercio Central cara B

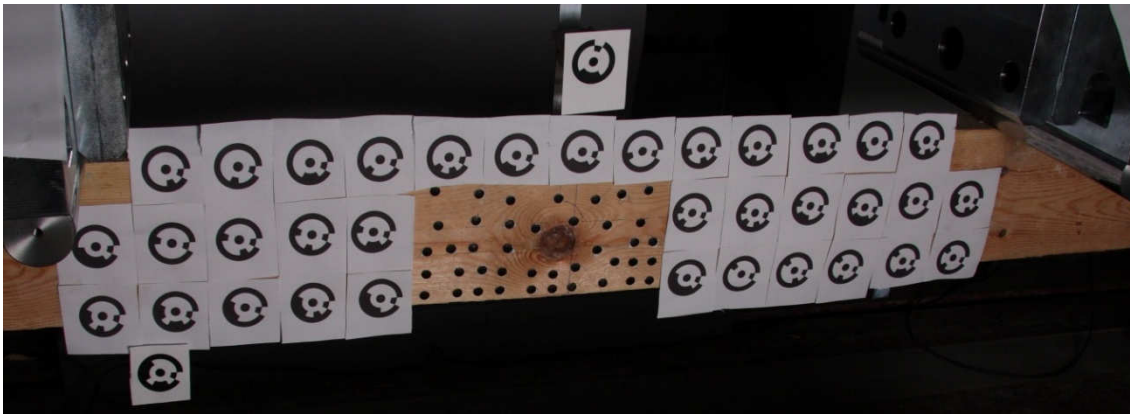


Detalle cara B

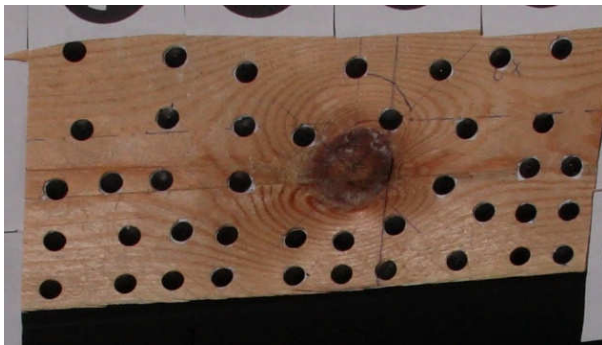




Fotograma Número 74



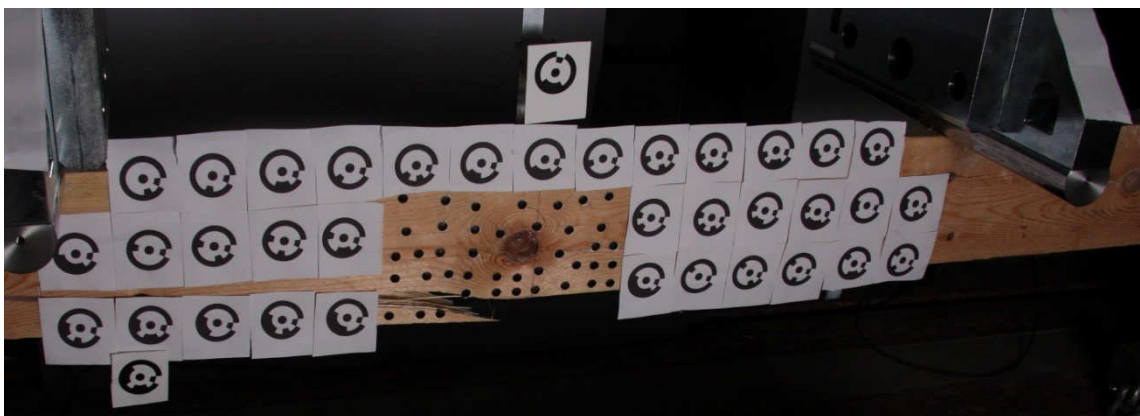
Detalle del Nudo considerado Fotograma 74



Detalle del Nudo considerado Fotograma 75



Fotograma Número 75



Observaciones:

Rotura absolutamente clara por la influencia del nudo considerado, y por tanto viga válida para contrastar la validez del modelo.

## Viga 2

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2890
Canto (mm)	152
Ancho (mm)	52,21
Peso Medio (kg)	11,97
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	521,22
Humedad (%)	13,11
Desviación Global en Cantos (°)	≅ 0
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	259
Ynudo1 (mm)	-36,88
Rx1 (mm)	17,5
Ry1 (mm)	21,86
Ataque1 (°)	-62,5
XnudoB1 (mm)	212
YnudoB1 (mm)	-22,37
RxB1 (mm)	18,83
RyB1 (mm)	23,48

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	12,82
Retirada de extensómetros (kN)	7,01
t (s)	262,07
Recorrido (mm)	39,18
Pte. Global (kN/mm)	0,3926
Pte. Local (kN/mm)	4,1138
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	28,54
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	8924,27
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	SÍ
Intervalo de fotogramas de la rotura	48-49
Tiempo en rotura por nudo (s)	246
Carga Aplicada (kN)	11,50
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	8470,26
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	7793
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	9351,6
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	498,25
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	526,92

Tercio Central cara A



Detalle cara A

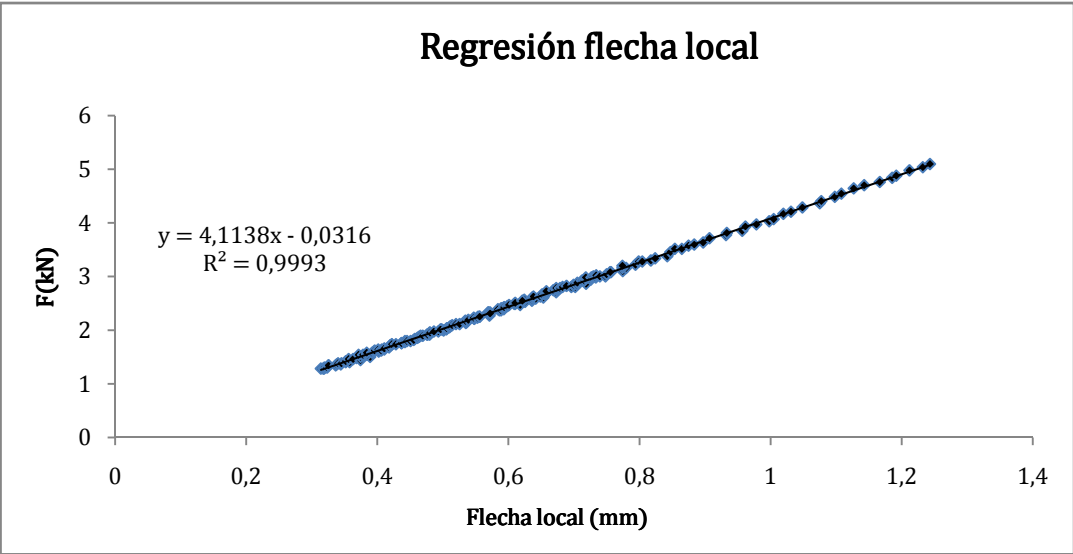
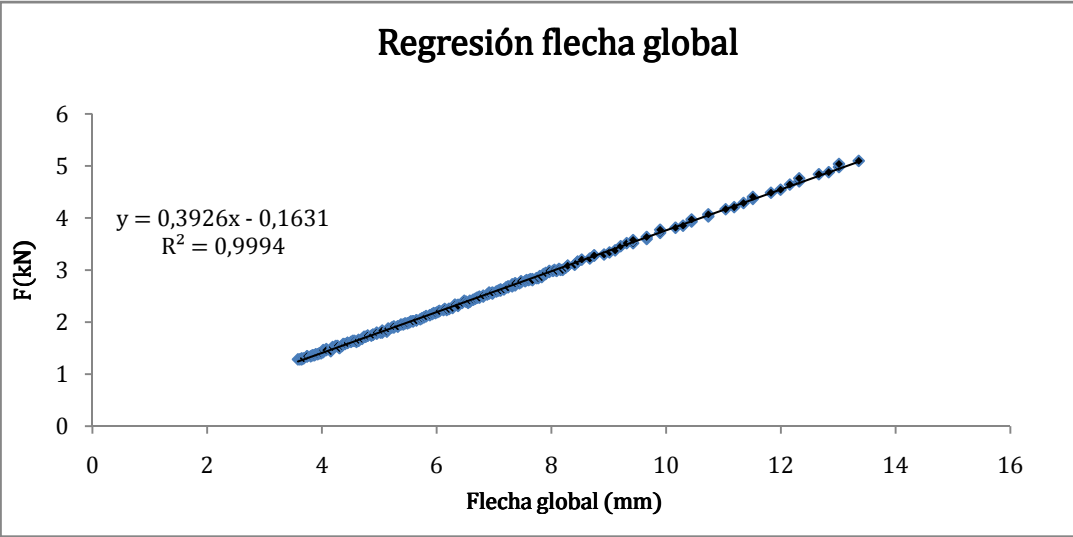
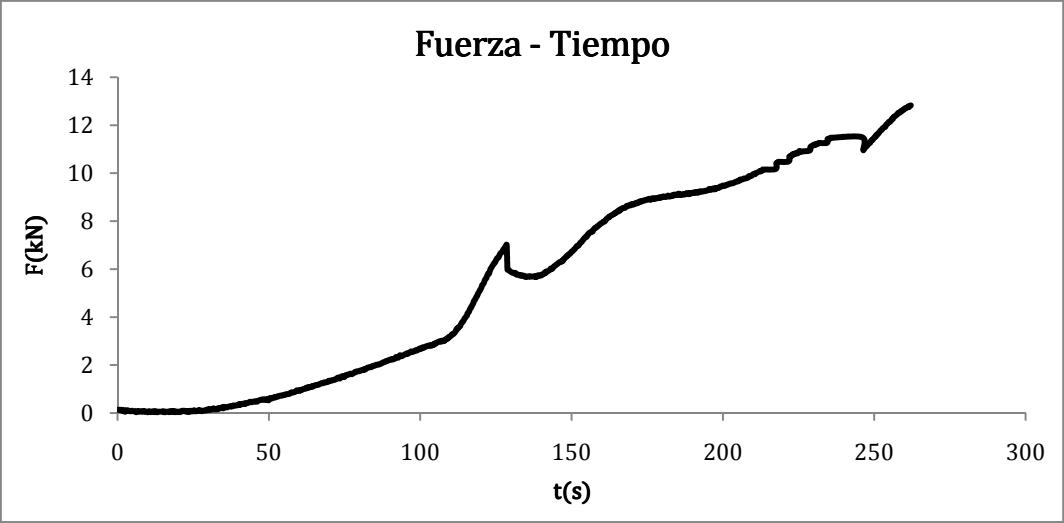


Tercio Central cara B



Detalle cara B





Fotograma Número 48



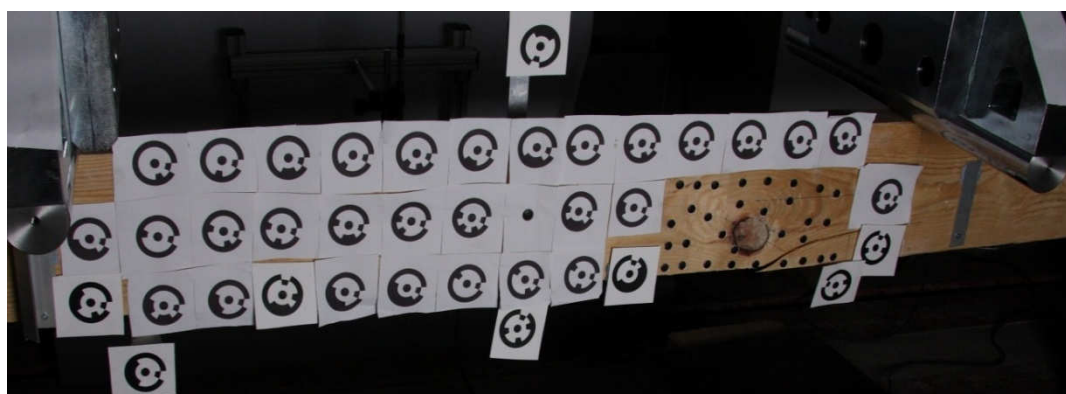
Detalle del Nudo considerado Fotograma 48



Detalle del Nudo considerado Fotograma 49



Fotograma Número 49



#### Observaciones:

Rotura absolutamente clara por la influencia del nudo considerado, y por tanto viga válida para contrastar la validez del modelo.



## Viga 3

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2880
Canto (mm)	152
Ancho (mm)	51,37
Peso Medio (kg)	11,11
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	494,22
Humedad (%)	12,07
Desviación Global en Cantos (°)	0,5
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	-141,86
Ynudo1 (mm)	-22,53
Rx1 (mm)	20,00
Ry1 (mm)	23,39
Ataque1 (°)	56
XnudoB1 (mm)	-99,78
YnudoB1 (mm)	-18,23
RxB1 (mm)	17,13
RyB1 (mm)	26,19

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	13,34
Retirada de extensómetros (kN)	7,03
t (s)	292,44
Recorrido (mm)	50,50
Pte. Global (kN/mm)	0,3601
Pte. Local (kN/mm)	4,0381
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	30,34
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	8367,16
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	SÍ
Intervalo de fotogramas de la rotura	63-64
Tiempo en rotura por nudo (s)	238
Carga Aplicada (kN)	11,38
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	8498,91
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	7775
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	9330
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	499,94
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	528,70

Tercio Central cara A



Detalle cara A

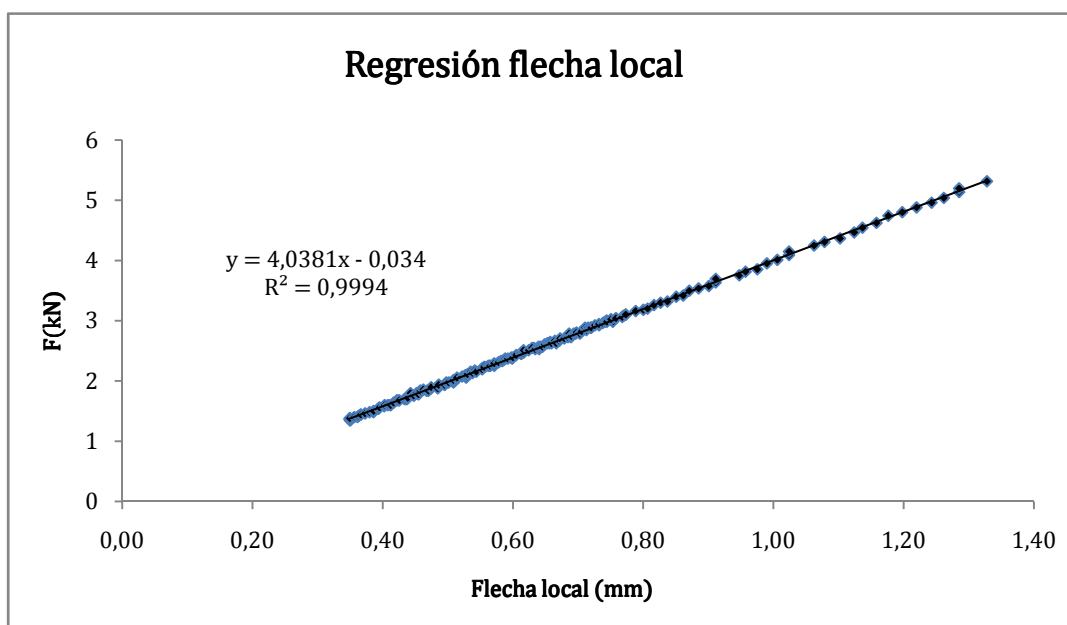
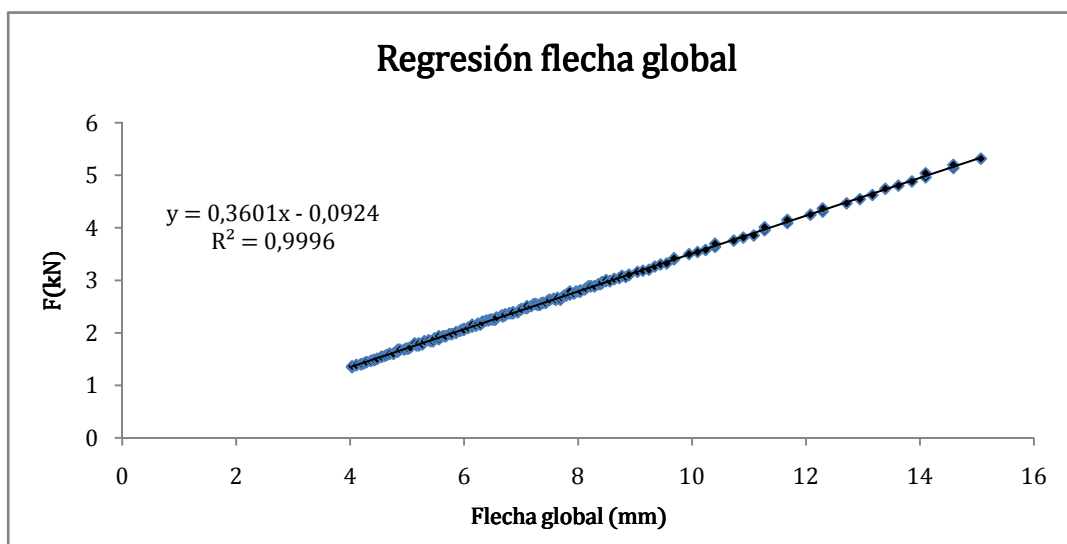
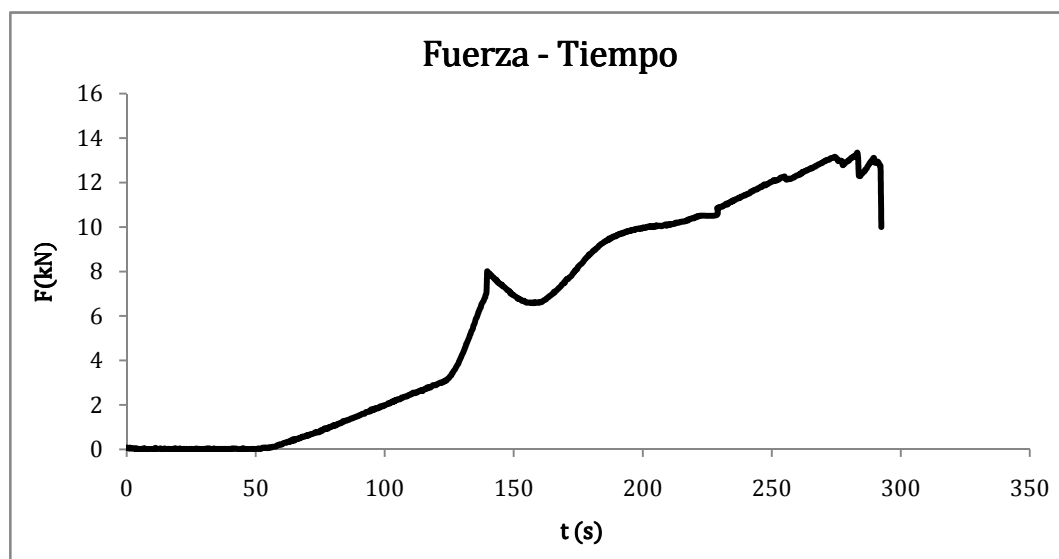


Tercio Central cara B

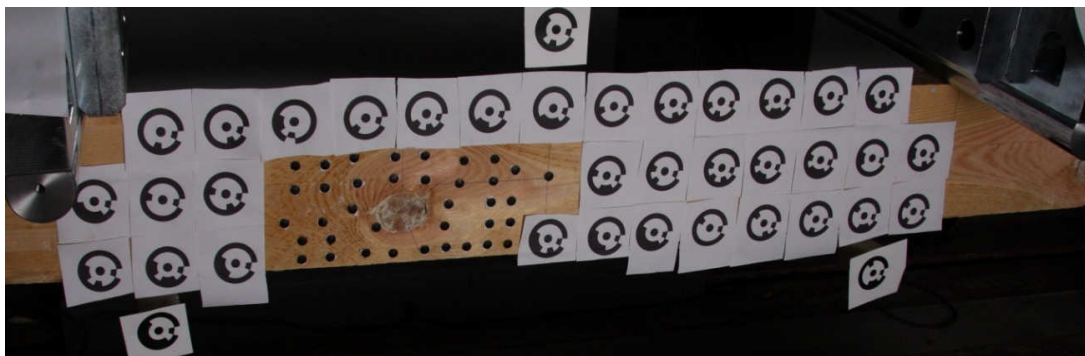


Detalle cara B





Fotograma Número 63



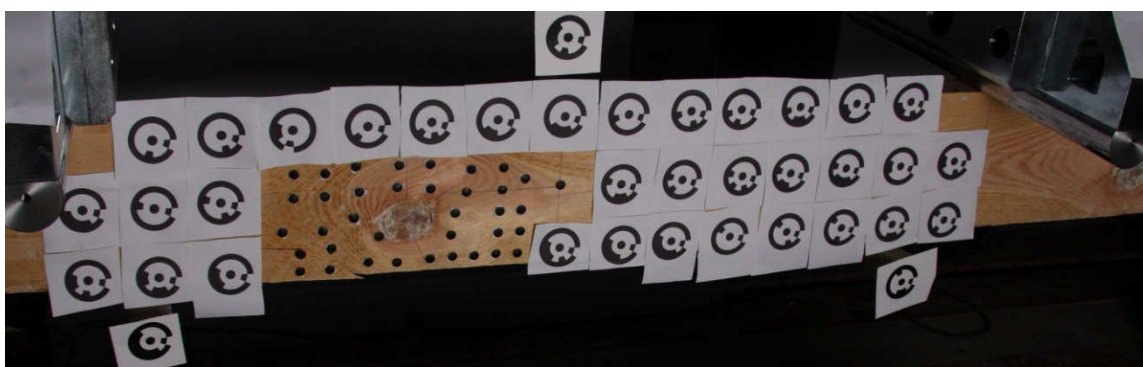
Detalle del Nudo considerado Fotograma 63



Detalle del Nudo considerado Fotograma 64



Fotograma Número 63



Observaciones:

Rotura absolutamente clara por la influencia del nudo considerado, y por tanto viga válida para contrastar la validez del modelo.

## Viga 4

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2964
Canto (mm)	156
Ancho (mm)	53,03
Peso Medio (kg)	12,10
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	432,42
Humedad (%)	14,89
Desviación Global en Cantos (°)	$\cong 0$
Desviación Global en Grueso (°)	$\cong 0$

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	0
Ynudo1 (mm)	-32,20
Rx1 (mm)	11,36
Ry1 (mm)	13,8
Ataque1 (°)	-76
XnudoB1 (mm)	26,26
YnudoB1 (mm)	-26,29
RxB1 (mm)	8
RyB1 (mm)	10,93

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	19,34
Retirada de extensómetros (kN)	6,86
t (s)	409,834
Recorrido (mm)	64,03
Pte. Global (kN/mm)	0,4565
Pte. Local (kN/mm)	5,7913
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	40,47
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	9259,06
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T3 (C30)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	NO
Intervalo de fotogramas de la rotura	133-134
Tiempo en rotura por nudo (s)	405
Carga Aplicada (kN)	19,06
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	10922,12
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	9992
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	10990,4
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	642,48
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	679,45

Tercio Central cara A



Detalle cara A

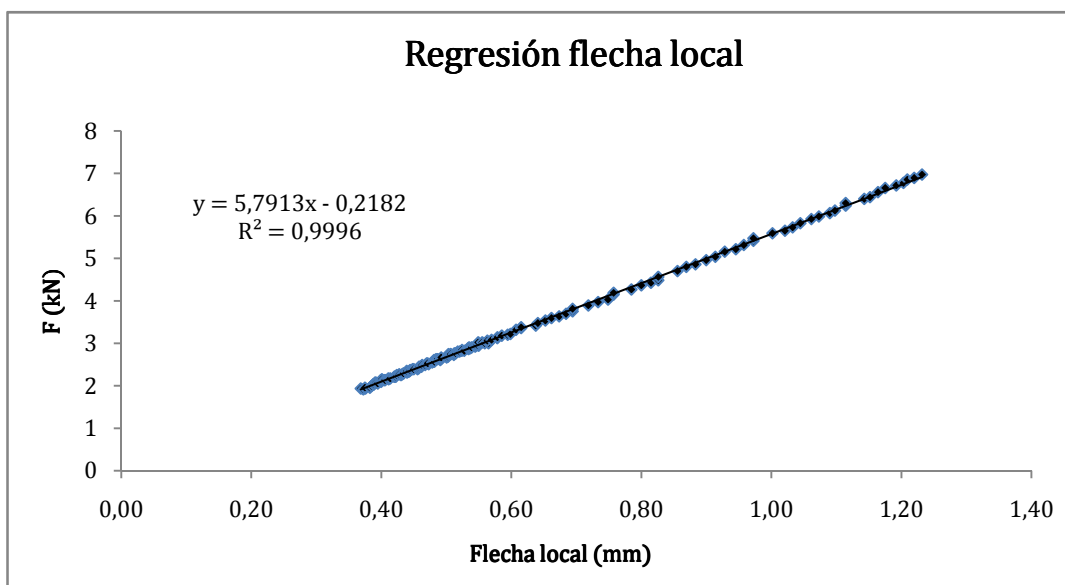
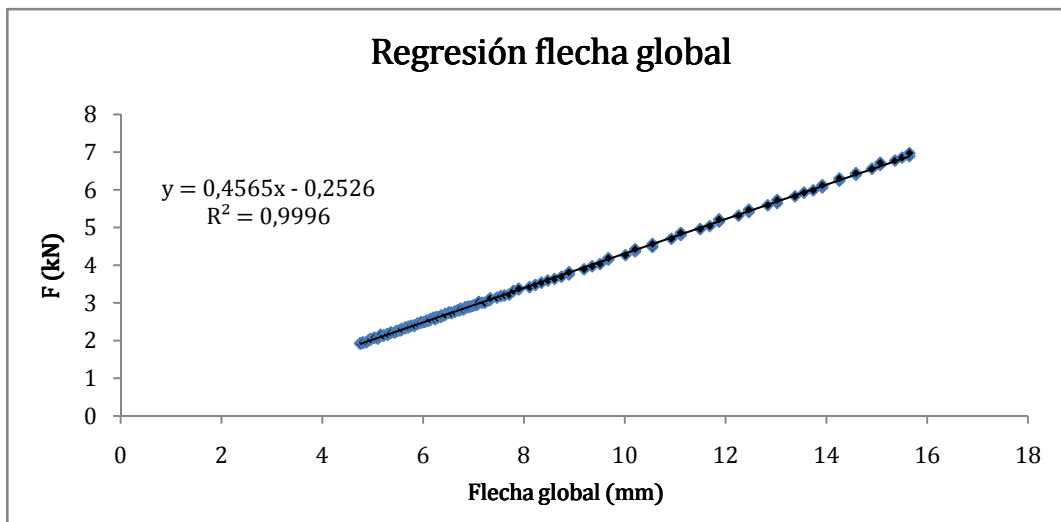
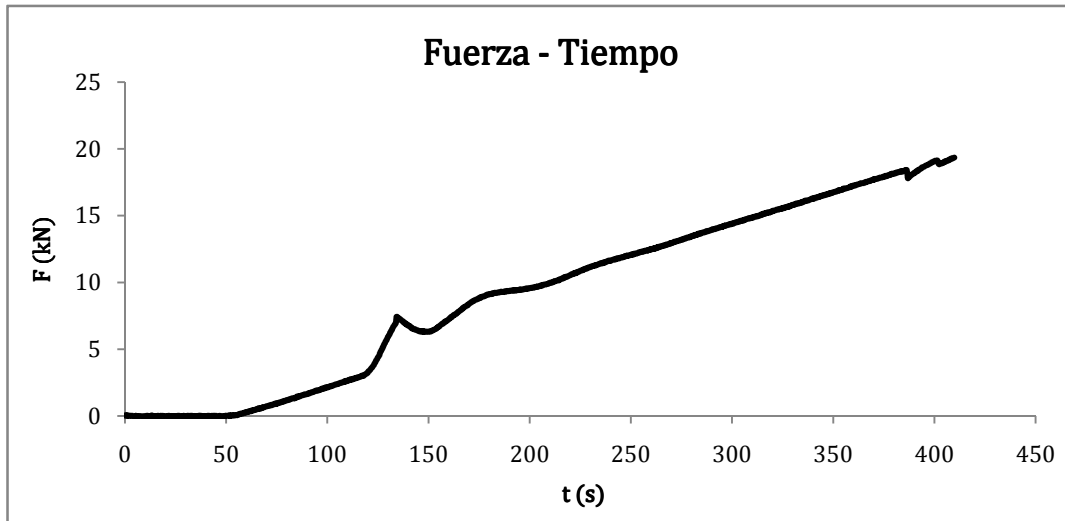


Tercio Central cara B

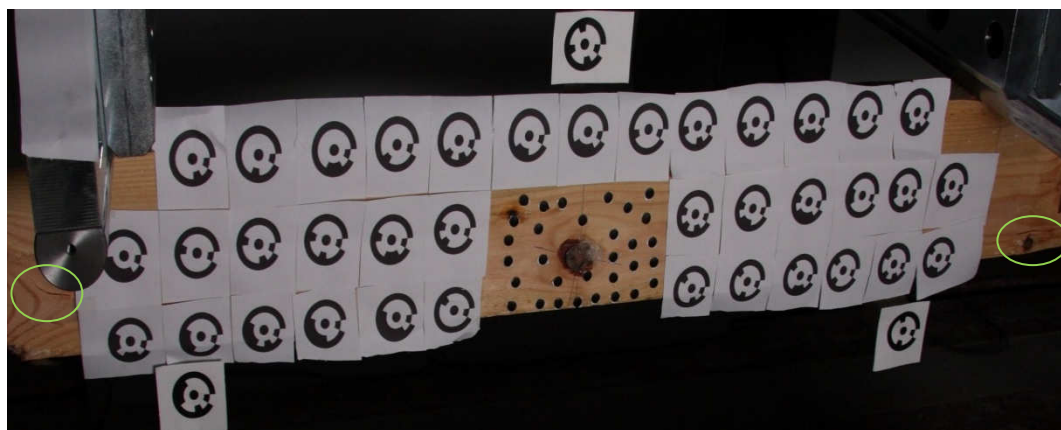


Detalle cara B





Fotograma Número 133



Detalles Fotograma 133: Pequeñas fisuras casi seguro por agotamiento longitudinal y zona de nudo considerado intacta



Fotograma Número 134



#### Observaciones:

Rotura claramente producida por causas ajenas al nudo considerado en el modelo, y por tanto viga no válida para contrastar la validez del modelo, ya que es imposible conocer con exactitud qué parámetros mecánicos alcanzaría la viga si hubiese roto con rotundidad debido a su influencia.



## Viga 5

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2869
Canto (mm)	151
Ancho (mm)	51,88
Peso Medio (kg)	12,56
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	558,83
Humedad (%)	12,10
Desviación Global en Cantos (°)	≅ 0
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	-104,65
Ynudo1 (mm)	-12,94
Rx1 (mm)	24,25
Ry1 (mm)	29,50
Ataque1 (°)	83
XnudoB1 (mm)	-85,95
YnudoB1 (mm)	-6,46
RxB1 (mm)	16,88
RyB1 (mm)	21,61

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	11,60
Retirada de extensómetros (kN)	6,77
t (s)	252,30
Recorrido (mm)	41,03
Pte. Global (kN/mm)	0,4044
Pte. Local (kN/mm)	6,0981
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	26,47
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	9490,21
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T1 (C18)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	SÍ
Intervalo de fotogramas de la rotura	76-77
Tiempo en rotura por nudo (s)	239
Carga Aplicada (kN)	11,41
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	12962,54
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	11858
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	14229,6
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	806,39
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	762,50

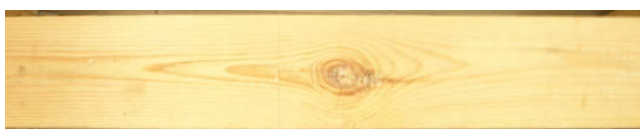
Tercio Central cara A



Detalle cara A

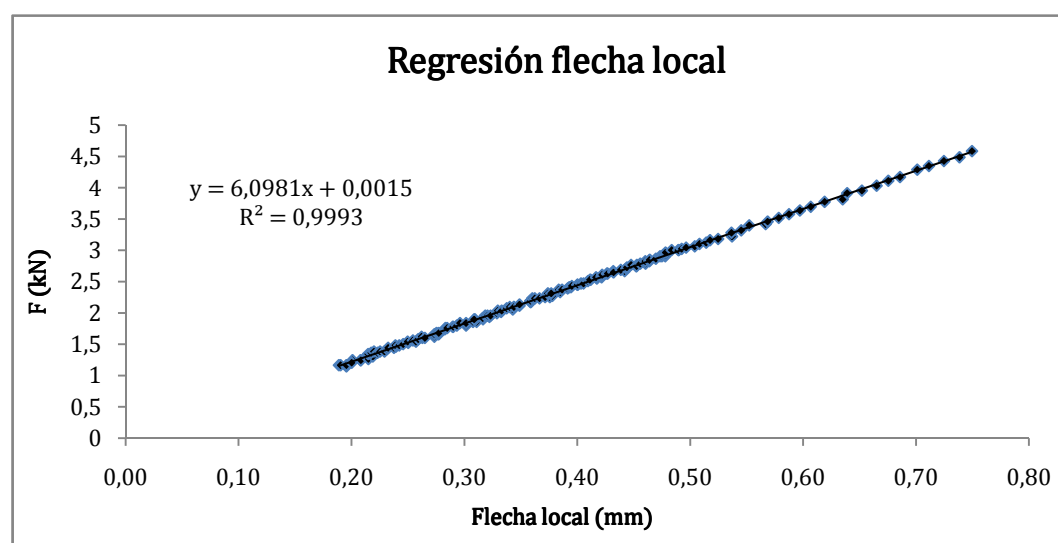
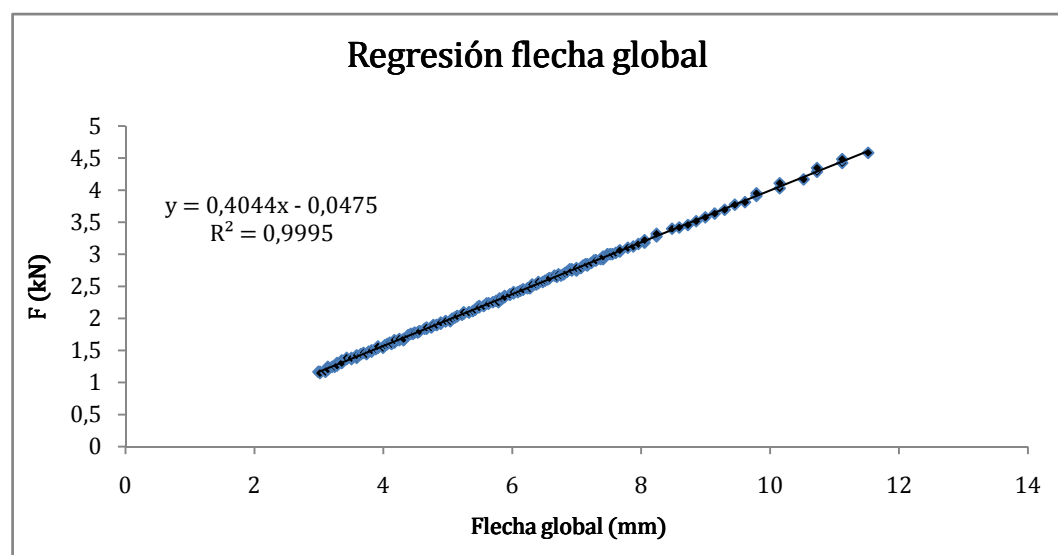
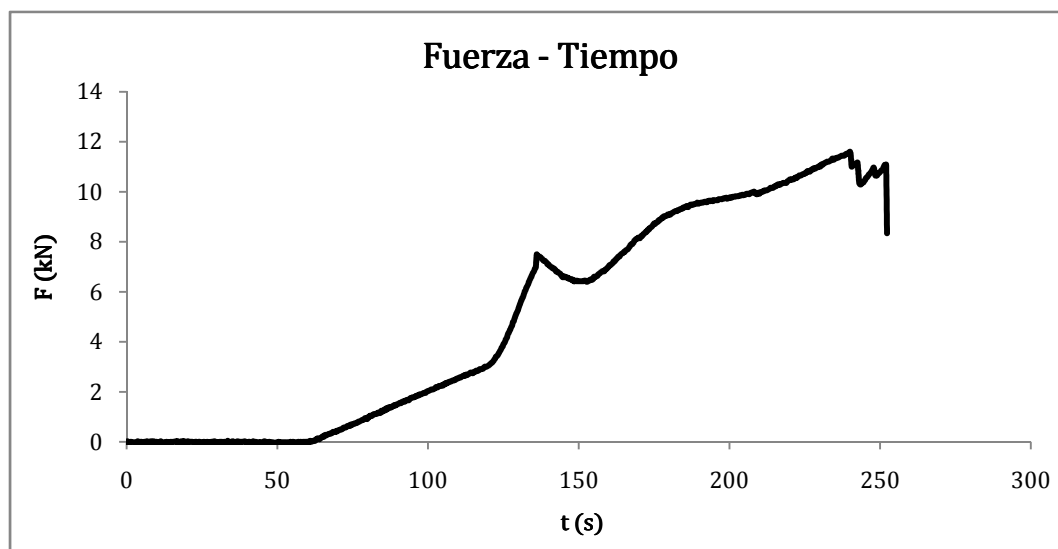


Tercio Central cara B



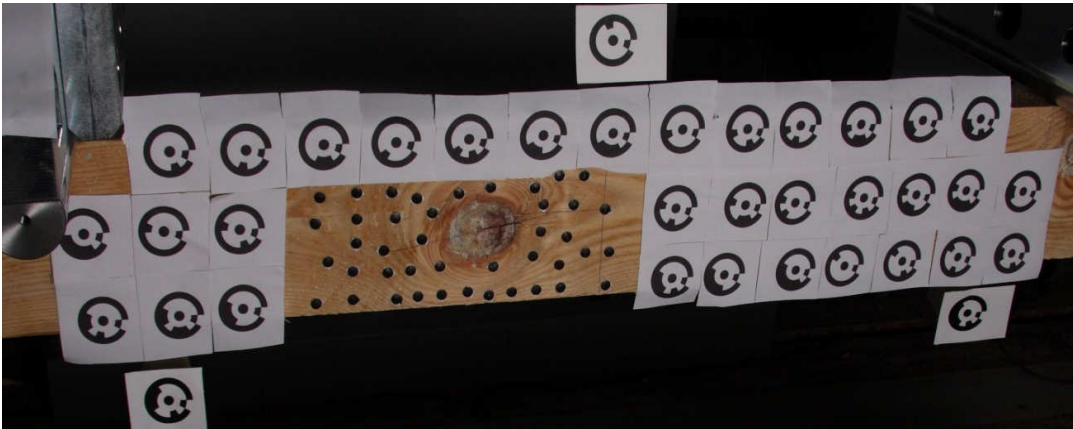
Detalle cara B







Fotograma Número 76



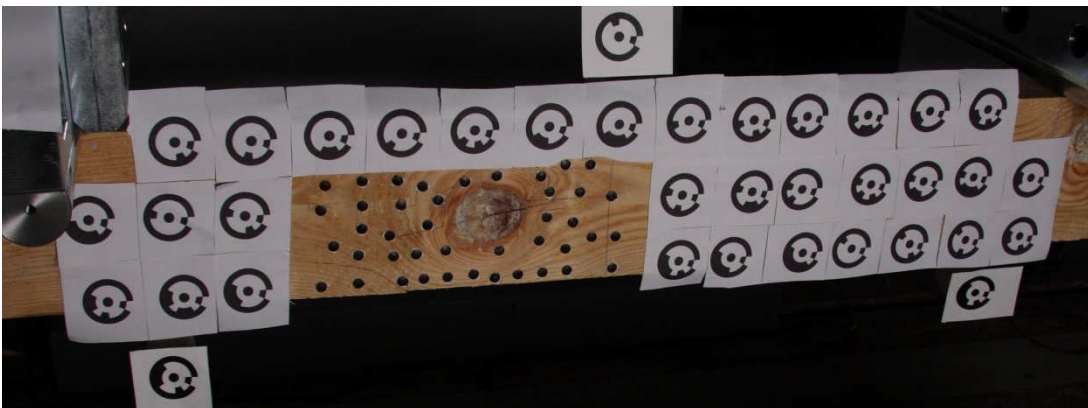
Detalle del Nudo considerado Fotograma 76



Detalle del Nudo considerado Fotograma 77



Fotograma Número 77



Observaciones:

Rotura absolutamente clara por la influencia del nudo considerado, y por tanto viga válida para contrastar la validez del modelo.

## Viga 6

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2909
Canto (mm)	153
Ancho (mm)	52,08
Peso Medio (kg)	11,01
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	474,99
Humedad (%)	13,59
Desviación Global en Cantos (°)	≅ 0
Desviación Global en Grueso (°)	0,5

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	-55,9
Ynudo1 (mm)	-9,38
Rx1 (mm)	16
Ry1 (mm)	27,58
Ataque1 (°)	-68
XnudoB1 (mm)	-103,13
YnudoB1 (mm)	5,14
RxB1 (mm)	4,25
RyB1 (mm)	4,25

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	17,86
Retirada de extensómetros (kN)	6,99
t (s)	376,24
Recorrido (mm)	63,12
Pte. Global (kN/mm)	0,3435
Pte. Local (kN/mm)	3,7418
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	39,56
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	7719,28
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	NO
Intervalo de fotogramas de la rotura	121-122
Tiempo en rotura por nudo (s)	376
Carga Aplicada (kN)	17,86
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	7616,61
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	6967
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	8360,4
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	448,04
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	473,82

Tercio Central cara A



Detalle cara A

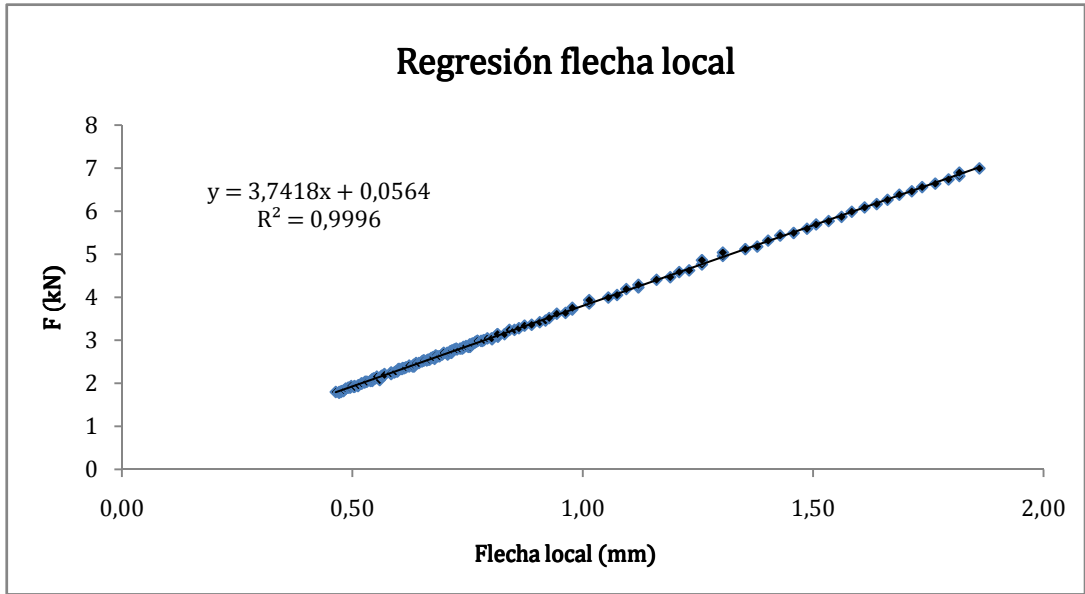
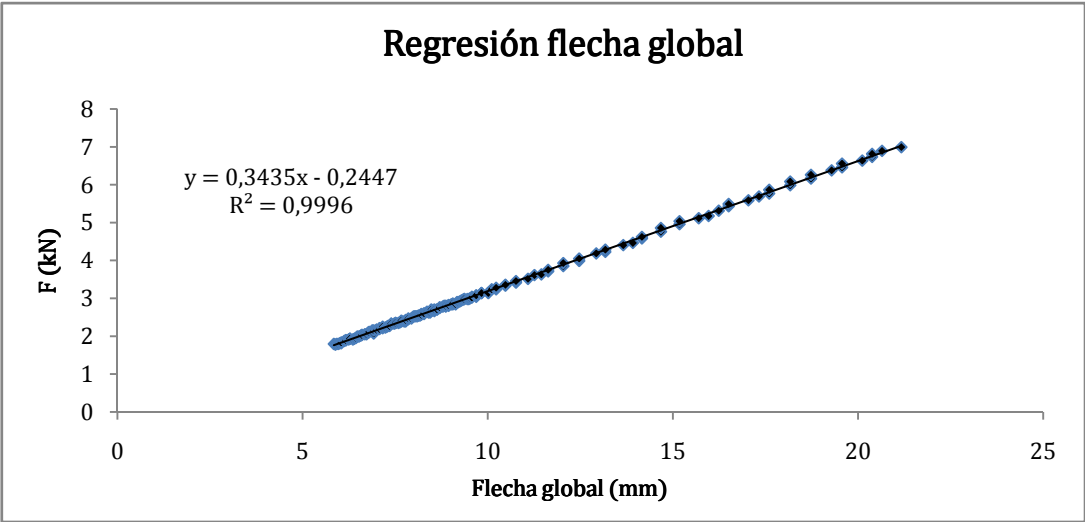
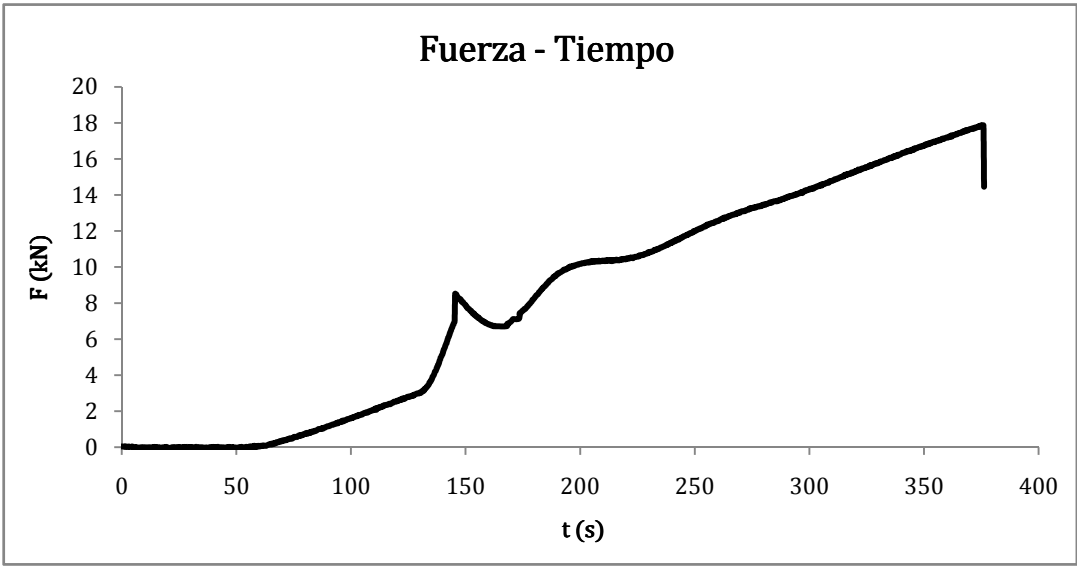


Tercio Central cara B

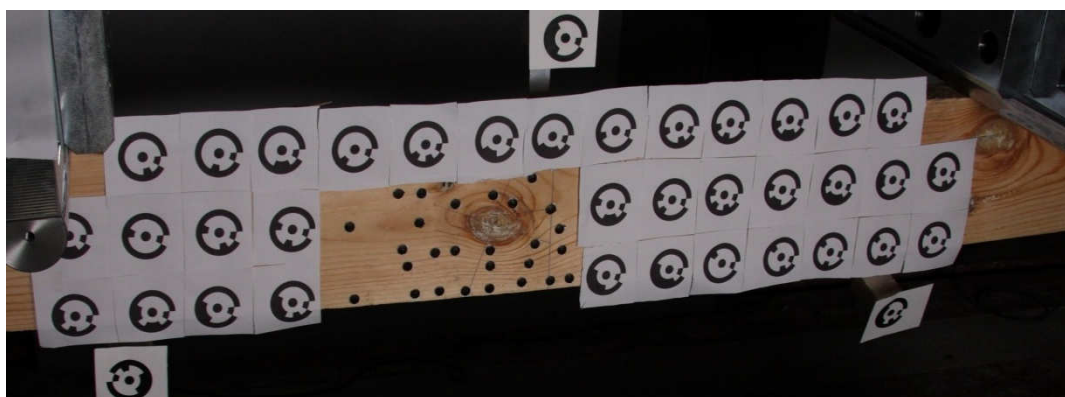


Detalle cara B

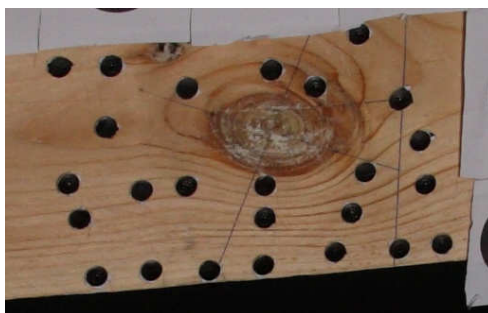




Fotograma Número 121



Detalle del Nudo considerado Fotograma 121 (Intacto)



Fotograma Número 122 (Rotura muy brusca)

Observaciones:

Rotura muy brusca que sugiere un agotamiento por tracción longitudinal, más que una influencia clara de la acción del nudo, por lo que no resulta totalmente claro que éstos sean los parámetros mecánicos a los que llegaría la viga bajo la acción del defecto considerado, por lo que no es una viga adecuada para contrastar el modelo.

## Viga 7

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2930
Canto (mm)	154
Ancho (mm)	52,39
Peso Medio (kg)	11,29
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	477,59
Humedad (%)	13,56
Desviación Global en Cantos (°)	≈ 0
Desviación Global en Grueso (°)	0,5

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	119,20
Ynudo1 (mm)	-41,79
Rx1 (mm)	15,57
Ry1 (mm)	16,64
Ataque1 (°)	55
XnudoB1 (mm)	145,00
YnudoB1 (mm)	-26,20
RxB1 (mm)	3,50
RyB1 (mm)	4,25

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	12,41
Retirada de extensómetros (kN)	6,99
t (s)	260,72
Recorrido (mm)	32,86
Pte. Global (kN/mm)	0,4153
Pte. Local (kN/mm)	4,3979
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	26,96
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	9098,01
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T1 (C18)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	Sí
Intervalo de fotogramas de la rotura	60-61
Tiempo en rotura por nudo (s)	232
Carga Aplicada (kN)	11,31
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	8726,92
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	7983
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	9579,6
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	513,35
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	542,89

Tercio Central cara A



Detalle cara A

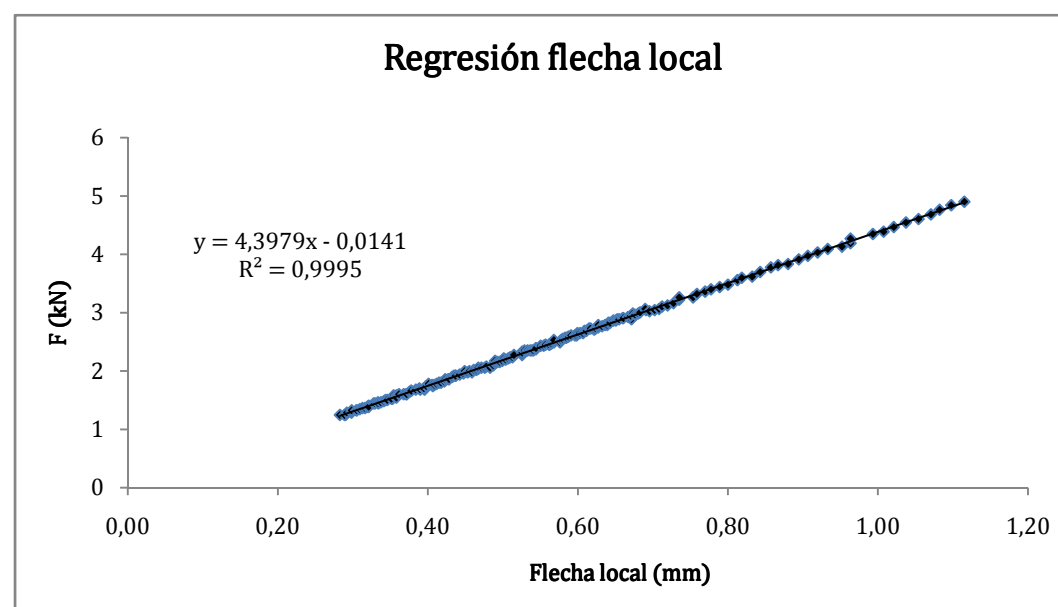
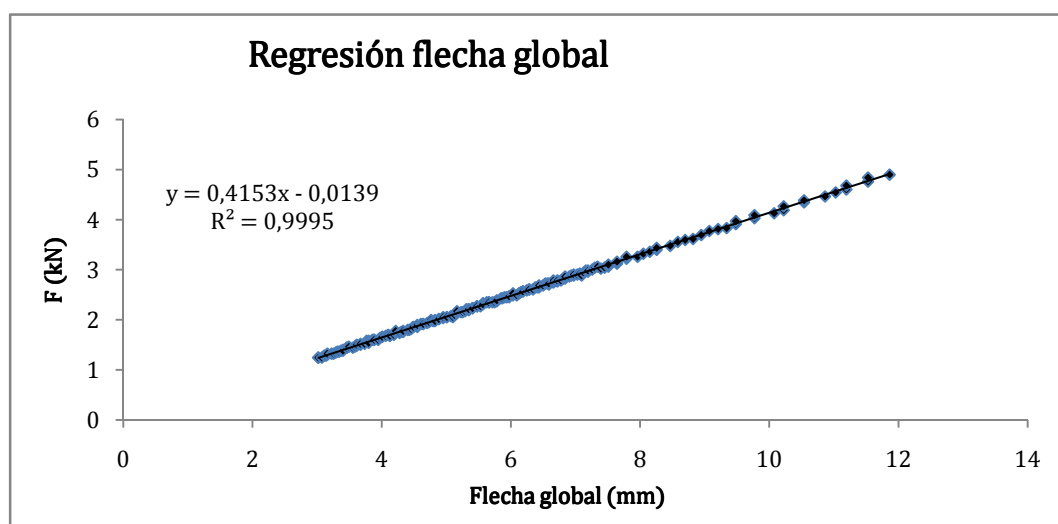
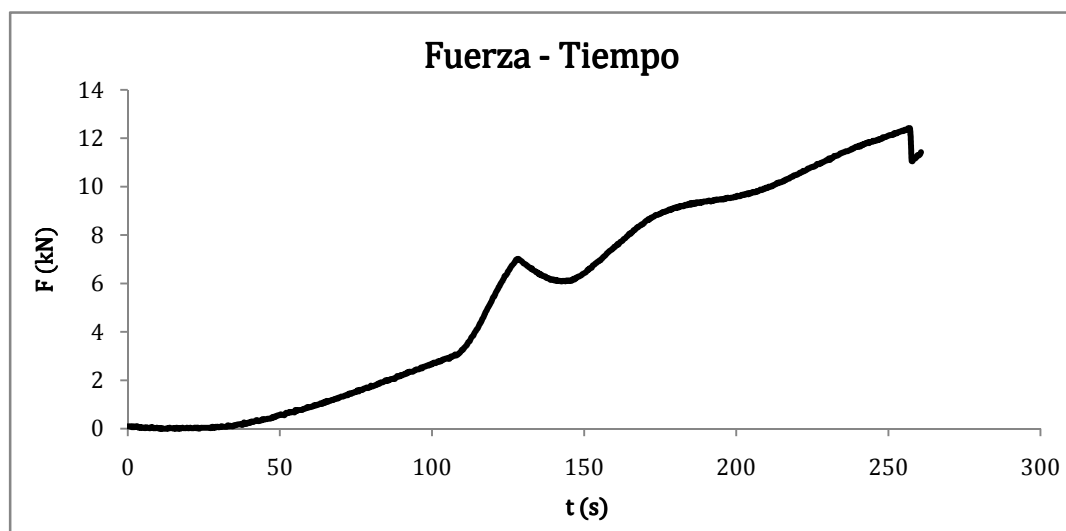


Tercio Central cara B



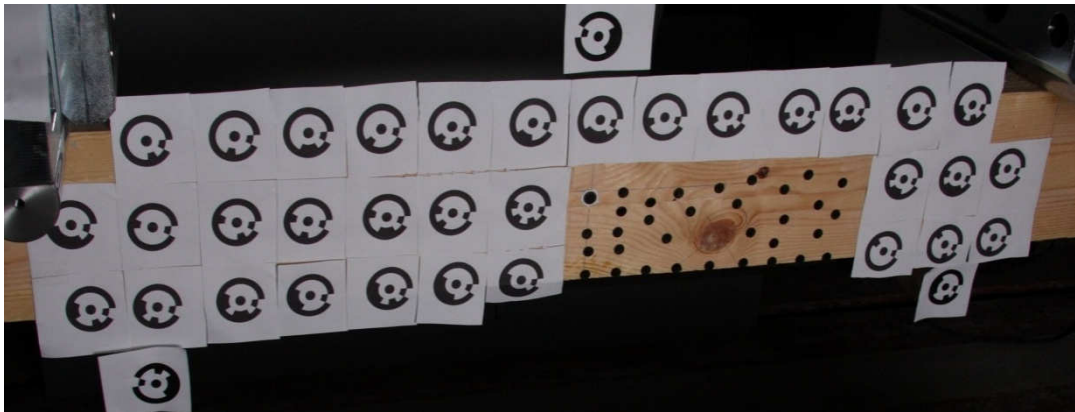
Detalle cara B







Fotograma Número 60



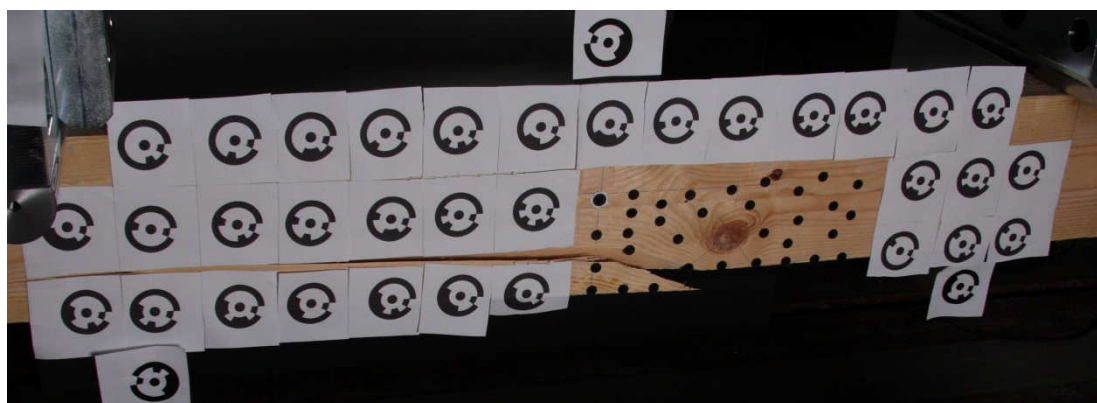
Detalle del Nudo considerado Fotograma 60



Detalle del Nudo considerado Fotograma 61



Fotograma Número 61



Observaciones:

Rotura absolutamente clara por la influencia del nudo considerado, y por tanto viga válida para contrastar la validez del modelo.

## Viga 8

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2880
Canto (mm)	152
Ancho (mm)	51,33
Peso Medio (kg)	11,97
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	532,71
Humedad (%)	13,85
Desviación Global en Cantos (°)	-1
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	125,26
Ynudo1 (mm)	-33,17
Rx1 (mm)	13,04
Ry1 (mm)	15,37
Ataque1 (°)	52
XnudoB1 (mm)	96
YnudoB1 (mm)	-44,08
RxB1 (mm)	5,73
RyB1 (mm)	7,17

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	13,93
Retirada de extensómetros (kN)	7,03
t (s)	290,55
Recorrido (mm)	37,30
Pte. Global (kN/mm)	0,4194
Pte. Local (kN/mm)	4,7717
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	31,71
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	9752,63
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	NO
Intervalo de fotogramas de la rotura	69-70
Tiempo en rotura por nudo (s)	291
Carga Aplicada (kN)	13,93
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	10050,73
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	9194
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	11032,8
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	591,22
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	625,24

Tercio Central cara A



Detalle cara A



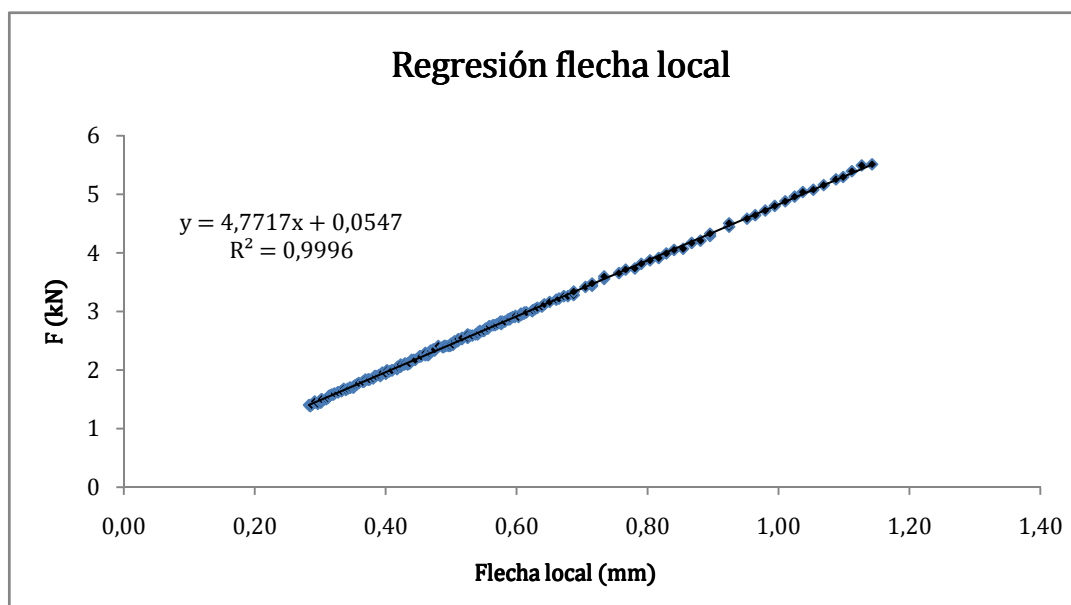
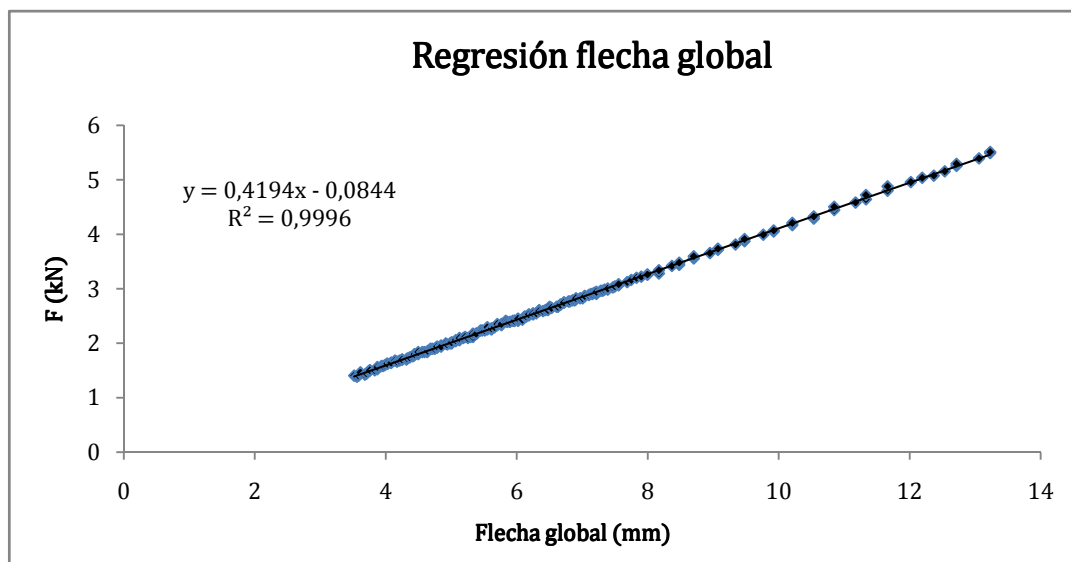
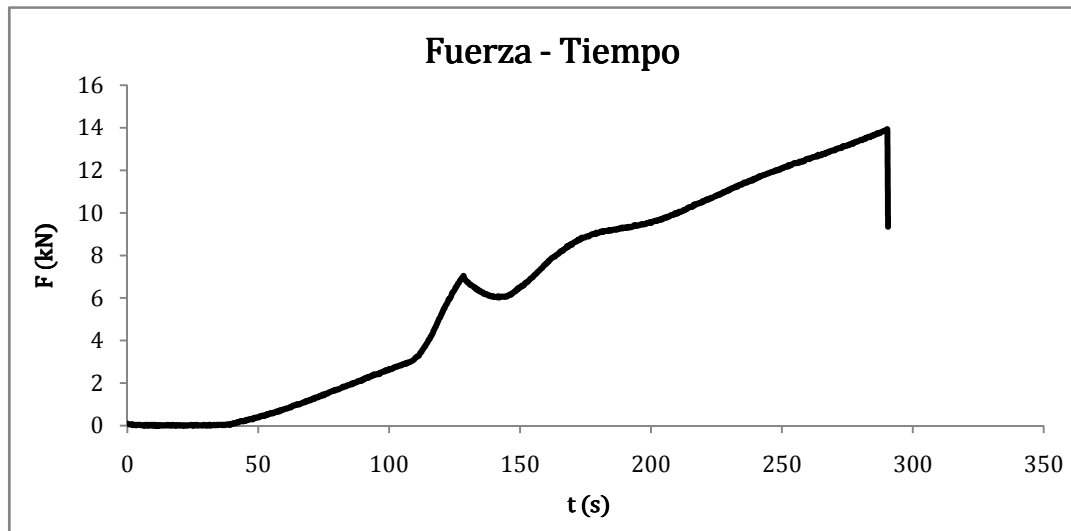
Tercio Central cara B



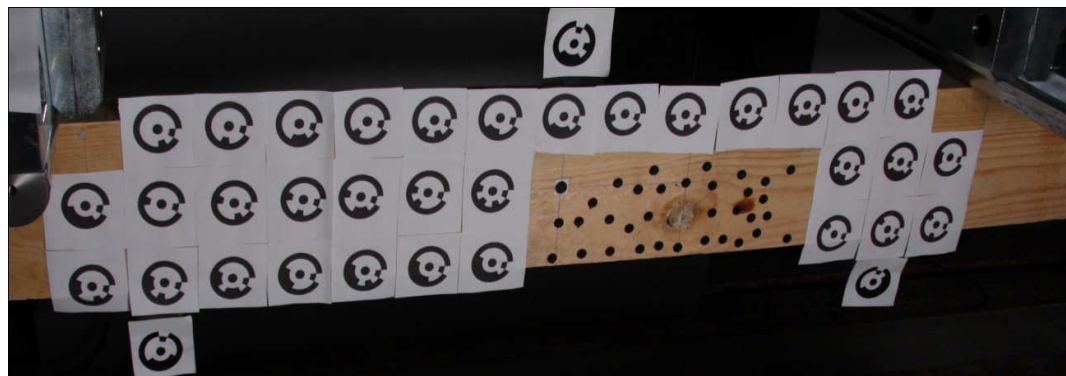
Detalle cara B







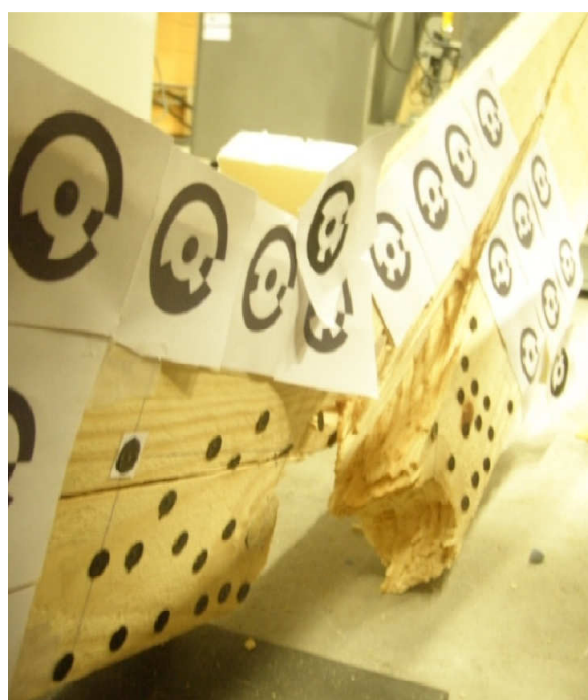
Fotograma Número 69



Detalle del Nudo considerado Fotograma 69 (Intacta)



Fotografía recogida con cámara compacta tras el ensayo (con las 3 cámaras réflex no se apreció nada)

Observaciones:

Rotura extremadamente brusca que sugiere un agotamiento longitudinal más que una influencia efectiva del nudo. Por otra parte la presencia de todo tipo de defectos en la zona próxima al nudo no invita a pensar ni mucho menos, que los parámetros mecánicos alcanzados sean los que realmente provocaría la presencia el nudo considerado, por tanto viga no apta para la validación.

## Viga 9

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2910
Canto (mm)	153
Ancho (mm)	50,99
Peso Medio (kg)	11,09
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	488,50
Humedad (%)	13,38
Desviación Global en Cantos (°)	≅ 0
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	91,96
Ynudo1 (mm)	-28,58
Rx1 (mm)	16,93
Ry1 (mm)	24,57
Ataque1 (°)	54
XnudoB1 (mm)	146,6
YnudoB1 (mm)	0
RxB1 (mm)	8,52
RyB1 (mm)	13,25

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	14,82
Retirada de extensómetros (kN)	6,97
t (s)	315,95
Recorrido (mm)	49,82
Pte. Global (kN/mm)	0,3816
Pte. Local (kN/mm)	4,4925
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	33,52
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	8758,80
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	SÍ
Intervalo de fotogramas de la rotura	56-57
Tiempo en rotura por nudo (s)	282
Carga Aplicada (kN)	13,53
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	9340,18
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	8544
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	10252,8
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	549,42
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	581,04

Tercio Central cara A



Detalle cara A

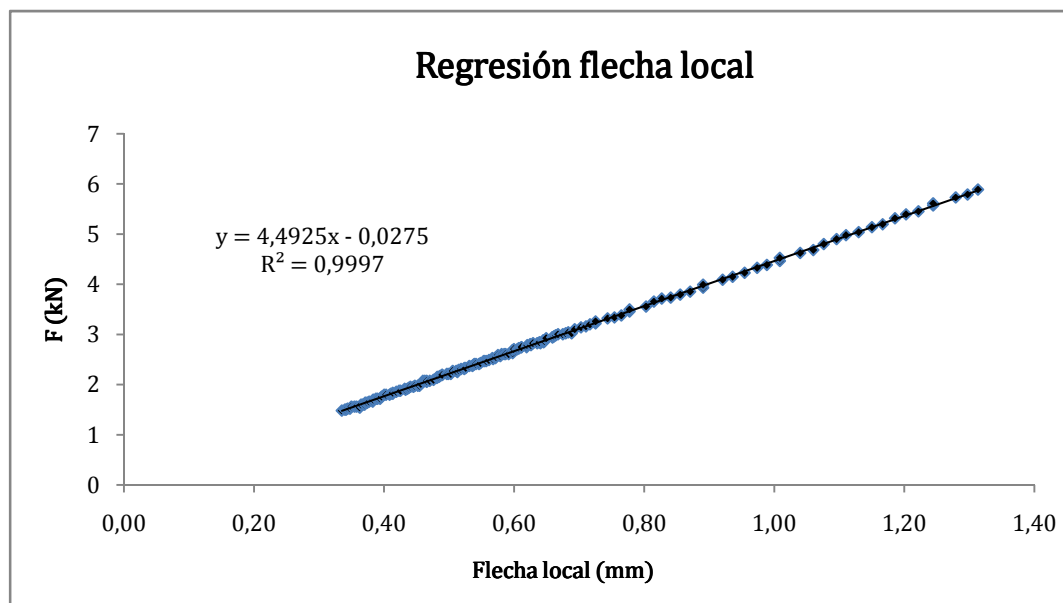
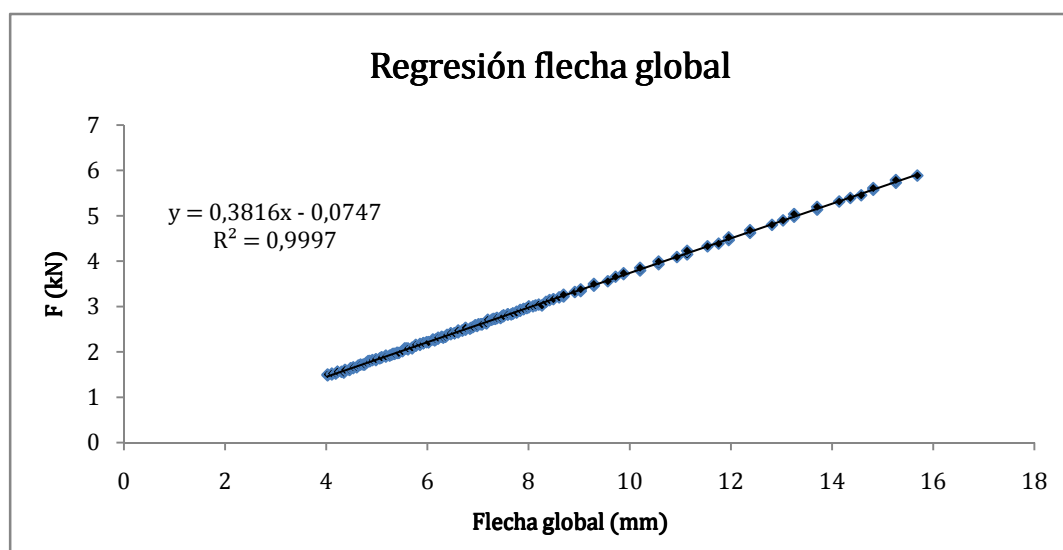
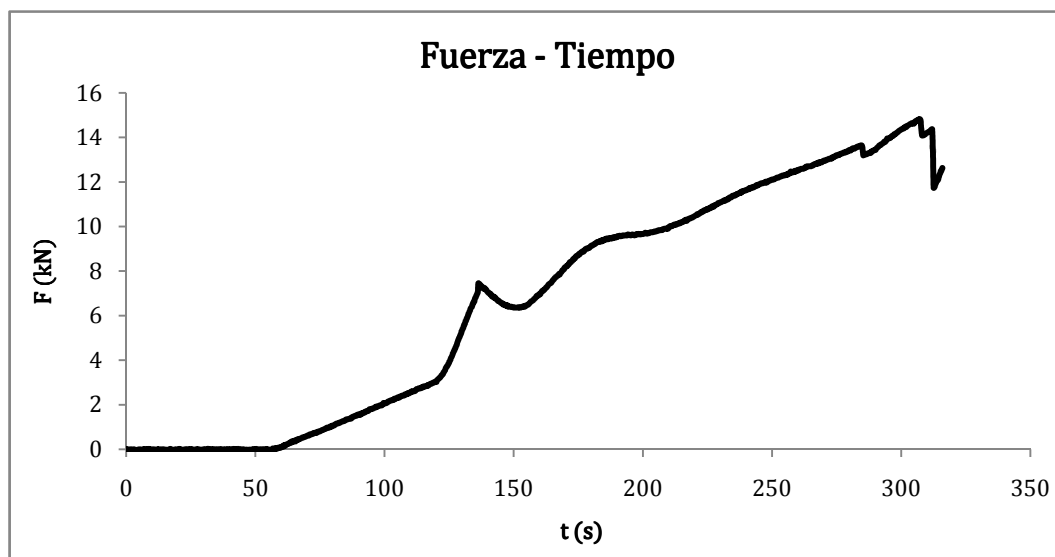


Tercio Central cara B

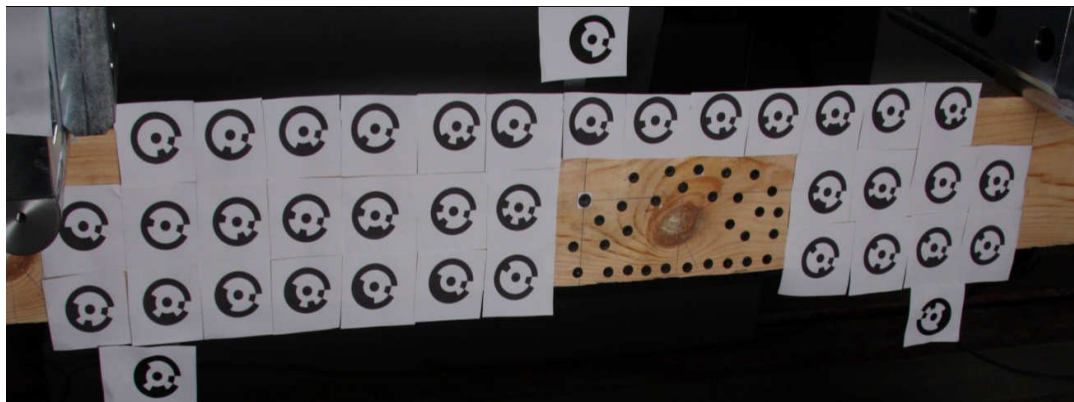


Detalle cara B





Fotograma Número 56



Detalle del Nudo considerado Fotograma 56  
57



Detalle del Nudo considerado Fotograma 57



Fotograma Número 57



Observaciones:

Rotura absolutamente clara por la influencia del nudo considerado, y por tanto viga válida para contrastar la validez del modelo.

## Viga 10

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2890
Canto (mm)	152
Ancho (mm)	51,41
Peso Medio (kg)	10,90
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	482,66
Humedad (%)	13,56
Desviación Global en Cantos (°)	-0,5
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	162
Ynudo1 (mm)	-37,8
Rx1 (mm)	19,4
Ry1 (mm)	29,52
Ataque1 (°)	63,5
XnudoB1 (mm)	200,5
YnudoB1 (mm)	-12,3
RxB1 (mm)	7,37
RyB1 (mm)	11,17

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	15,29
Retirada de extensómetros (kN)	7,05
t (s)	331,83
Recorrido (mm)	62,82
Pte. Global (kN/mm)	0,3967
Pte. Local (kN/mm)	4,6716
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	34,76
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	9210,42
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	SÍ
Intervalo de fotogramas de la rotura	51-52
Tiempo en rotura por nudo (s)	258
Carga Aplicada (kN)	12,58
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	9824,57
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	8987
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	10784,4
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	577,92
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	611,17

Tercio Central cara A



Detalle cara A

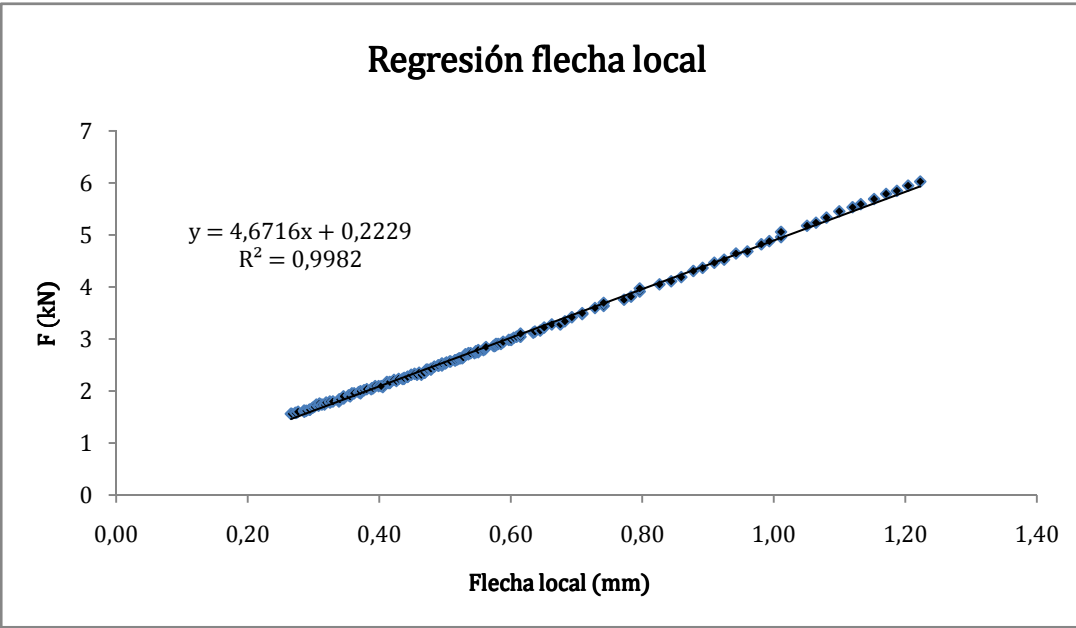
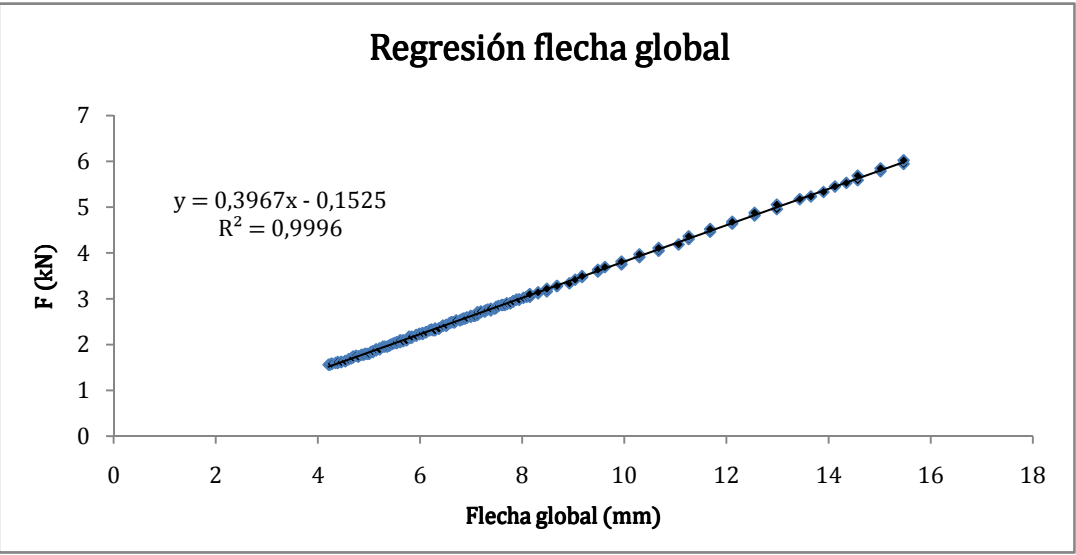
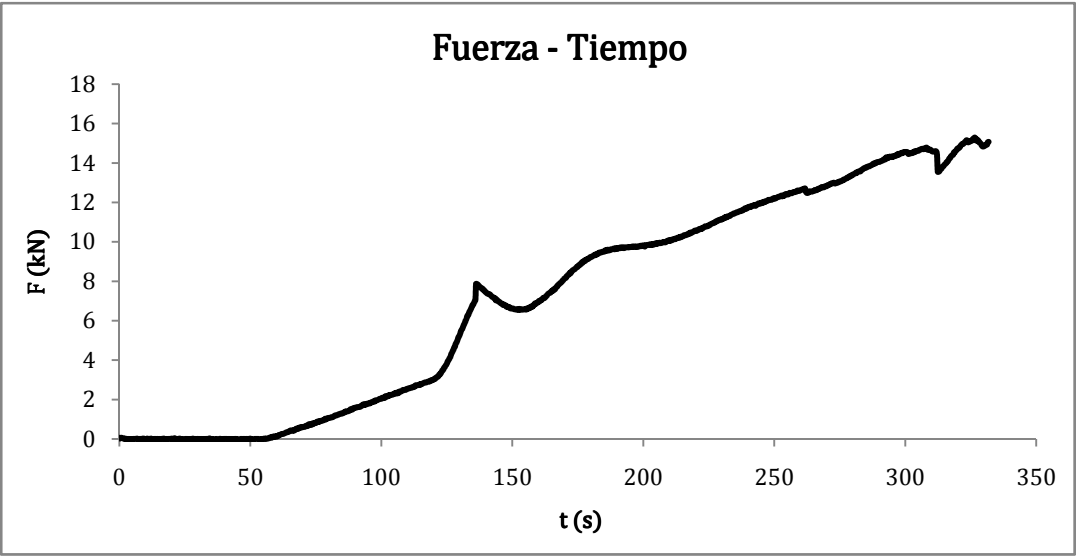


Tercio Central cara B



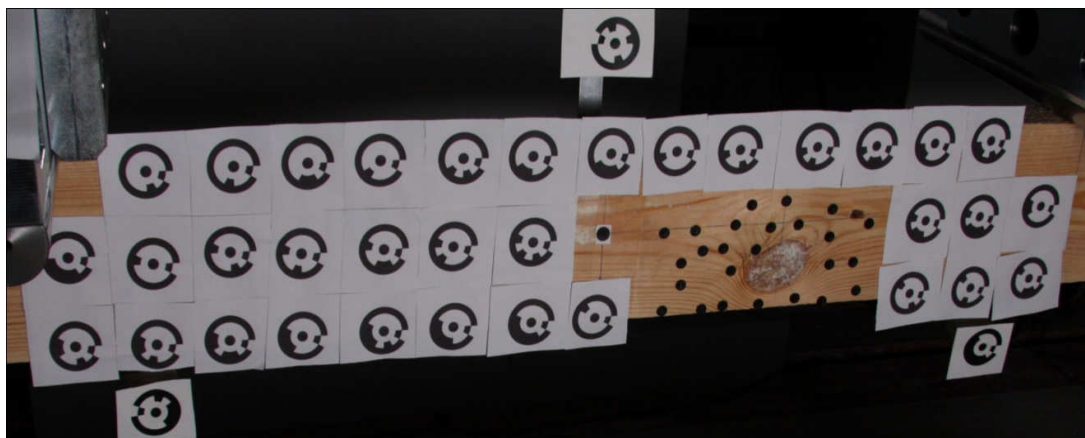
Detalle cara B







Fotograma Número 51



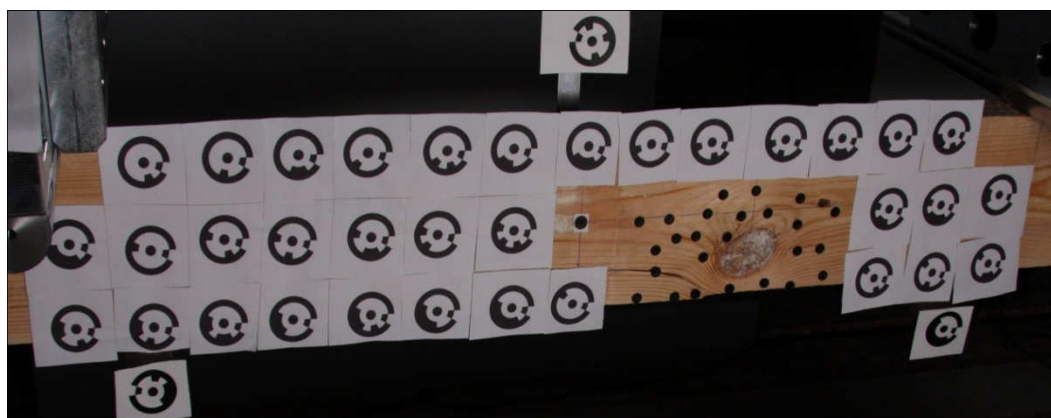
Detalle del Nudo considerado Fotograma 51



Detalle del Nudo considerado Fotograma 52



Fotograma Número 52



Observaciones:

Rotura absolutamente clara por la influencia del nudo considerado, y por tanto viga válida para contrastar la validez del modelo.



## Viga 11

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2895
Canto (mm)	152
Ancho (mm)	52,45
Peso Medio (kg)	10,86
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	470,54
Humedad (%)	14,44
Desviación Global en Cantos (°)	≅ 0
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	-129,45
Ynudo1 (mm)	-31,61
Rx1 (mm)	15,37
Ry1 (mm)	19,78
Ataque1 (°)	-52
XnudoB1 (mm)	-184
YnudoB1 (mm)	-9,7
RxB1 (mm)	11,55
RyB1 (mm)	17,95

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	15,96
Retirada de extensómetros (kN)	6,99
t (s)	331,89
Recorrido (mm)	50,18
Pte. Global (kN/mm)	0,3904
Pte. Local (kN/mm)	4,8472
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	35,57
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	8884,42
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	NO
Intervalo de fotogramas de la rotura	66-67
Tiempo en rotura por nudo (s)	311
Carga Aplicada (kN)	15,02
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	9991,74
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	9140
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	10968
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	587,75
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	621,57

Tercio Central cara A



Detalle cara A

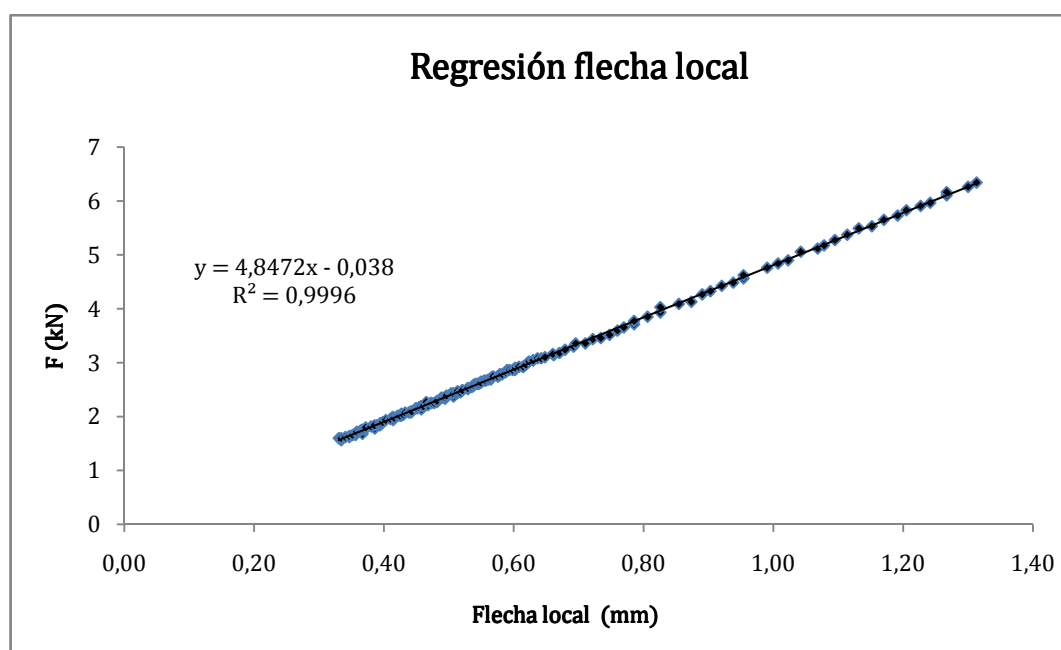
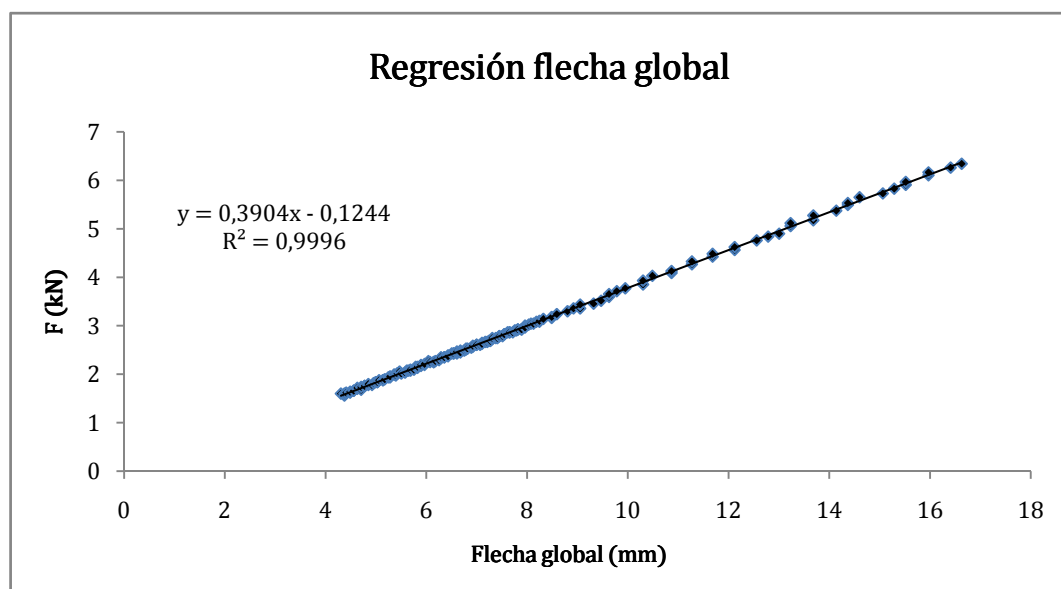
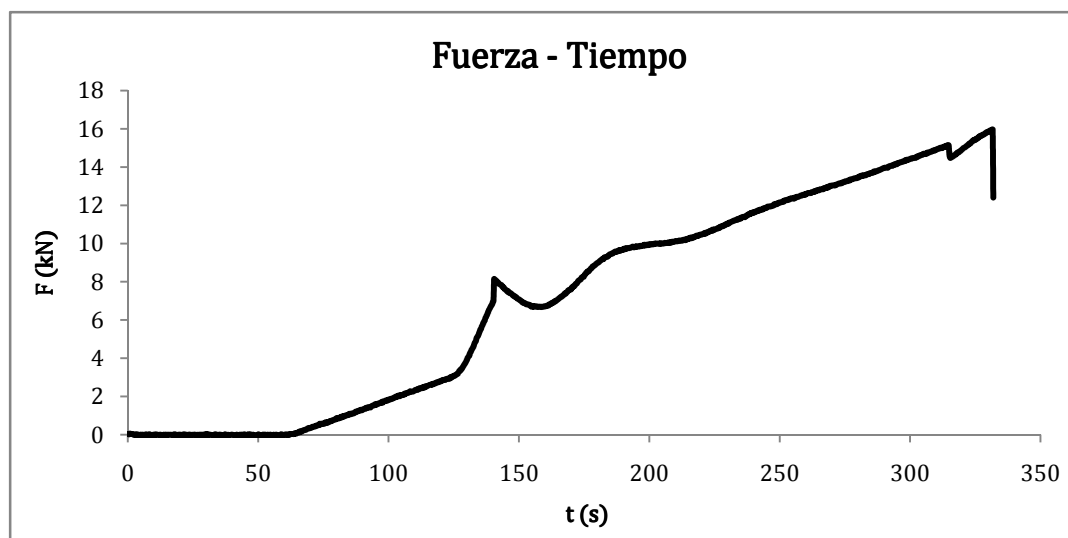


Tercio Central cara B

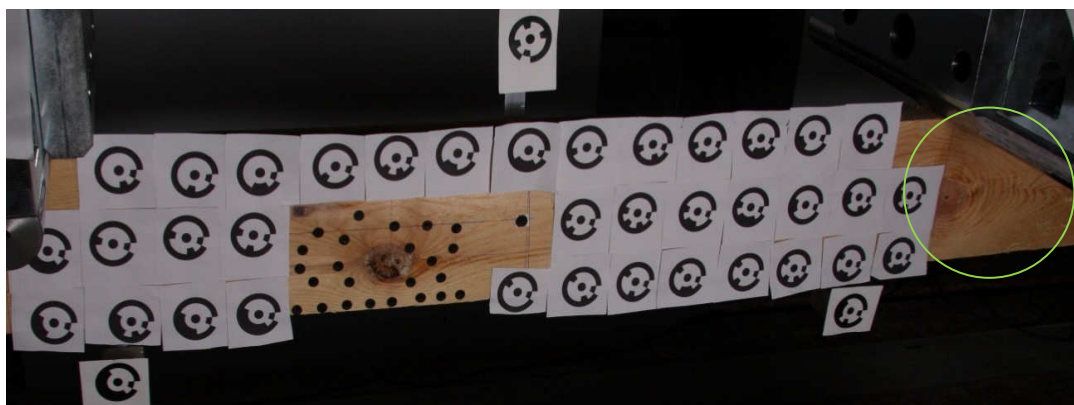


Detalle cara B





### Fotograma Número 66



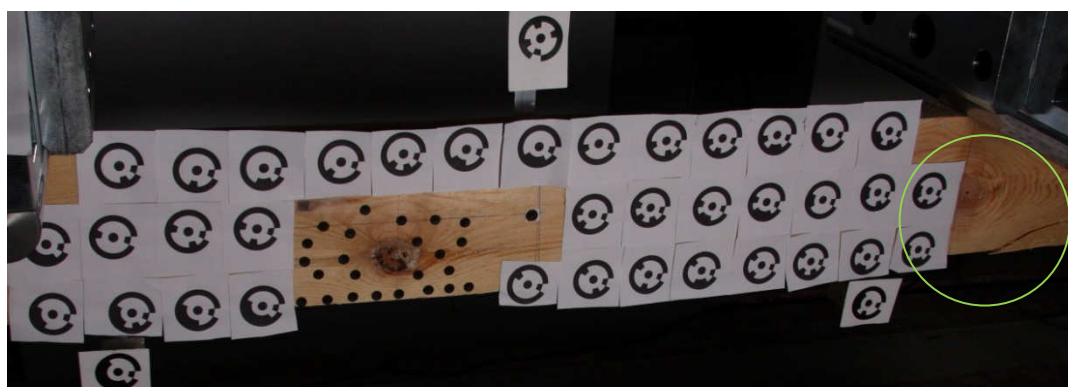
Detalle del Nudo Fotograma 66 y sección fuera del tercio central



Detalle del Nudo Fotograma 67 y sección fuera del tercio central



### Fotograma Número 67



#### Observaciones:

En este caso la rotura sí se produjo claramente por una serie de defectos que se encontraban fuera del tercio central, pero desafortunadamente pese a que sí sería en principio una viga adecuada para la validación, esta zona carece de preparación fotogramétrica por lo que no podrá ser utilizada en el proceso de validación.

## Viga 12

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2907
Canto (mm)	153
Ancho (mm)	52,57
Peso Medio (kg)	11,77
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	503,39
Humedad (%)	13,37
Desviación Global en Cantos (°)	-0.6
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	-67,00
Ynudo1 (mm)	-12,16
Rx1 (mm)	23,55
Ry1 (mm)	35,31
Ataque1 (°)	-58
XnudoB1 (mm)	-127,71
YnudoB1 (mm)	8,3
RxB1 (mm)	9
RyB1 (mm)	13,67

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	14,38
Retirada de extensómetros (kN)	6,95
t (s)	299,06
Recorrido (mm)	41,09
Pte. Global (kN/mm)	0,3673
Pte. Local (kN/mm)	4,0765
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	31,56
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	8177,19
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T1 (C18)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	SÍ
Intervalo de fotogramas de la rotura	69-70
Tiempo en rotura por nudo (s)	295
Carga Aplicada (kN)	14,25
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	8220,56
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	7520
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	9024
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	483,56
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	511,39

Tercio Central cara A



Detalle cara A

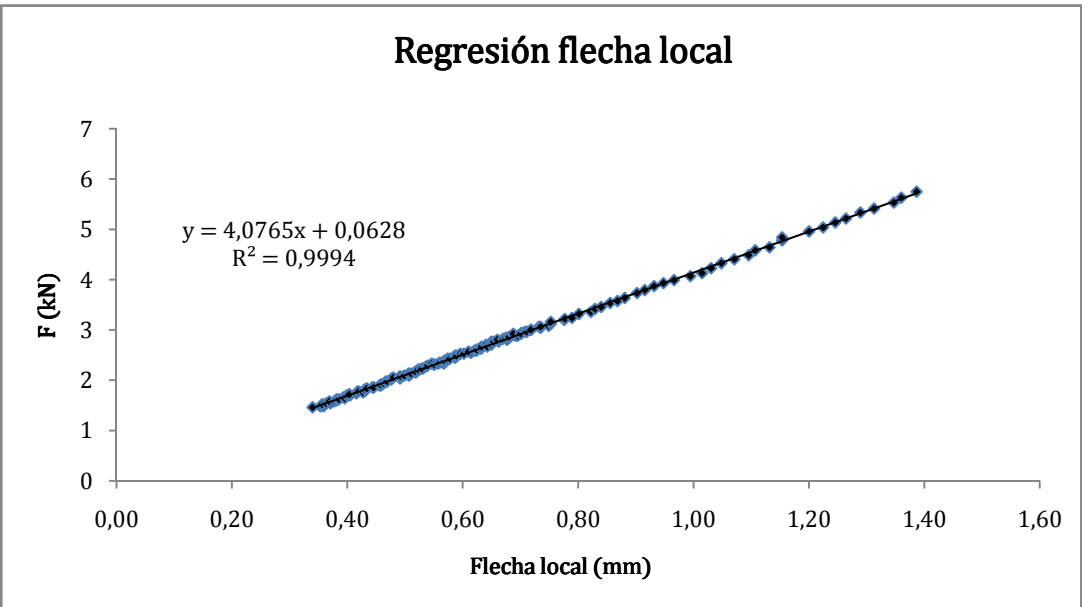
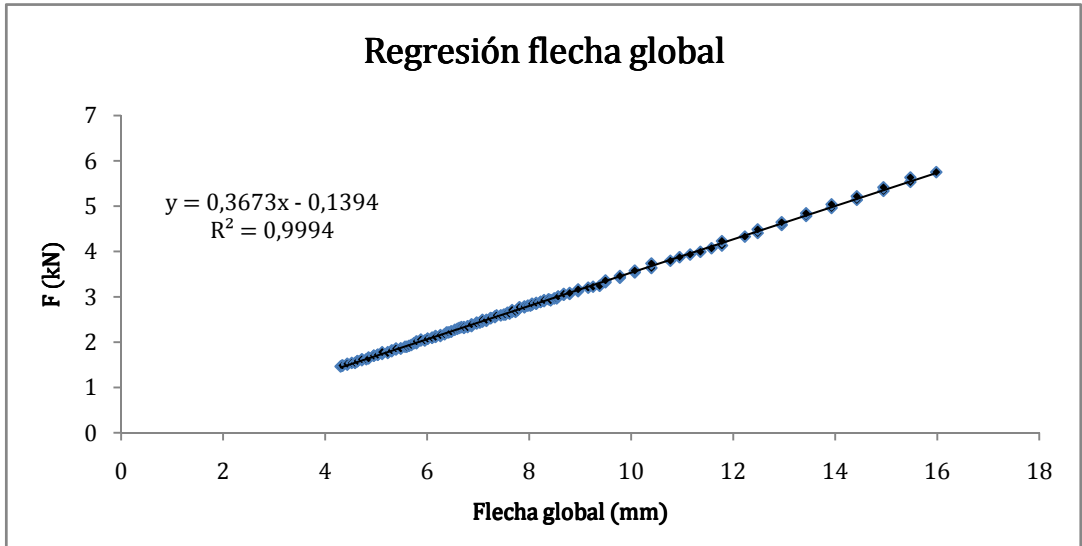
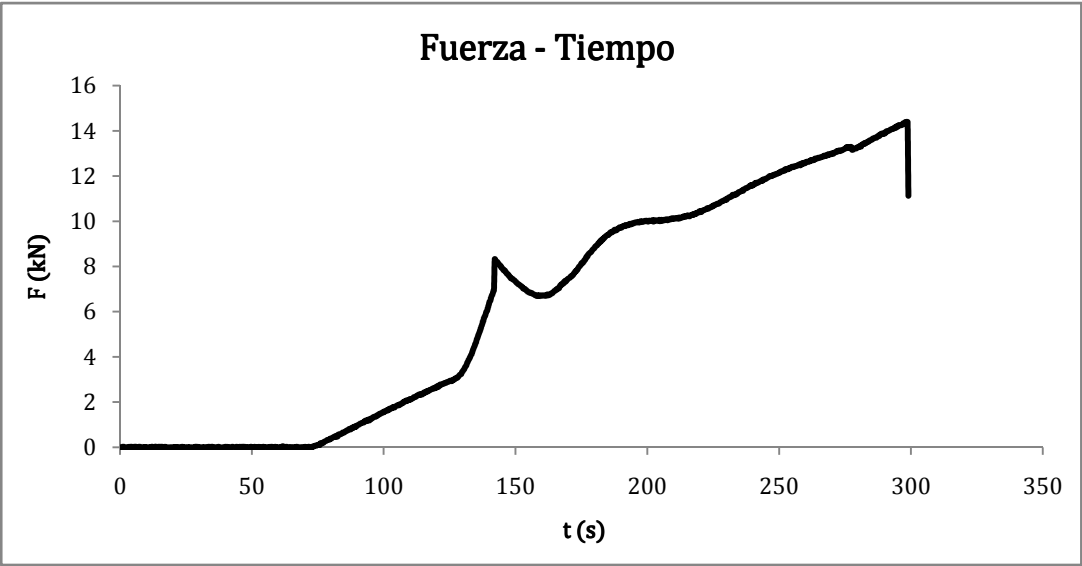


Tercio Central cara B

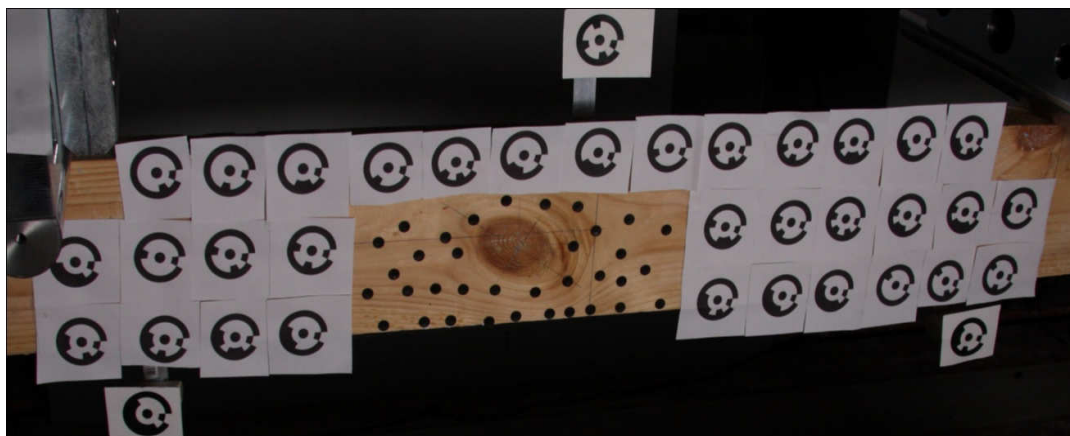


Detalle cara B

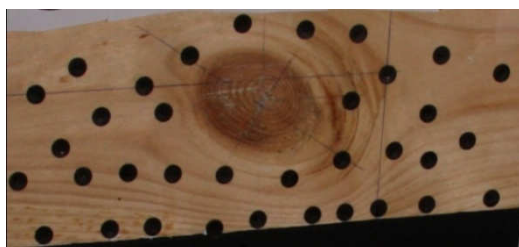




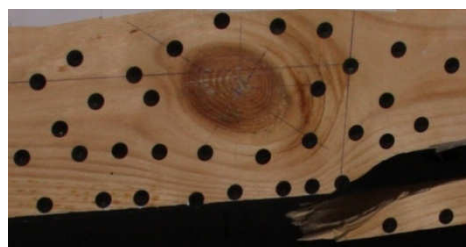
Fotograma Número 69



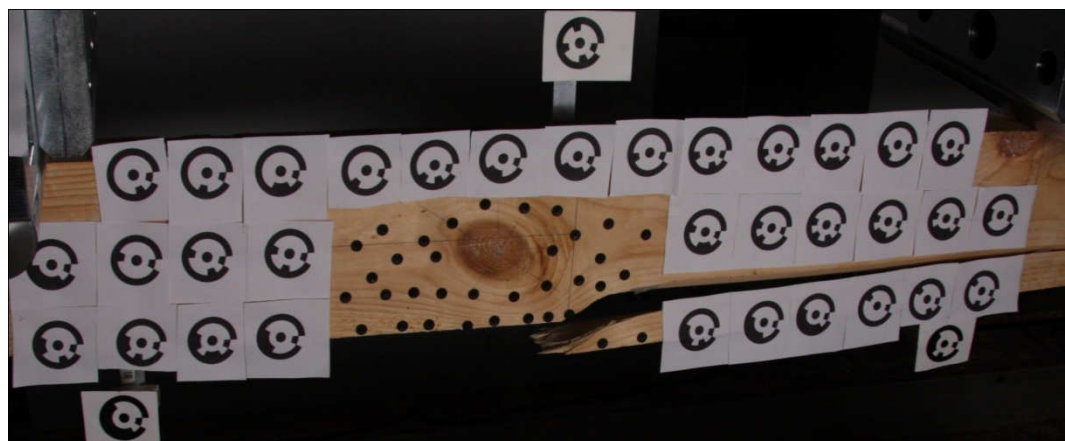
Detalle del Nudo considerado Fotograma 69



Detalle del Nudo considerado Fotograma 70



Fotograma Número 70



Observaciones:

Rotura absolutamente clara por la influencia del nudo considerado, y por tanto viga válida para contrastar la validez del modelo.

## Viga 13

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2870
Canto (mm)	151
Ancho (mm)	50,92
Peso Medio (kg)	13,87
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	628,53
Humedad (%)	12,69
Desviación Global en Cantos (°)	4
Desviación Global en Grueso (°)	-2

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	-176,50
Ynudo1 (mm)	-40,78
Rx1 (mm)	16,20
Ry1 (mm)	22,70
Ataque1 (°)	-68
XnudoB1 (mm)	-204,00
YnudoB1 (mm)	-26,96
RxB1 (mm)	15,13
RyB1 (mm)	16,66

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	20,47
Retirada de extensómetros (kN)	7,03
t (s)	431,00
Recorrido (mm)	70,89
Pte. Global (kN/mm)	0,4827
Pte. Local (kN/mm)	6,2967
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	47,60
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	11541,27
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	NO
Intervalo de fotogramas de la rotura	92-93
Tiempo en rotura por nudo (s)	382
Carga Aplicada (kN)	18,31
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	13637,04
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	12475
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	14970
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	802,18
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	848,34

Tercio Central cara A



Detalle cara A



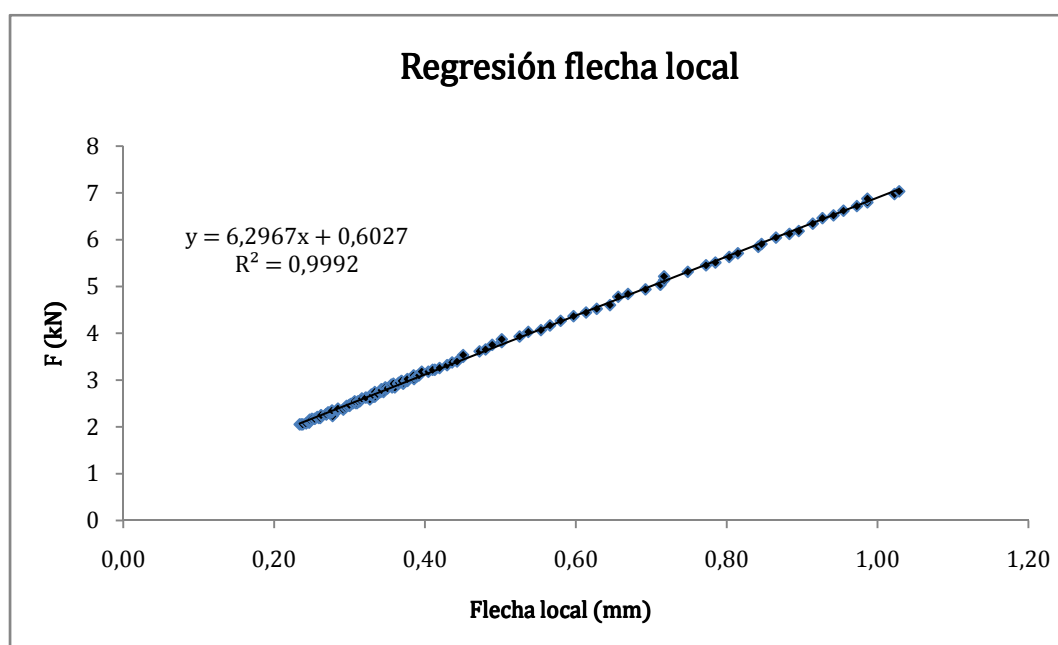
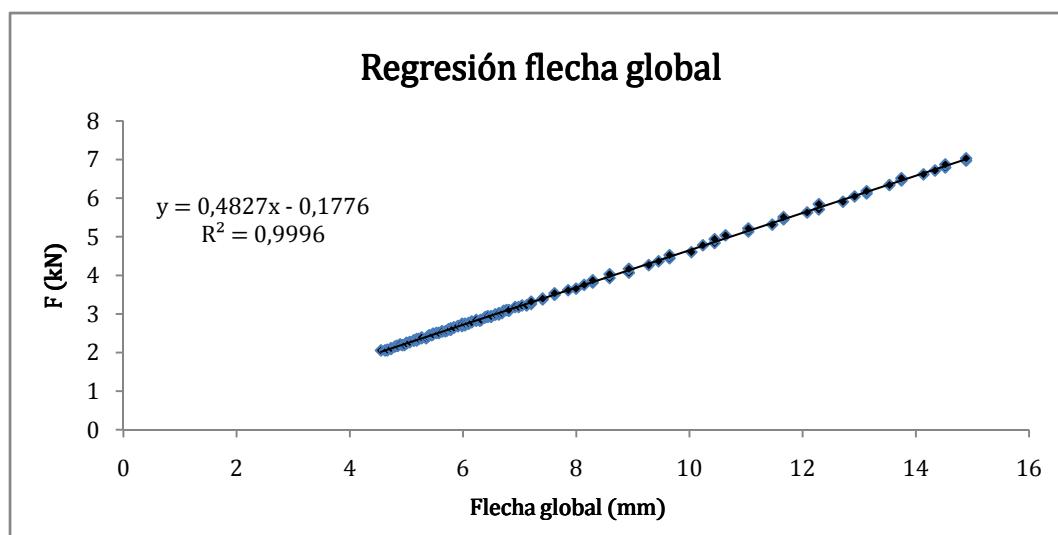
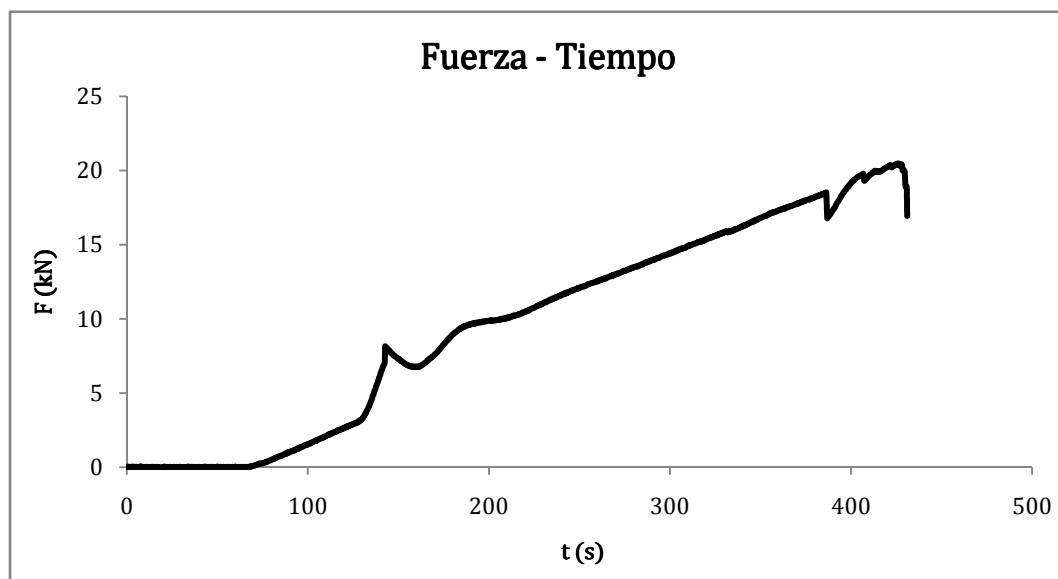
Tercio Central cara B



Detalle cara B

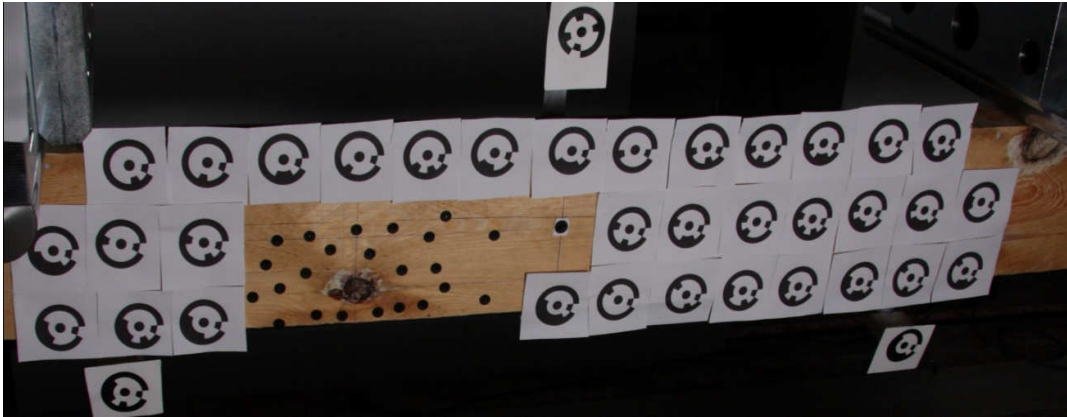








Fotograma Número 92



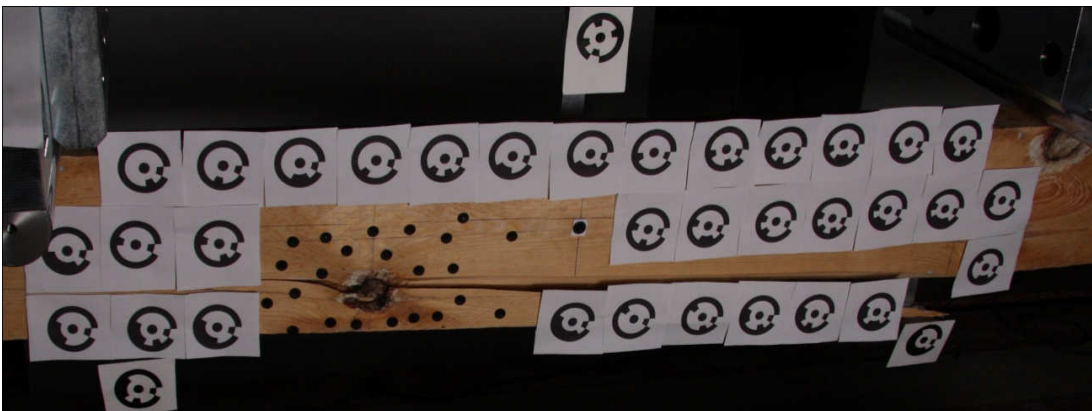
Detalle del Nudo considerado Fotograma 92



Detalle del Nudo considerado Fotograma 93



Fotograma Número 93



Observaciones:

Rotura claramente no producida por el nudo considerado, aunque la misma se propagase posteriormente a través de él, quizás influyó la presencia de algún otro defecto, o quizá simplemente la pieza se agotó en su dirección longitudinal, por tanto viga no apta para la validación.

## Viga 14

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2895
Canto (mm)	152
Ancho (mm)	50,65
Peso Medio (kg)	11,76
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	527,64
Humedad (%)	13,82
Desviación Global en Cantos (°)	≅ 0
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)		
Xnudo1/2 (mm)	-44,92	181
Ynudo1/2 (mm)	-36,96	-44,26
Rx1/2 (mm)	21,12	17,81
Ry1/2 (mm)	26,34	20,37
Ataque 1/2 (°)	-49	-50
XnudoB1/2 (mm)	-64,14	155
YnudoB1/2 (mm)	-22,60	-26,01
RxB1/2 (mm)	15,22	13,46
RyB1/2 (mm)	-44,92	181

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	12,01
Retirada de extensómetros (kN)	6,95
t (s)	227,73
Recorrido (mm)	46,65
Pte. Global (kN/mm)	0,3580
Pte. Local (kN/mm)	4,3703
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	27,18
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	8436,61
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T1 (C18)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	NO
Intervalo de fotogramas de la rotura	65-66
Tiempo en rotura por nudo (s)	200
Carga Aplicada (kN)	10,09
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	9328,83
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	8533
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	10239,6
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	548,76
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	580,33

Tercio Central cara A



Detalle cara A

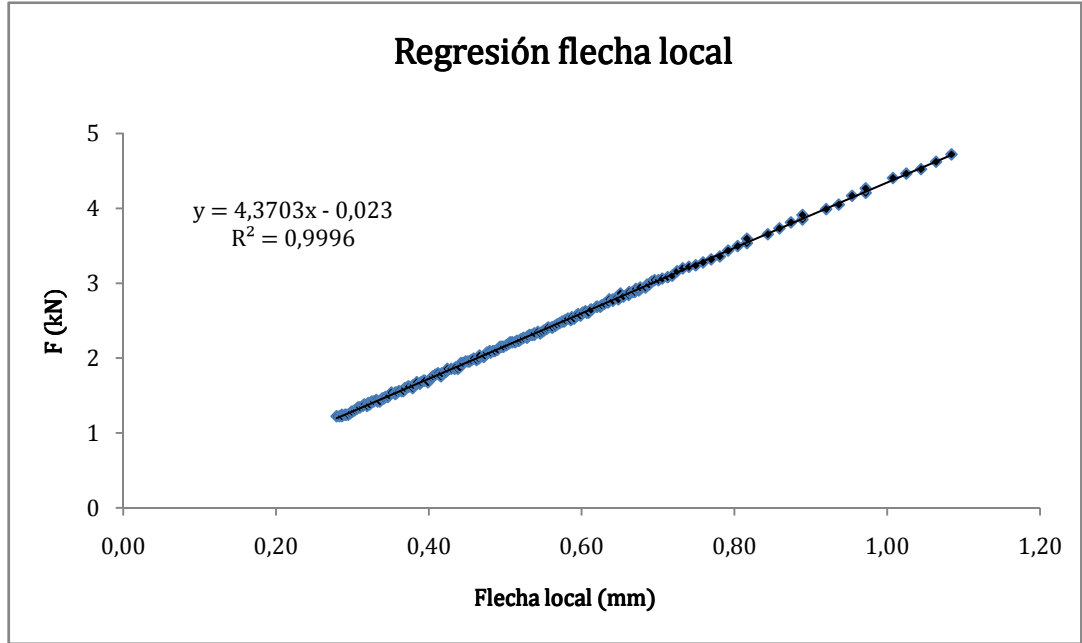
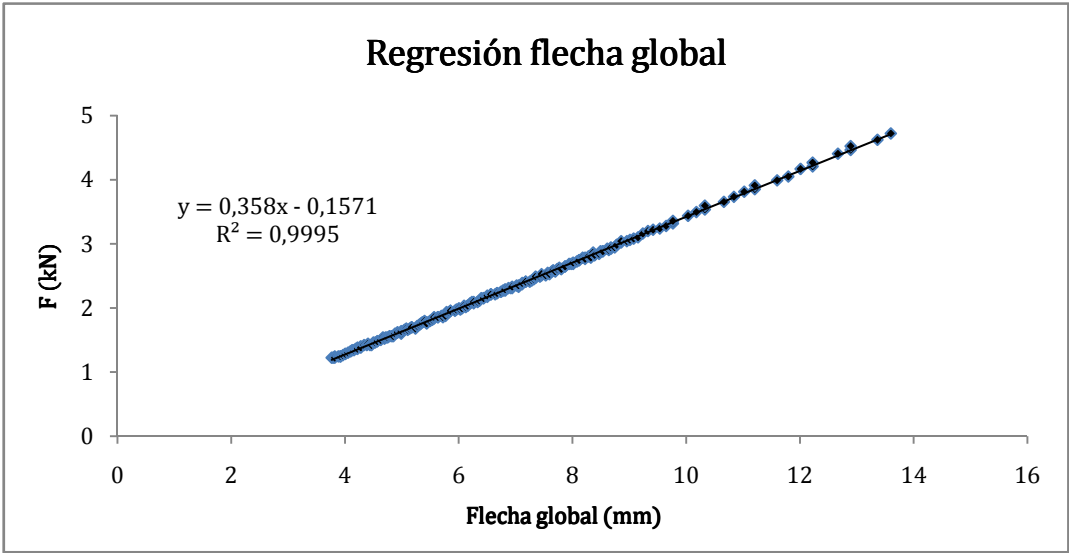
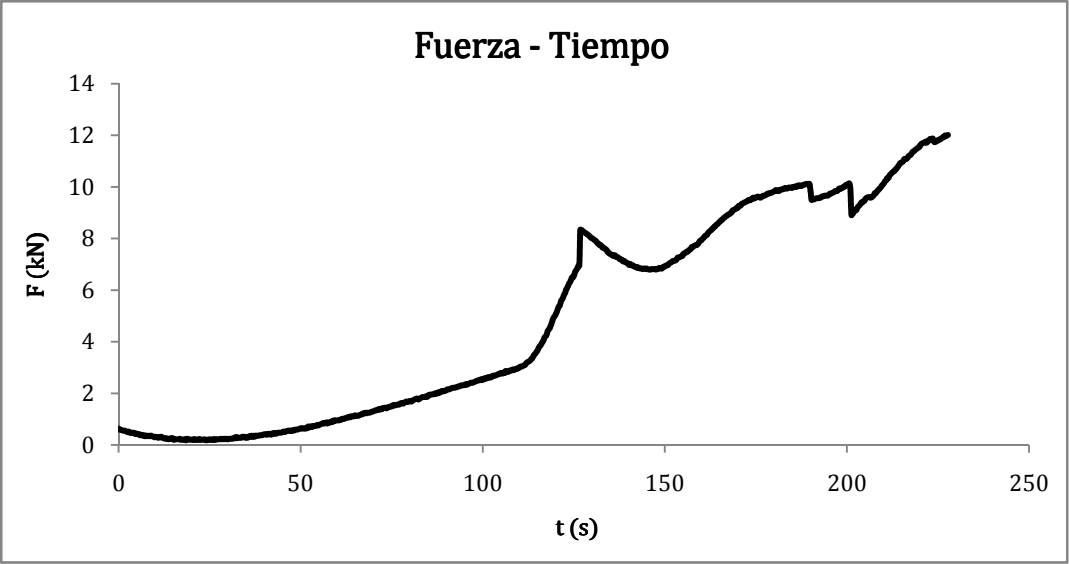


Tercio Central cara B

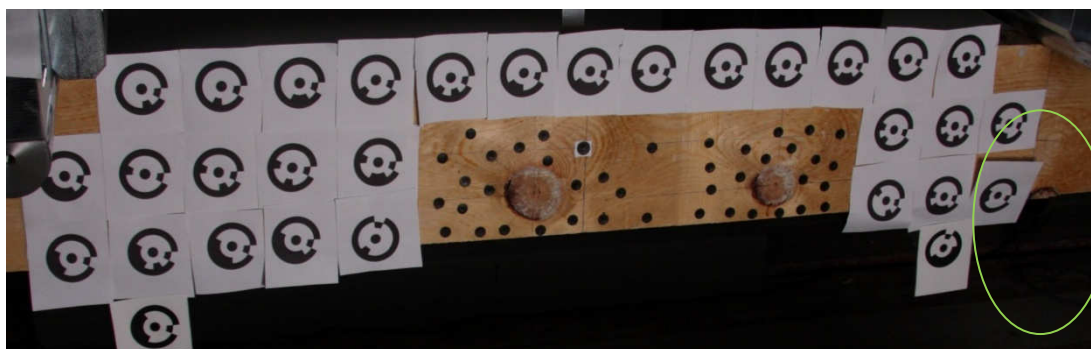


Detalle cara B





Fotograma Número 65



Detalle de sección fuera del tramo central, véase como los nudos considerados permanecen intactos, sin embargo se produce una rotura con una forma muy poco habitual 66



Fotograma Número 66



#### Observaciones:

En este caso la rotura se inicia en una sección fuera del tercio central en la que existe un defecto muy pequeño, que dada la forma de la rotura semeja más un agotamiento longitudinal que una influencia clara de tal defecto. En cualquier caso, lamentablemente ninguno de los nudos considerados fue el causante de la rotura por lo que la viga no aporta datos útiles para la validación.

## Viga 15

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2875
Canto (mm)	151
Ancho (mm)	50,78
Peso Medio (kg)	10,82
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	490,82
Humedad (%)	13,43
Desviación Global en Cantos (°)	1
Desviación Global en Grueso (°)	1

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	15,81
Ynudo1 (mm)	-17,46
Rx1 (mm)	16,05
Ry1 (mm)	17,615
Ataque1 (°)	-49
XnudoB1 (mm)	15,24
YnudoB1 (mm)	-14,1
RxB1 (mm)	7,30
RyB1 (mm)	15,81

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	12,98
Retirada de extensómetros (kN)	6,99
t (s)	268,92
Recorrido (mm)	35,95
Pte. Global (kN/mm)	0,4166
Pte. Local (kN/mm)	5,0861
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	30,27
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	9988,30
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	NO
Intervalo de fotogramas de la rotura	69-70
Tiempo en rotura por nudo (s)	269
Carga Aplicada (kN)	12,98
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	11045,56
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	10104
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	12124,8
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	649,74
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	687,13

Tercio Central cara A



Detalle cara A

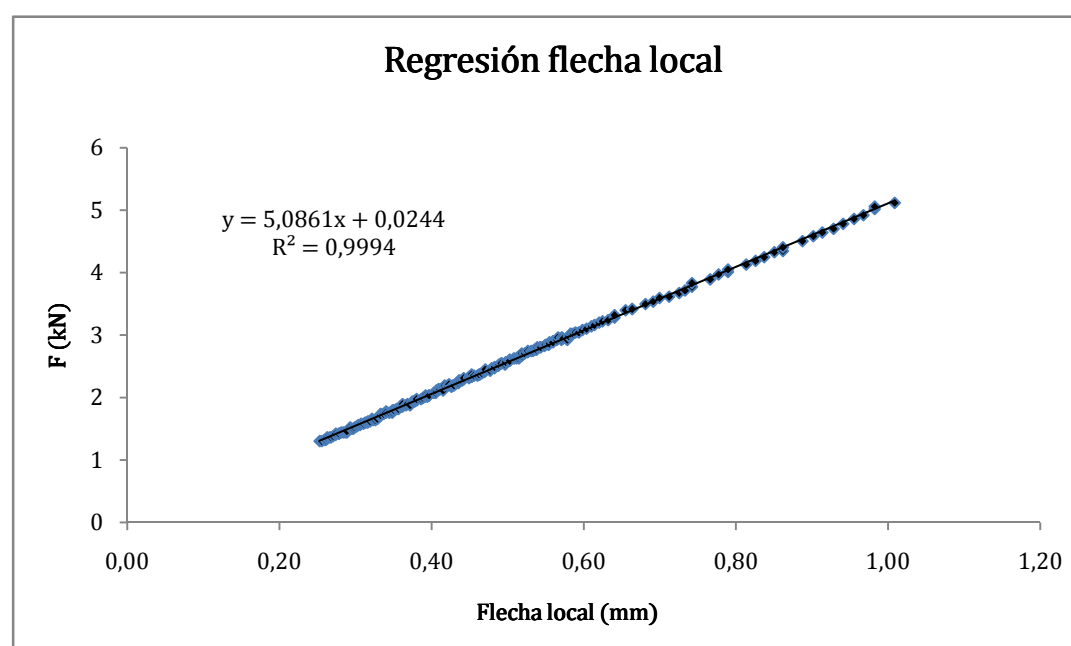
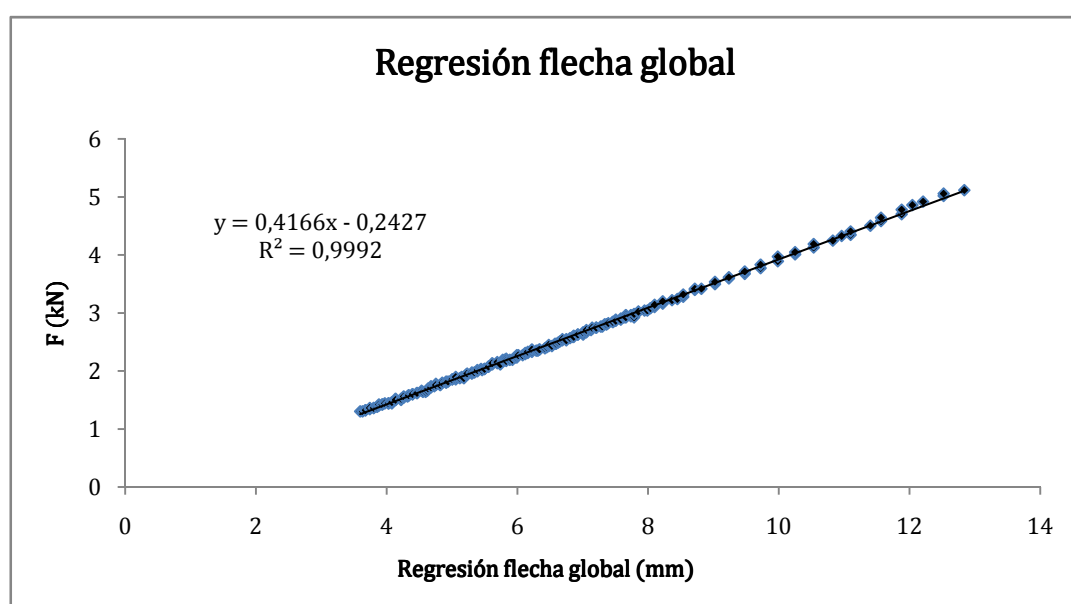
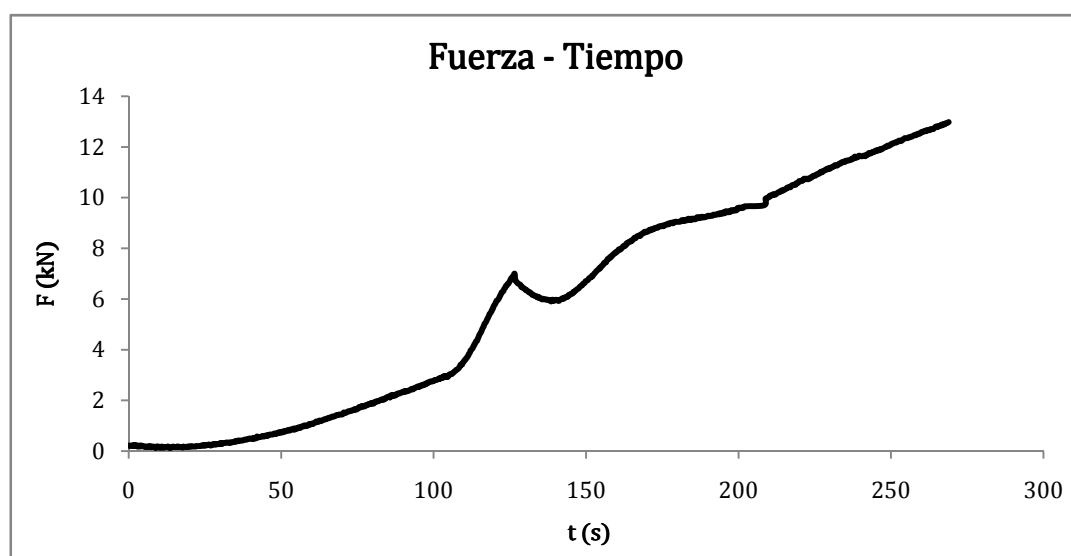


Tercio Central cara B



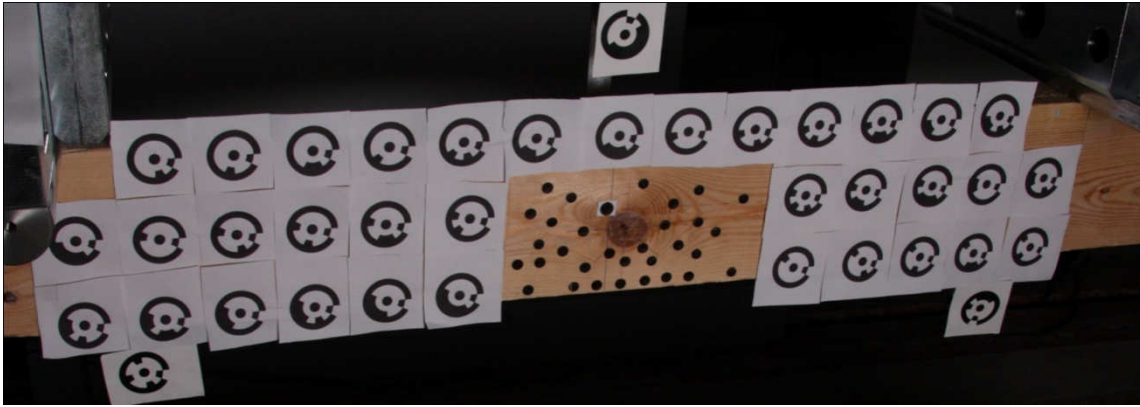
Detalle cara B



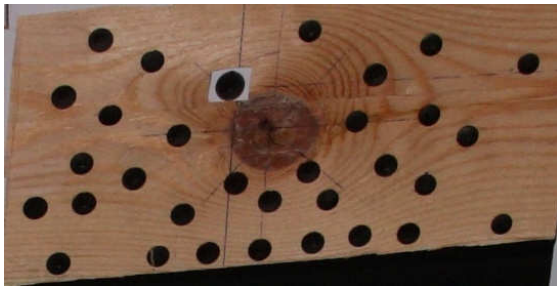




Fotograma Número 69



Detalle del Nudo considerado Fotograma 69 (intacto)



Fotograma Número 70



Observaciones:

Rotura muy brusca que poco tiene que ver con el nudo considerado, por lo que esta viga no será usada en la validación del modelo.

## Viga 16

PARÁMETROS FÍSICOS	
Luz ensayo (mm)	2700
Longitud de la viga (mm)	2754
Canto (mm)	153
Ancho (mm)	51,86
Peso Medio (kg)	11,91
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	545,03
Humedad (%)	14,54
Desviación Global en Cantos (°)	0,3
Desviación Global en Grueso (°)	≅ 0

PARÁMETROS DEL/LOS NUDO/S CONSIDERADOS (Ver capítulo 6)	
Xnudo1 (mm)	42,36
Ynudo1 (mm)	-47,10
Rx1 (mm)	12,24
Ry1 (mm)	22,30
Ataque1 (°)	58
XnudoB1 (mm)	152,23
YnudoB1 (mm)	-12,30
RxB1 (mm)	11,27
RyB1 (mm)	16,05

PARÁMETROS DEL ENSAYO	
Fmax (kN)	16,46
Retirada de extensómetros (kN)	6,98
t (s)	333,21
Recorrido (mm)	50,87
Pte. Global (kN/mm)	0,3975
Pte. Local (kN/mm)	4,6236
M.O.R. (N/mm <sup>2</sup> )	36,60
M.O.E.G. (N/mm <sup>2</sup> )	8970,69
Clase Resistente (prINSTA 142:2008)	T2 (C24)

PARÁMETROS PRIMORDIALES PARA EL MODELO	
Rotura clara provocada por el/los nudo/s considerados	SÍ
Intervalo de fotogramas de la rotura	55-56
Tiempo en rotura por nudo (s)	258
Carga Aplicada (kN)	13,02
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	9451,48
E <sub>c,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	8646
E <sub>t,0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	10375,2
E <sub>R</sub> = E <sub>T</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	555,97
G <sub>LR</sub> = G <sub>LT</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	587,96

Tercio Central cara A



Detalle cara A



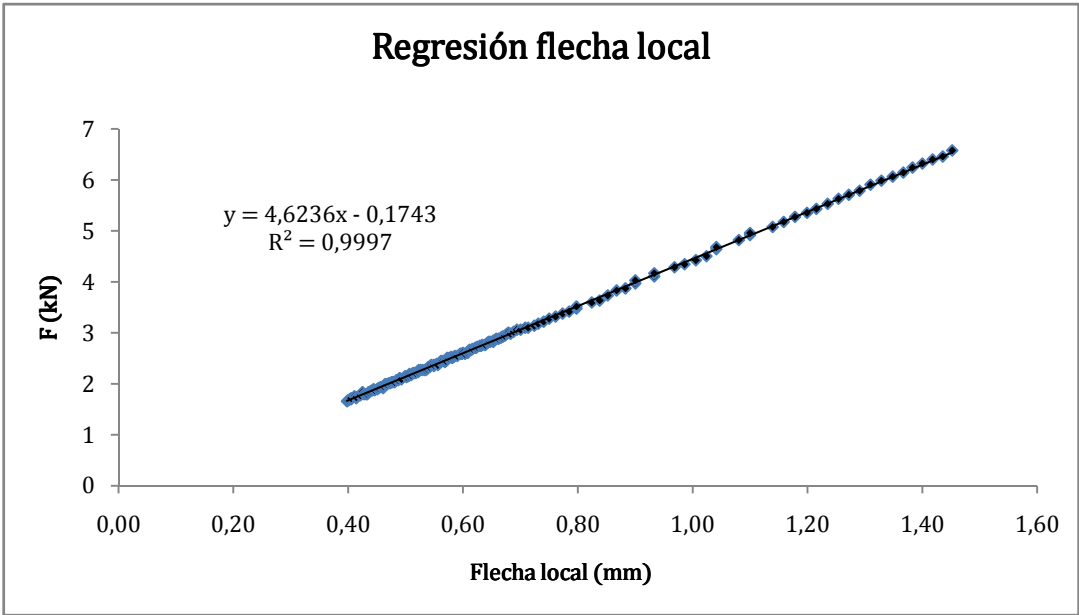
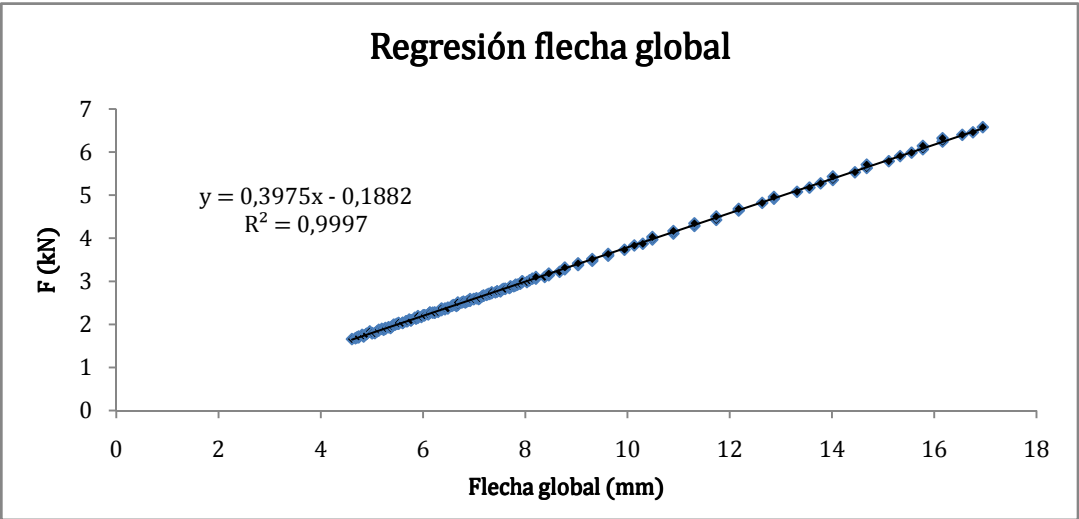
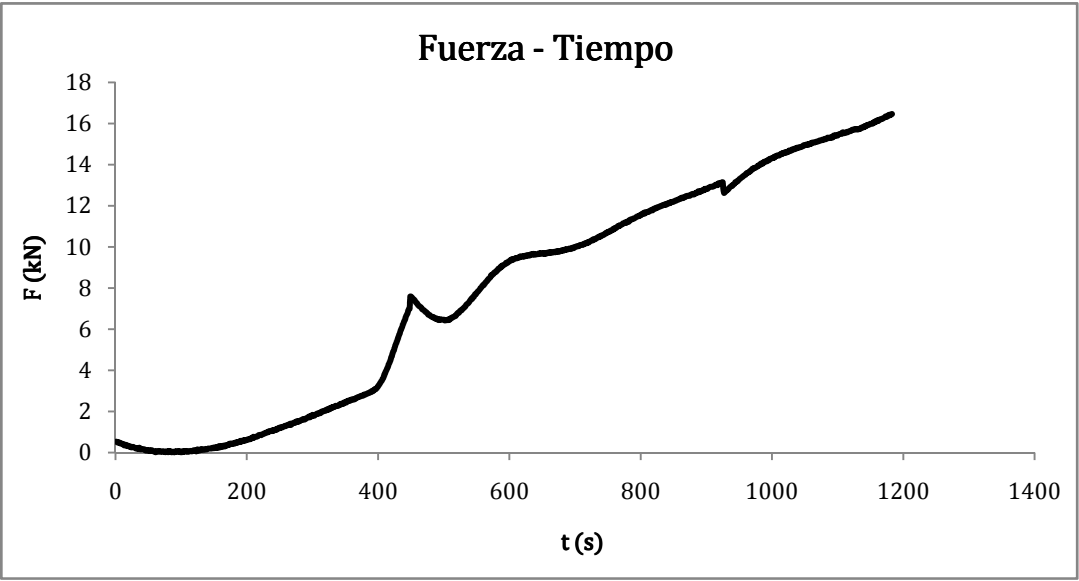
Tercio Central cara B



Detalle cara B







Fotograma Número 55



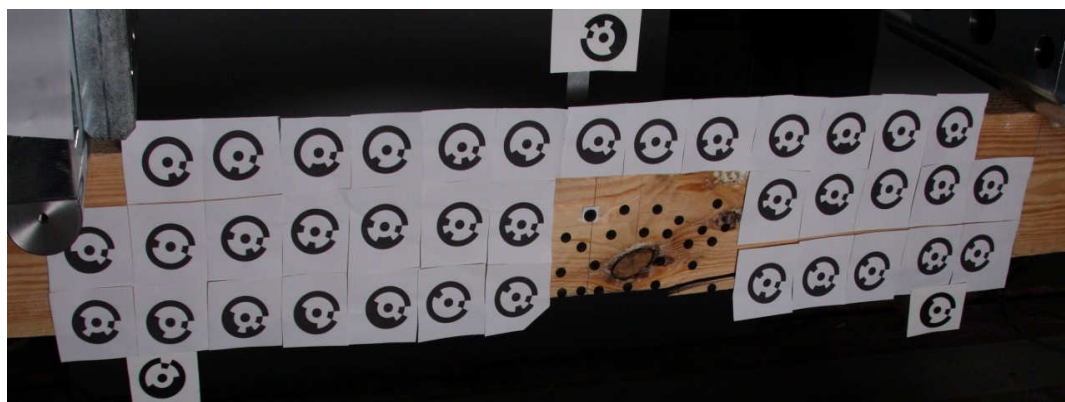
Detalle del Nudo considerado Fotograma 55



Detalle del Nudo considerado Fotograma 56



Fotograma Número 56



Observaciones:

Rotura absolutamente clara por la influencia del nudo considerado, y por tanto viga válida para contrastar la validez del modelo.

Como conclusión de todo este apartado, cabe destacar que por sencillez las vigas empleadas en la validación serán nuevamente numeradas tal como se aprecia en el siguiente cuadro resumen, en donde también se muestran los factores más importantes que se han obtenido en los ensayos:

Numeración de vigas experimentales	Numeración vigas de validación	Fotogramas rotura	TIEMPO DE ENSAYO (seg.)	CARGA APLICADA (kN)	M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )
1	1	74-75	285	13,89	10561
2	2	48-49	246	11,5	8470
3	3	63-64	238	11,38	8499
5	4	76-77	239	11,41	12963
7	5	60-61	232	11,31	8727
9	6	56-57	282	13,53	9340
10	7	51-52	258	12,58	9825
12	8	69-70	295	14,25	8221
16	9	55-56	258	13,02	9452

### 3. Contraste de los M.E.F. empleando M.O.E. de acuerdo a la UNE 408

En este apartado se detallan los resultados iniciales generados en la simulación de las vigas, empleando los módulos elásticos obtenidos experimentalmente, de acuerdo a la norma UNE 408 tal y como se detalló en la sección anterior.

Cabe destacar que el tamaño elemental hexaédrico y cuadrangular de esta primera aproximación fue de 10 x 10 x 10 mm y 10 x 10 mm, constituyendo modelos de aproximadamente 22.000 y 4.400 elementos, correspondientes a las simulaciones tridimensionales y bidimensionales respectivamente. Así, los criterios de fallo fenomenológico que se detallaron en el capítulo metodológico, fueron aquí aplicados utilizando las componentes tensionales medias relativas a los nodos de cada uno de los elementos. Para simplificar la exposición, se debe de considerar el siguiente mapa de color en los criterios de fallo fenomenológico, en el que aproximadamente cada uno de los 9 siguientes colores representa los rangos de agotamiento que se muestran a continuación:



Figura 7.1. Leyenda de índices de Agotamiento (E. P.)

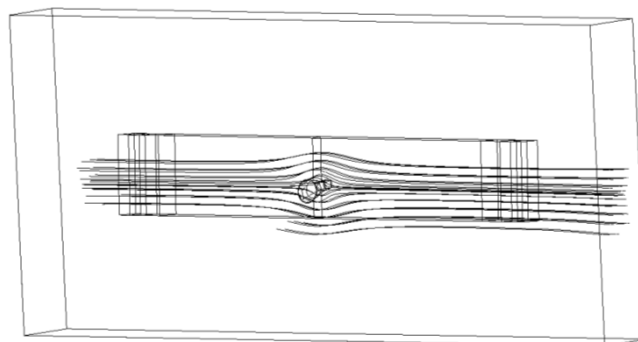
En cualquier caso estos criterios serán discutidos con mucho más detalle posteriormente en un apartado específico, así que por motivos de simplicidad y extensión, se detallarán únicamente los parámetros obtenidos en la primera de las vigas, y se resumirán aquellos más importantes en el resto.

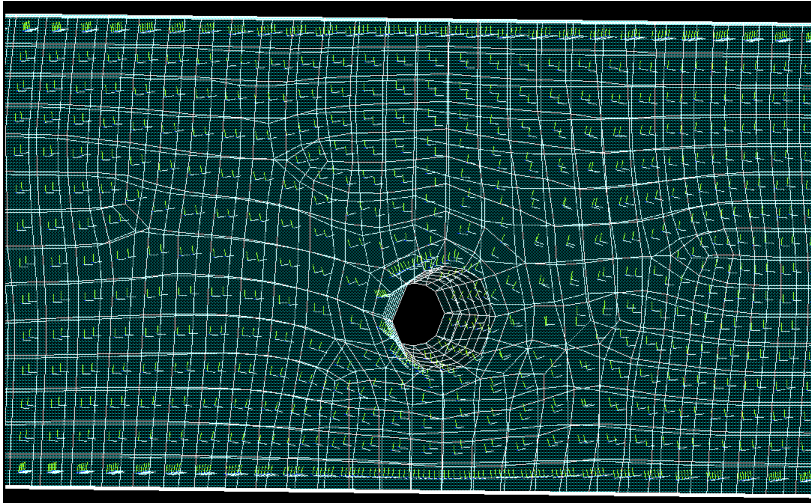
Por otra parte se debe de indicar, que el contraste de los desplazamientos o flechas obtenidas en los modelos, se lleva a cabo en esta sección de acuerdo a la metodología clásica, empleando las flechas obtenidas en el centro del vano de las vigas con un extensómetro de contacto tipo varilla, hasta alcanzar aproximadamente una carga de 7 kN, momento en el que serán retirados.

Finalmente se debe de puntualizar que el sistema global de coordenadas del programa emplea como eje OX la dirección axial de la pieza, OY la altura de la sección, OZ la anchura de la escuadría, y que en tres dimensiones se considera que un elemento está traccionado cuando  $\sigma_y + \sigma_z \geq 0$ .

## Viga 1

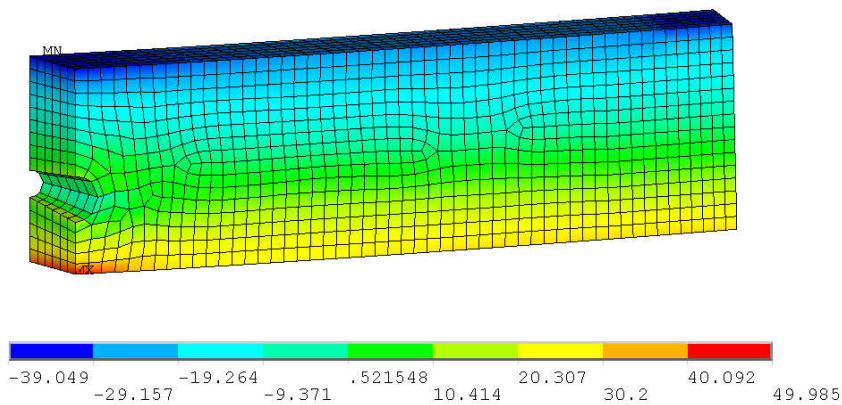
En las siguientes figuras se muestran las líneas de corriente generadas, y la alineación de los sistemas elementales de coordenadas con los vectores velocidad:



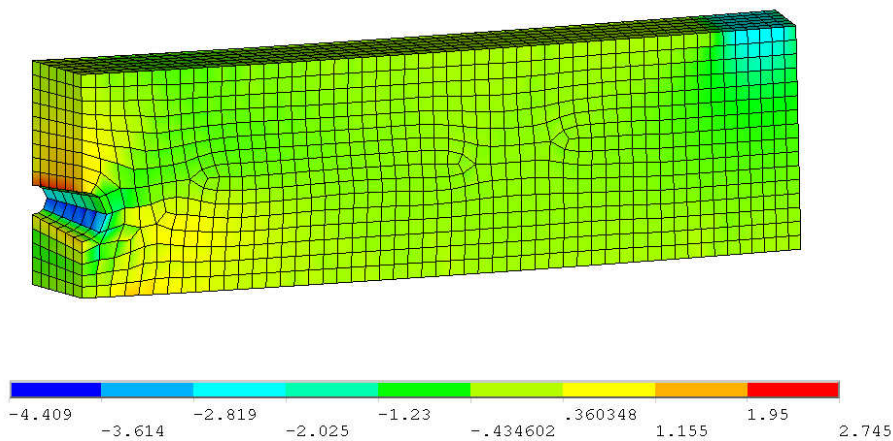


Las componentes tensionales elementales no promediadas de acuerdo al sistema local de cada elemento, en una fracción del tercio central que delimita el tramo entre la sección del nudo y aquella correspondiente al final de la placa de aplicación de carga, en el momento de rotura experimental ( $F_{total} = 13,83 \text{ kN}$ ) fueron de:

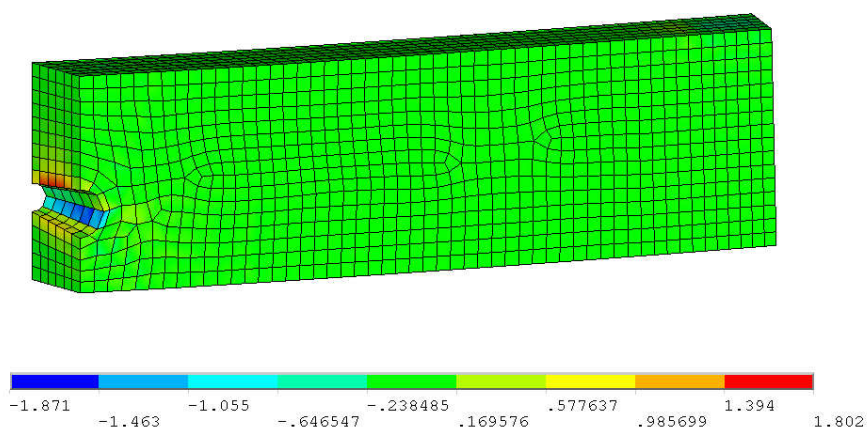
$$\sigma_x$$



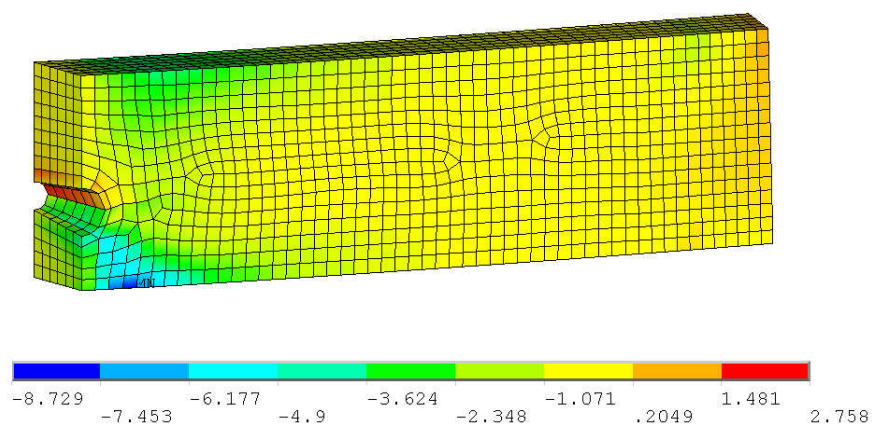
$$\sigma_y$$



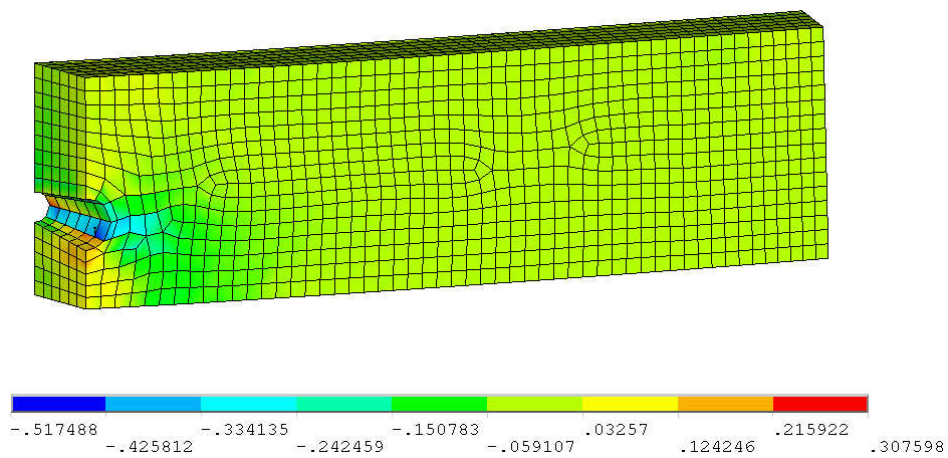
$\sigma_z$



$\tau_{xy}$

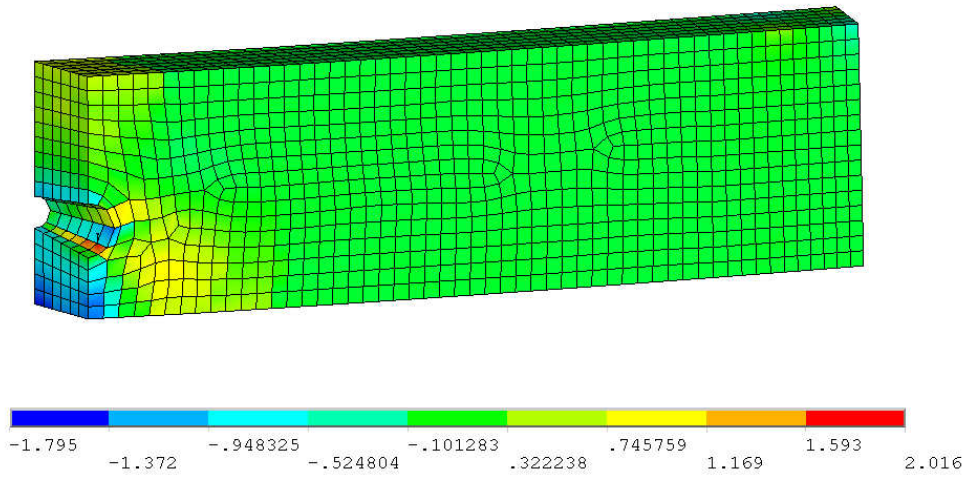


$\tau_{yz}$



$\tau_{xz}$

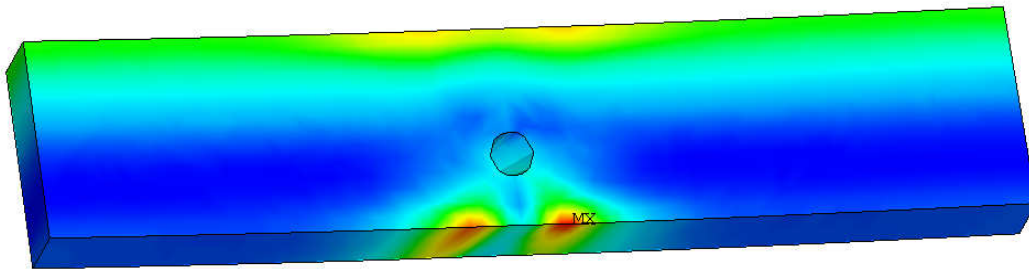




Los criterios de rotura (solución elemental de 10x10x10 mm promediada) predicen unas cargas de rotura  $F$ , que suponen unos errores  $e$  porcentuales de:

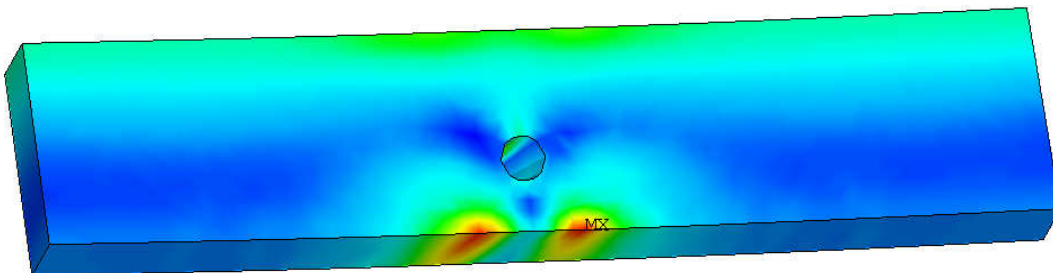
$$F_{Hoffmann} = 14,90 \text{ kN}$$

$$e_{Hoffmann} = +7,27 \%$$



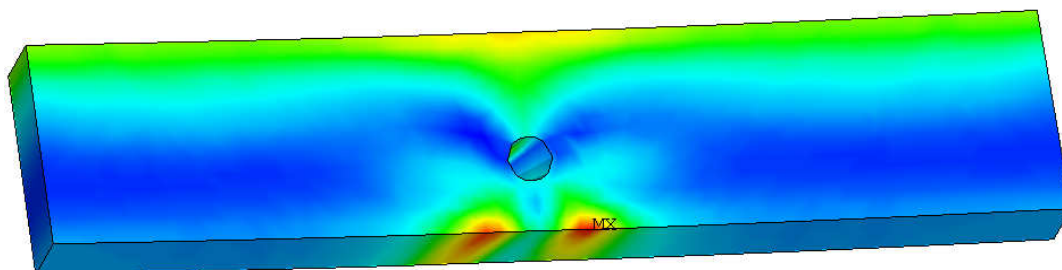
$$F_{Tsai-Wu \text{ (Experimental)}} = 12,60 \text{ kN}$$

$$e_{Tsai-Wu \text{ (Experimental)}} = -9,29 \%$$



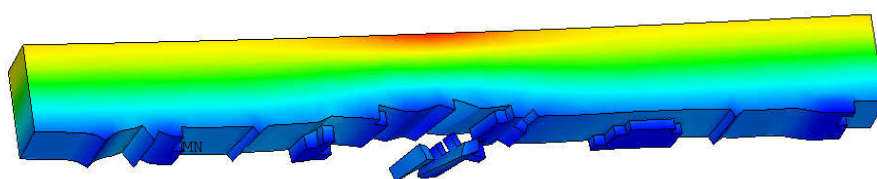
$$F_{Tsai-Wu(Liu)} = 17,55 \text{ kN}$$

$$e_{Tsai-Wu(Liu)} = +26,35 \%$$

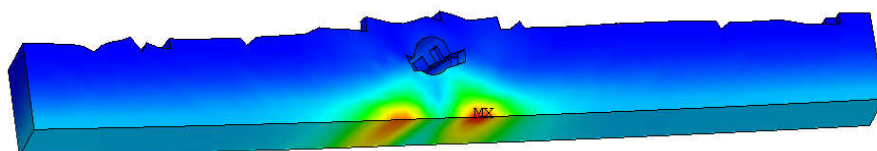


$$F_{Hashin(\text{Modo Tracción Perpendicular})} = 16,00 \text{ kN}$$

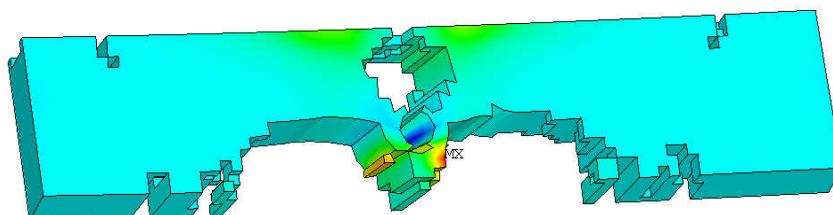
$$e_{Hashin(\text{Modo Tracción Perpendicular})} = +15,19 \%$$



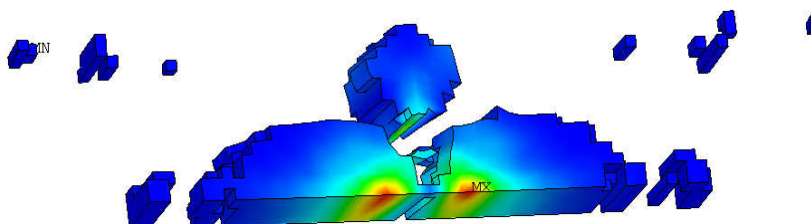
Modo  
Compresión  
Longitudinal



Modo  
Tracción  
Longitudinal



Modo  
Compresión  
Longitudinal

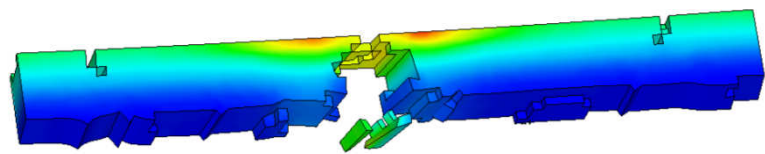


Modo Tracción  
Longitudinal

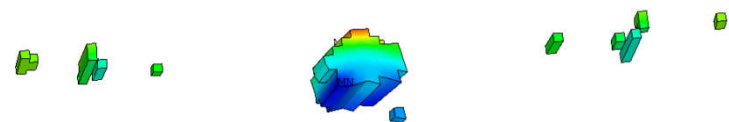


$$F_{Tsai-Hill} = 14,50 \text{ kN}$$

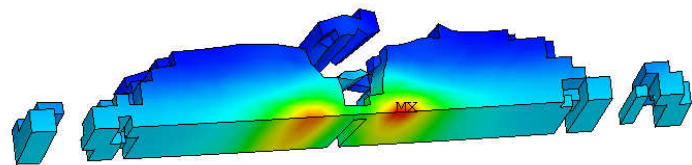
$$e_{Tsai-Hill} = +4,39 \%$$



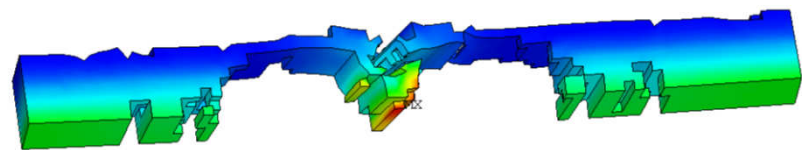
Modo Compresión  
Longitudinal +  
Compresión  
Transversal



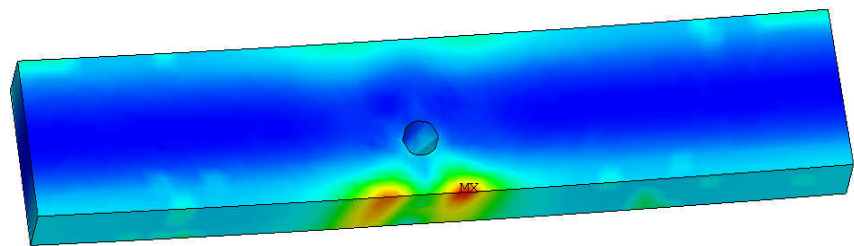
Modo Compresión  
Longitudinal + Tracción  
Transversal



Modo Tracción  
Longitudinal + Tracción  
Transversal



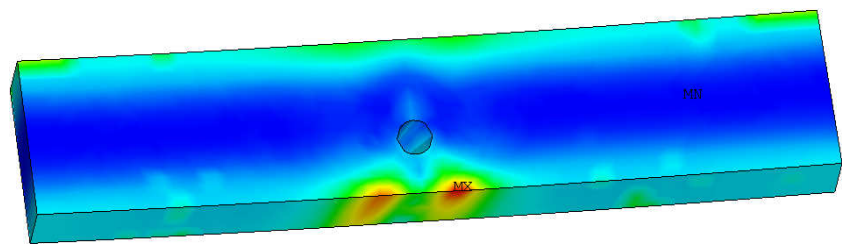
Modo Tracción  
Longitudinal +  
Compresión  
Transversal



Adición de las 4  
Componentes

$$F_{Norris} = 16,05 \text{ kN}$$

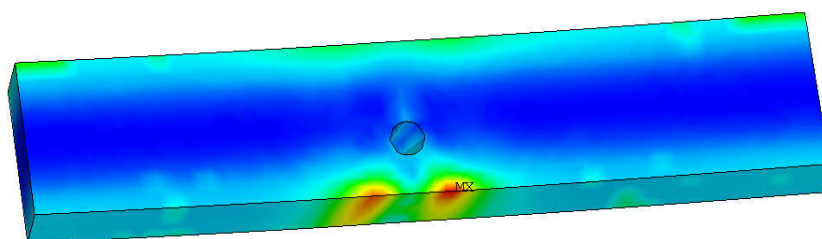
$$e_{Norris} = +15,55 \%$$



Adición de las 4  
Componentes

$$F_{Tsai-Azzi} = 14,45 \text{ kN}$$

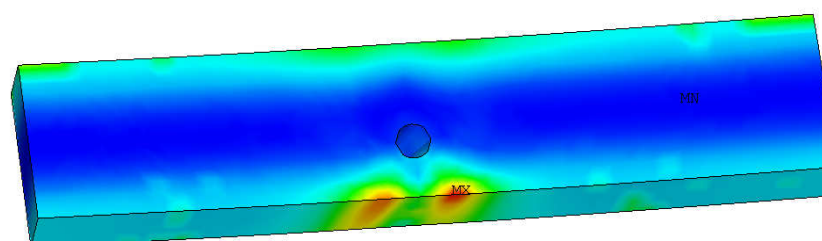
$$e_{Tsai-Azzi} = 4,032 \%$$



Adición de las 4 Componentes

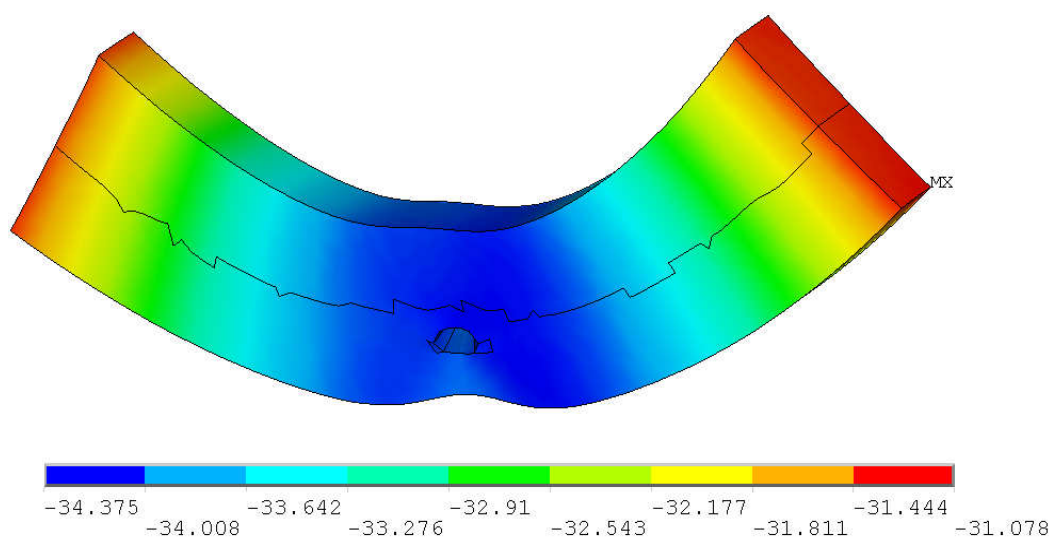
$$F_{Yamada-Sun \text{ extendido}} = 15,9 \text{ kN}$$

$$e_{Yamada-Sun \text{ extendido}} = +14,471 \%$$

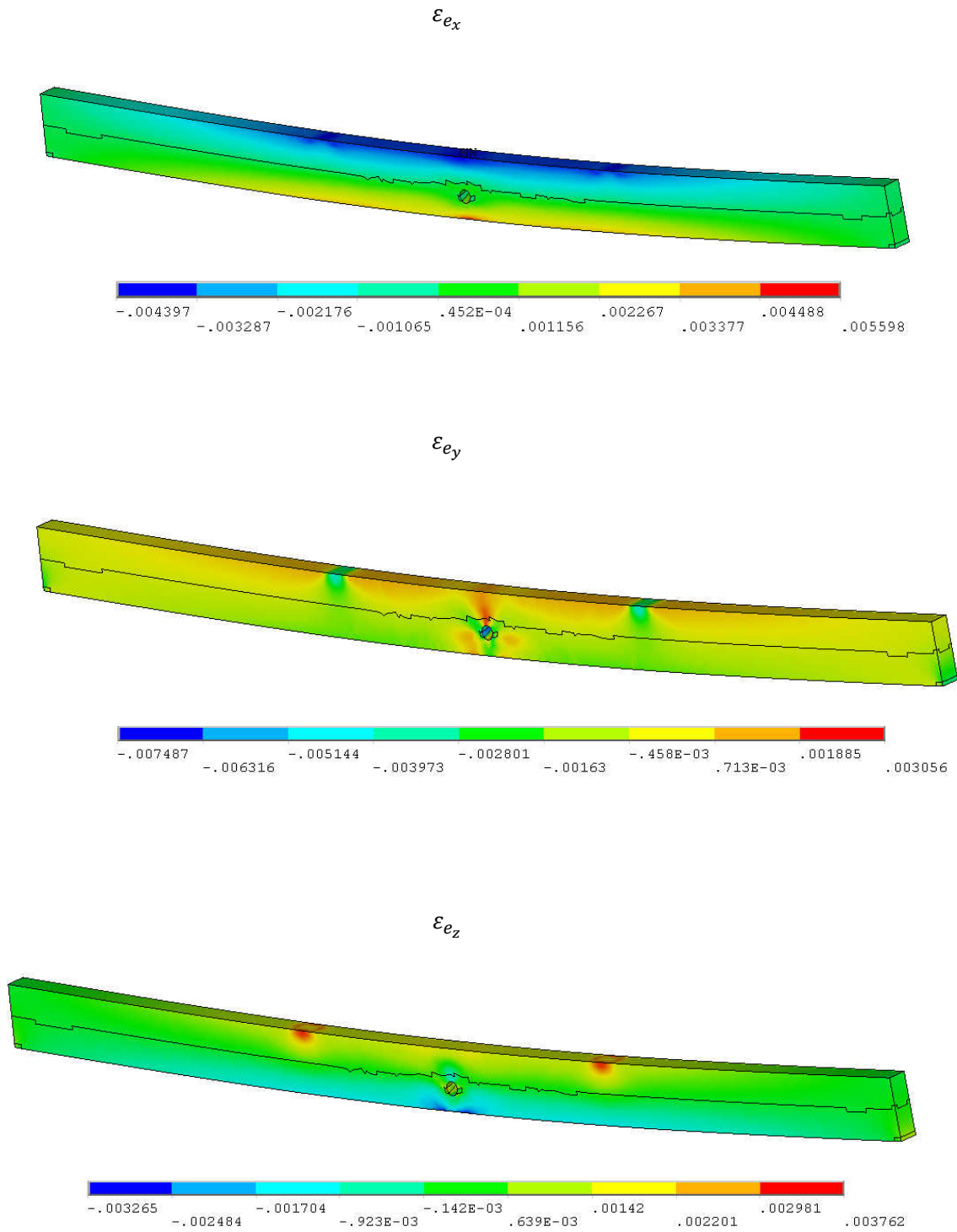


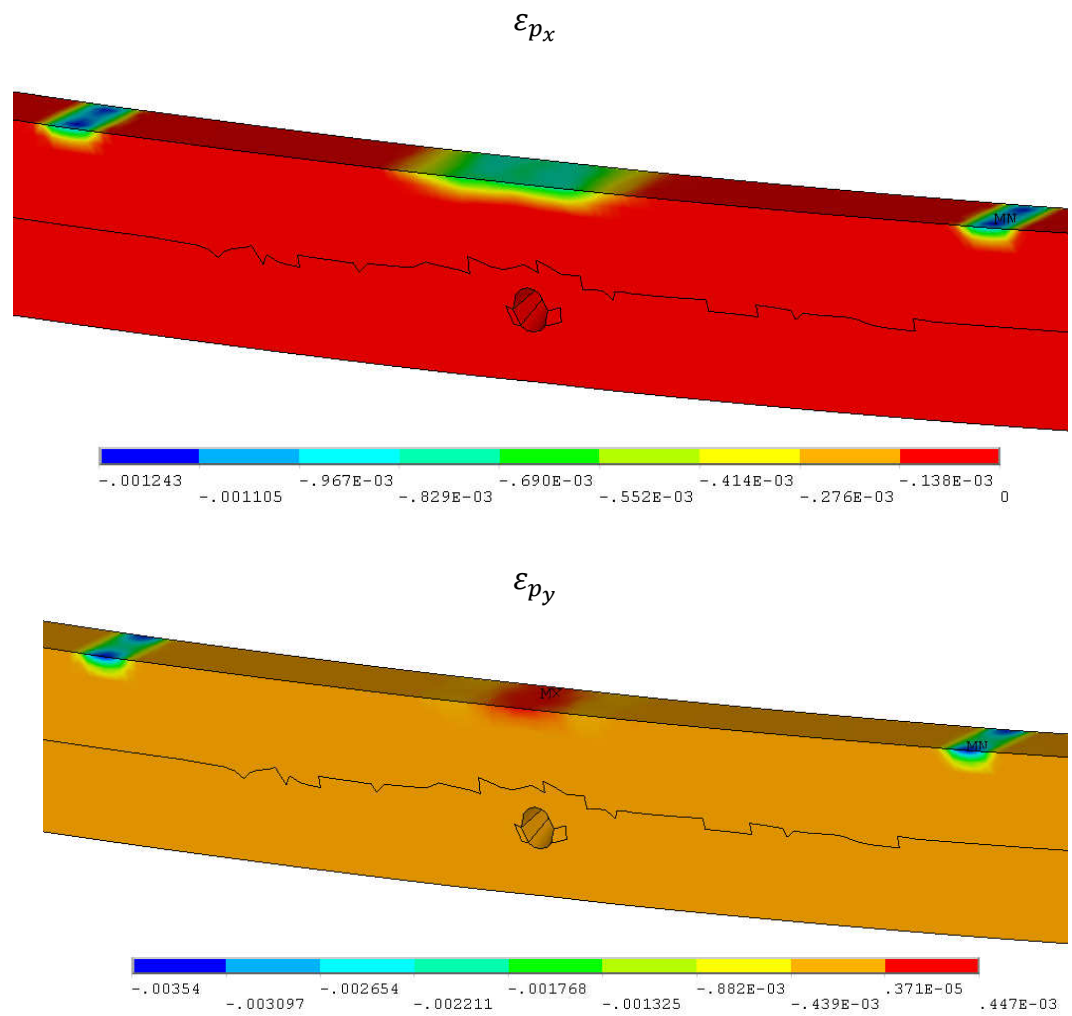
Adición de las 4 Componentes

Si se representa el mapa de desplazamientos verticales promediando los resultados nodales en los elementos magnificándolo 50 veces respecto de su valor real, se puede observar la influencia del nudo en la flecha en el momento de la rotura experimental:

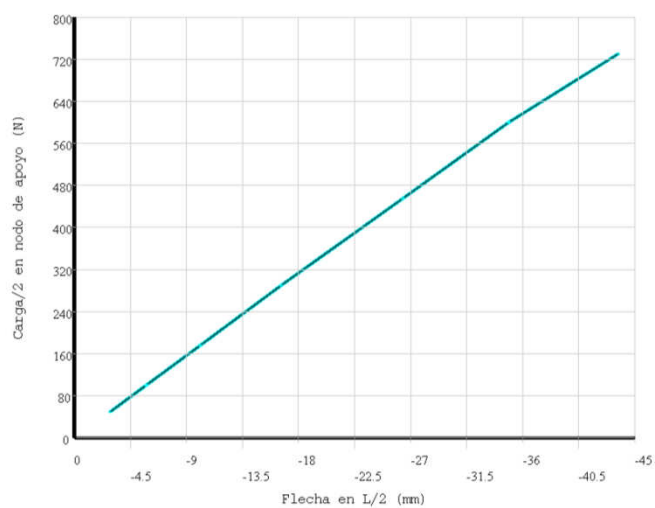


Por otra parte aplicando la fuerza correspondiente al criterio que mayor carga de rotura ha predicho (Tsai-Wu según Liu) se aprecia perfectamente el comportamiento elasto-plástico, pudiendo distinguir las deformaciones elásticas  $\varepsilon_e$  de las plásticas  $\varepsilon_p$  (resultados nodales promediados):

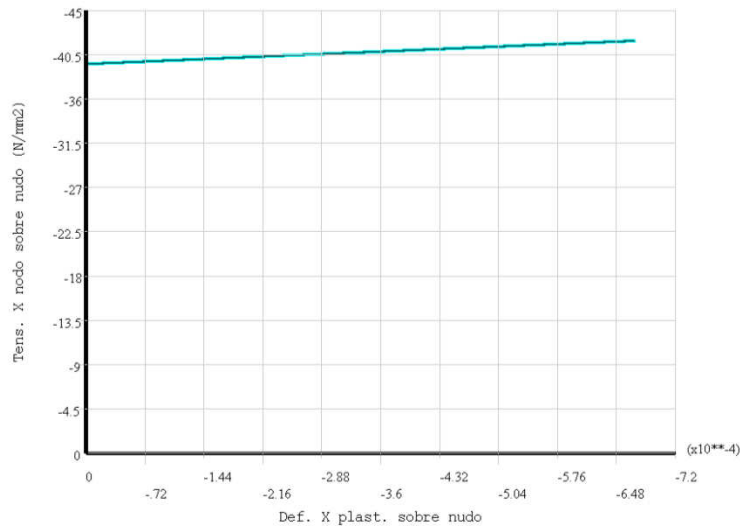




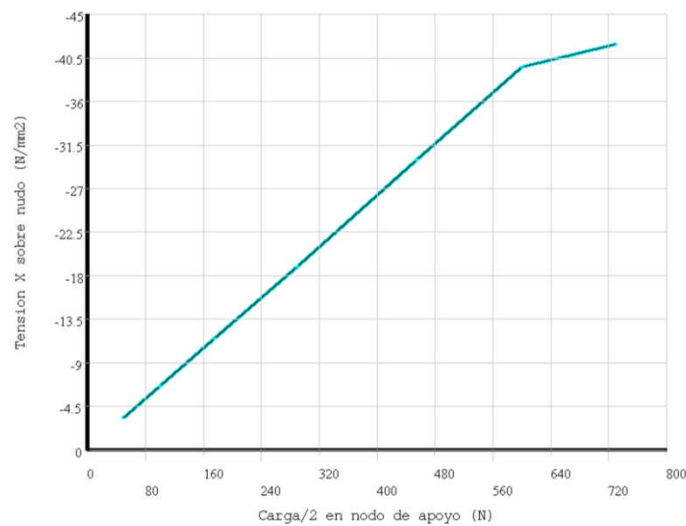
También se puede apreciar la no-linealidad en las flechas alcanzadas por un nodo inferior de la sección  $L/2$ , respecto de la aplicación de fuerza aplicada ( $F/2$ ) en un nodo del apoyo, como consecuencia de la no-linealidad geométrica y la pérdida de rigidez en el estado elasto-plástico:



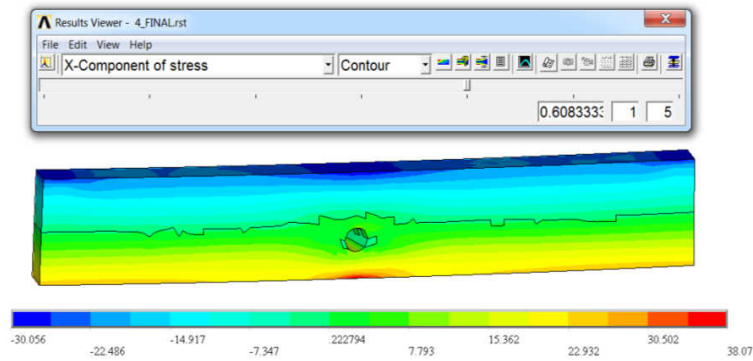
Ó el incremento de deformación plástica en un nodo superior al nudo respecto de la tensión X aplicada (siendo la tensión X dominante sobre el resto, el comportamiento es similar a la respuesta uniaxial):



Por supuesto tampoco existe una relación lineal entre el incremento de tensión, respecto de la carga aplicada (reacción en nodo de apoyo):



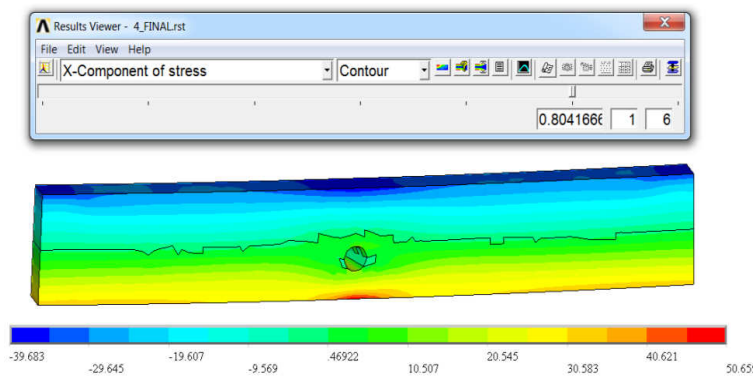
En la siguiente figura puede observarse como se produce la disminución en el incremento de tensión negativa (X) del el tercio central de la viga, en tres sub-pasos de carga consecutivos ( $F=10,67$  kN;  $F=14,11$  kN y  $F=17,55$  kN), de forma inversamente proporcional al incremento de deformación plástica (X):



Aplicando  $0,6F = 10,67 \text{ kN}$

$$-\sigma_{x_{max}} = -30,1 \text{ N/mm}^2$$

$$+\sigma_{x_{max}} = +38,1 \text{ N/mm}^2$$



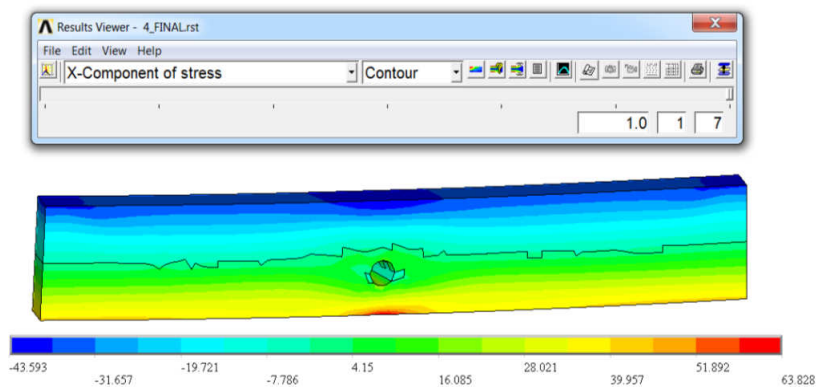
Aplicando  $0,8F = 14,11 \text{ kN}$

$$-\sigma_{x_{max}} = -39,7 \text{ N/mm}^2$$

$$+\sigma_{x_{max}} = +50,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta(-\sigma_{x_{max}}) = -9,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta + \sigma_{x_{max}} = +12,6 \text{ N/mm}^2$$



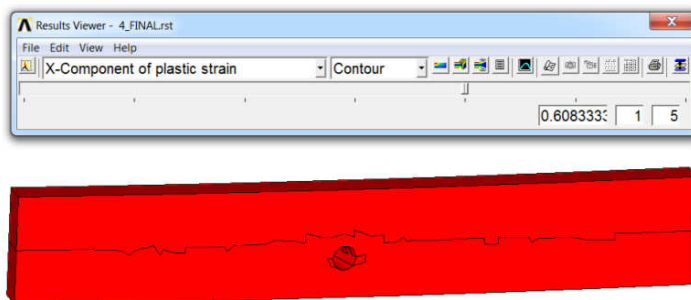
Aplicando  $F = 17,55 \text{ kN}$

$$-\sigma_{x_{max}} = -43,6 \text{ N/mm}^2$$

$$+\sigma_{x_{max}} = +63,8 \text{ N/mm}^2$$

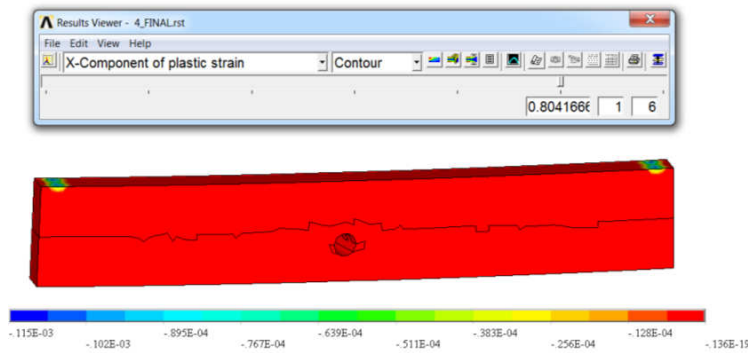
$$\Delta(-\sigma_{x_{max}}) = -3,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta + \sigma_{x_{max}} = +13,1 \text{ N/mm}^2$$



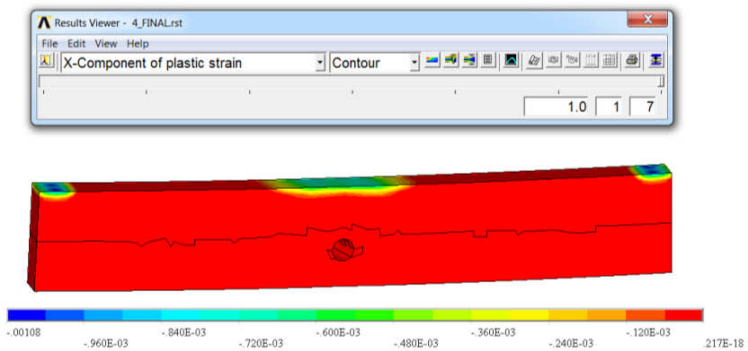
Aplicando  $0,6F = 10,67 \text{ kN}$

$$\varepsilon_{p_{x_{max}}} = 0$$



Aplicando  $0,8F = 14,11 \text{ kN}$

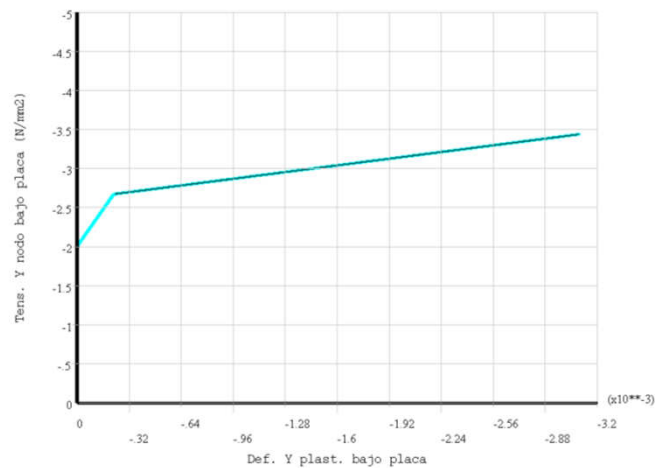
$$\varepsilon_{p_{x_{max}}} = -0,00115$$



Aplicando  $F = 17,55 \text{ kN}$

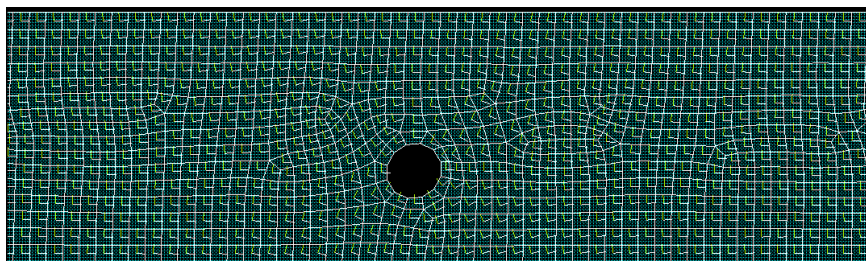
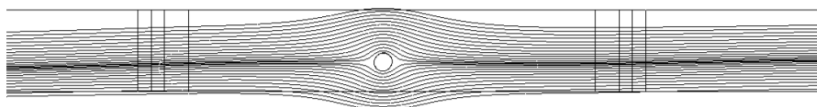
$$\varepsilon_{p_{x_{max}}} = -0,0108$$

Asimismo, el incremento de deformación plástica en un nodo bajo la placa de carga, en el que existe una importante deformación plástica transversal (siendo la tensión X e Y considerables) difiere más del comportamiento uniaxial:



Por su parte, los parámetros más importantes del modelo bidimensional se muestran a continuación, como las líneas de corriente, la alineación de los sistemas de coordenadas:

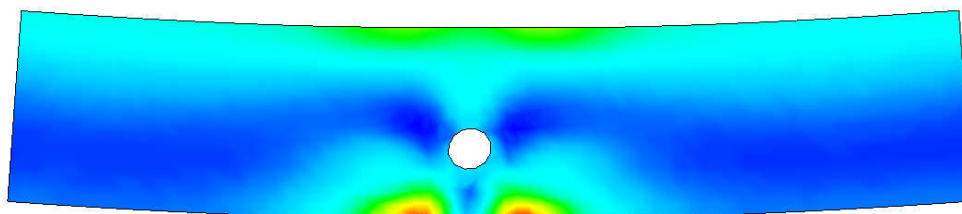




Los valores estimados por los criterios de rotura considerados:

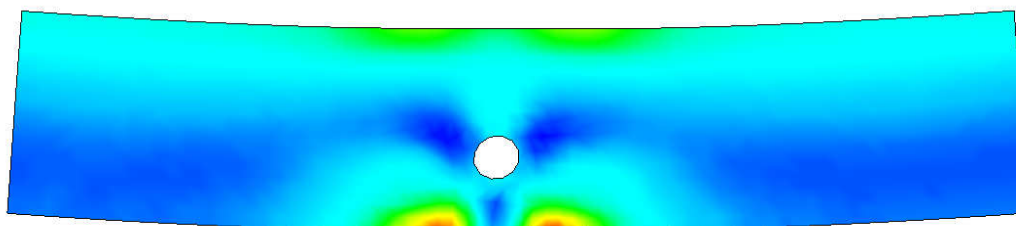
$$F_{Hoffmann_{2D}} = 12,00 \text{ kN}$$

$$e_{Hoffmann_{2D}} = -13,61 \%$$



$$F_{Tsai-Wu (Experimental)_{2D}} = 10,45 \text{ kN}$$

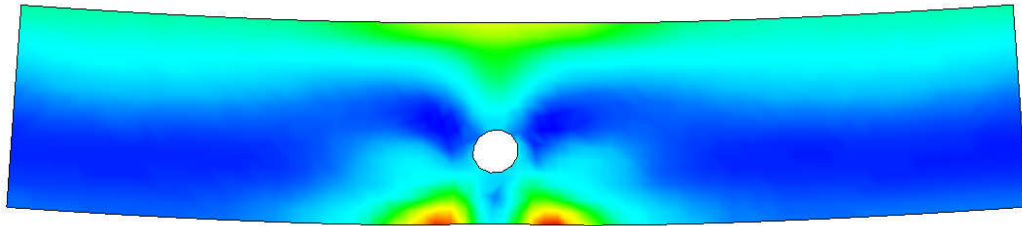
$$e_{Tsai-Wu (Experimental)_{2D}} = -24,77 \%$$





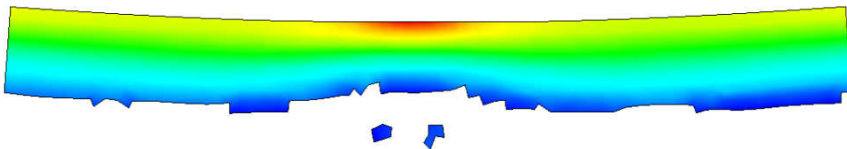
$$F_{Tsai-Wu (Liu)_{2D}} = 17,55 \text{ kN}$$

$$e_{Tsai-Wu (Liu)_{2D}} = +26,35 \%$$

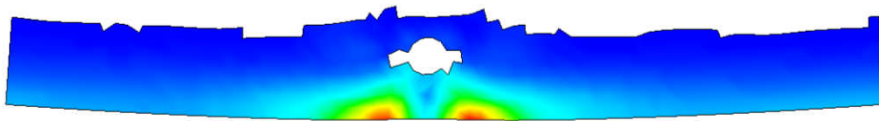


$$F_{Hashin (Modo Tracción Perpendicular)_{2D}} = 12,55 \text{ kN}$$

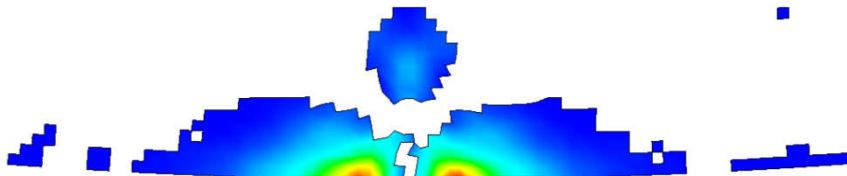
$$e_{Hashin (Modo Tracción Perpendicular)_{2D}} = -9,65 \%$$



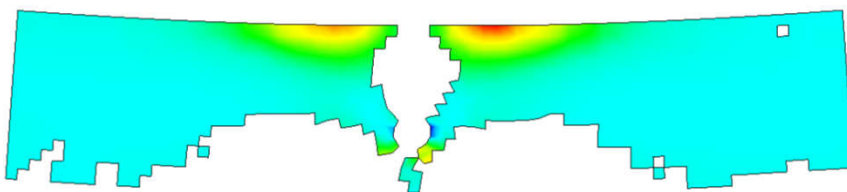
Modo  
Compresión  
Longitudinal



Modo  
Tracción  
Longitudinal



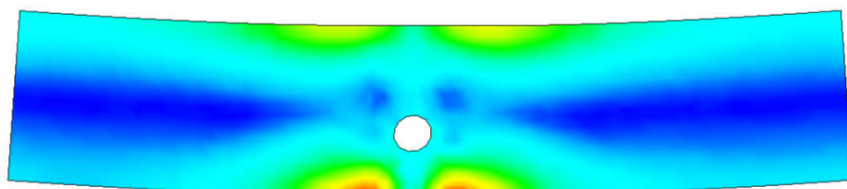
Modo  
Tracción  
Perpendicular



Modo  
Compresión  
Perpendicular

$$F_{Lineal} = 7,50 \text{ kN}$$

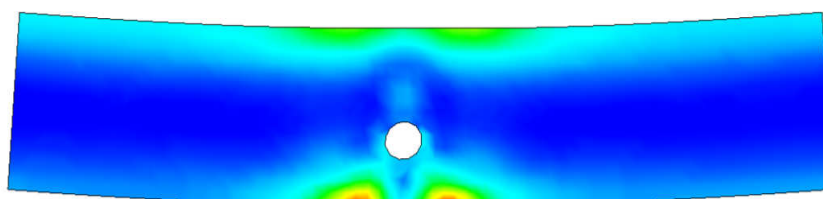
$$e_{Lineal} = -46,00 \%$$



Adición de las 4  
Componentes

$$F_{\text{Cuadrático}} = 11,9 \text{ kN}$$

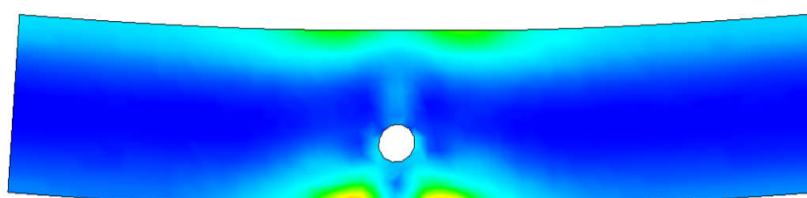
$$e_{\text{Cuadrático}} = -14,33 \%$$



Adición de las 4  
Componentes

$$F_{\text{Tsai-Hill}_{2D}=\text{Tsai-Azzi}_{2D}} = 11,95 \text{ kN}$$

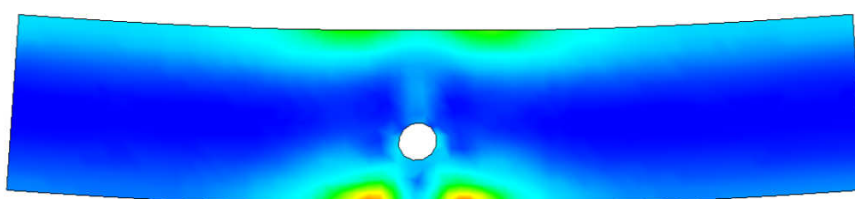
$$e_{\text{Tsai-Hill}_{2D}=\text{Tsai-Azzi}_{2D}} = -13,97 \%$$



Adición de las 4  
Componentes

$$F_{\text{Norris}_{2D}} = 13 \text{ kN}$$

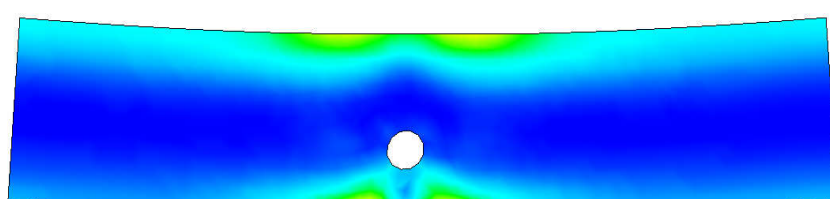
$$e_{\text{Norris}_{2D}} = -6,41 \%$$



Adición de las 4  
Componentes

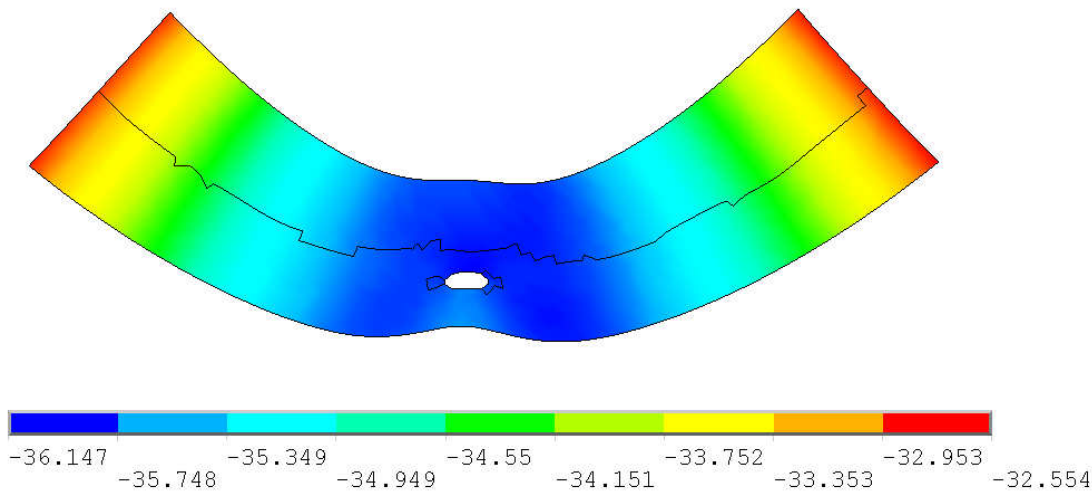
$$F_{\text{Yamada-Sun}} = 14,2 \text{ kN}$$

$$e_{\text{Yamada-Sun}} = +2,23 \%$$

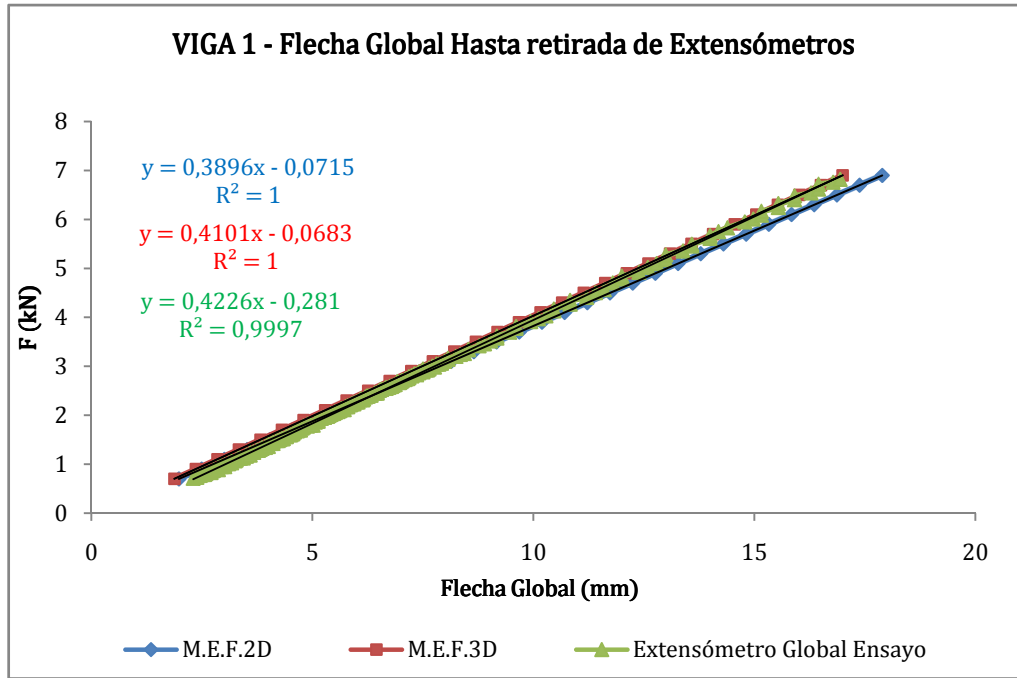


Adición de las 4  
Componentes

El campo de flechas en el tercio central con la distorsión provocada por el nudo, magnificada 50 veces en el momento de la carga de rotura experimental:



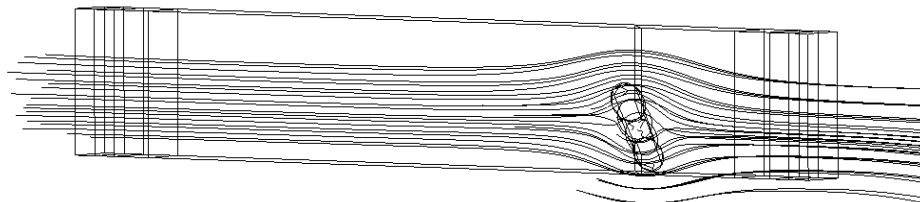
Finalmente contrastando la flecha medida en el nodo más próximo a  $L/2$  en el modelo 2D y 3D, con aquella que se obtuvo experimentalmente con un extensómetro hasta una carga aproximada de 7 kN:



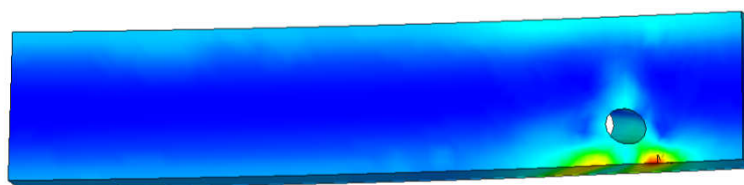
Modelo	Error de Pendiente (%)	Error máximo (%)
M.E.F. 2D	-7,809	5,270
M.E.F. 3D	-2,958	0,039

## Viga 2

Líneas de corriente tridimensionales:



Muestra de la distribución de agotamiento de un criterio de rotura tridimensional (Tsai-Hill, plotando las 4 componentes)



Cuadro resumen de predicción de carga de rotura:

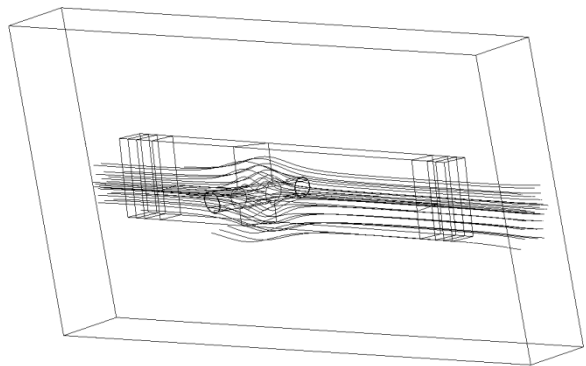
VIGA 2 Frot. = 11,5 kN	TwLiu	Hash	Hoff.	Norr	Ts-Az	Ts-Hill	Tw-Exp	Yam-S	Lineal	Cuadr.
Carga Estimada 3D	9,55	11,50	11,15	11,90	11,0	11,15	12,90	11,70	-	-
Error cometido 3D	-16,96	0,00	-3,04	3,48	-4,35	-3,04	12,17	1,74	-	-
Carga Estimada 2D	7,10	8,10	7,90	8,25	-	7,90	8,85	9,75	5,10	7,90
Error cometido 2D	-38,26	-29,57	-31,30	-28,26	-	-31,30	-23,04	-15,22	-55,65	-31,30

Cuadro resumen de error de flechas hasta retirada de extensómetros:

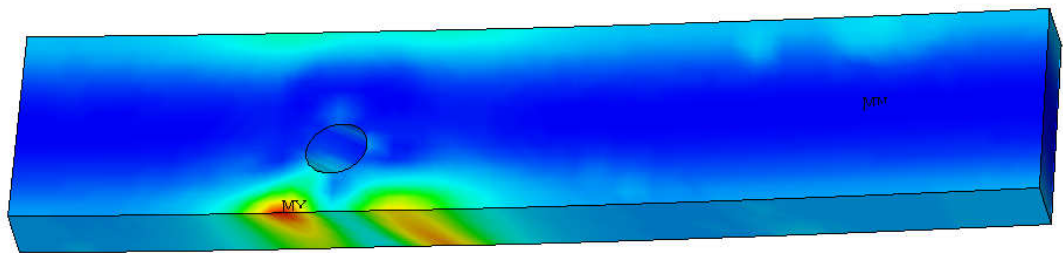
Modelo	Error de Pendiente (%)	Error máximo (%)
M.E.F. 2D	-20,73	-24,98
M.E.F. 3D	-17,07	-19,40

# Viga 3

Líneas de corriente tridimensionales:



Muestra de la distribución de agotamiento de un criterio de rotura tridimensional (Tsai-Hill, plotando las 4 componentes)



Cuadro resumen de predicción de carga de rotura:

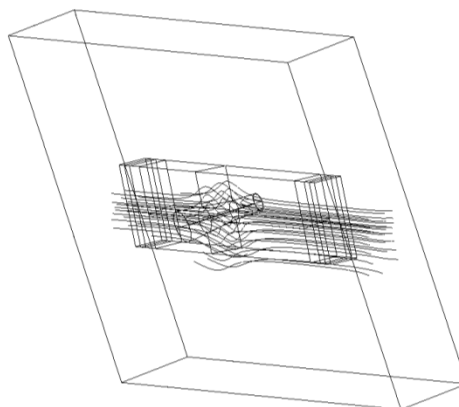
VIGA 3 Frot. = 11,38 kN	TwLiu	Hash	Hoff.	Norr	Ts-Az	Ts-Hill	Tw-Exp	Yam-S	Lineal	Cuadr.
Carga Estimada 3D	10,15	12,40	11,90	12,75	11,85	11,70	13,90	12,60	-	-
Error cometido 3D	-10,81	8,96	4,57	12,04	4,13	2,81	22,14	10,72	-	-
Carga Estimada 2D	8,60	10,20	9,85	10,65	-	9,85	11,60	11,75	6,30	9,80
Error cometido 2D	-24,43	-10,37	-13,44	-6,41	-	-13,44	1,93	3,25	-44,64	-13,88

Cuadro resumen de error de flechas hasta retirada de extensómetros:

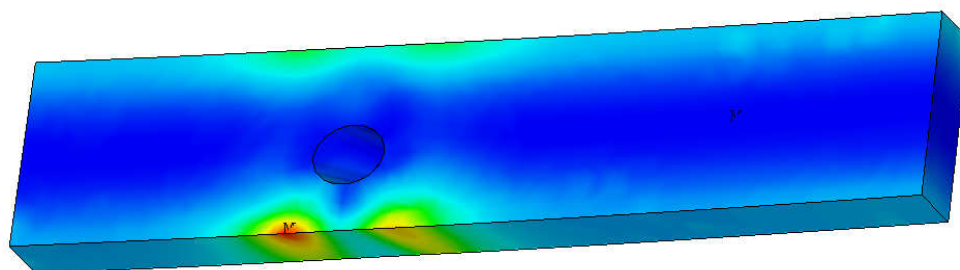
Modelo	Error de Pendiente (%)	Error máximo (%)
M.E.F. 2D	-14,44	-16,77
M.E.F. 3D	-12,37	-13,95

## Viga 4

Líneas de corriente tridimensionales:



Muestra de la distribución de agotamiento de un criterio de rotura tridimensional (Tsai-Hill, plotando las 4 componentes)



Cuadro resumen de predicción de carga de rotura:

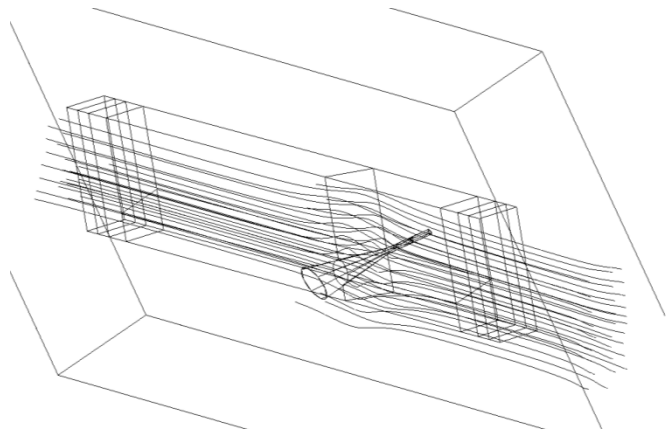
VIGA 4 Frot. = 11,41 kN	TwLiu	Hash	Hoff.	Norr	Ts-Az	Ts-Hill	Tw-Exp	Yam-S	Lineal	Cuadr.
Carga Estimada 3D	10,35	12,50	12,15	13,0	11,95	12,15	14,10	12,70	-	-
Error cometido 3D	-9,29	9,55	6,49	13,94	4,73	6,49	23,58	11,31	-	-
Carga Estimada 2D	8,85	10,05	9,75	10,55	-	9,80	11,45	12,10	6,30	9,75
Error cometido 2D	-22,44	-11,92	-14,55	-7,54	-	-14,11	0,35	6,05	-44,79	-14,55

Cuadro resumen de error de flechas hasta retirada de extensómetros:

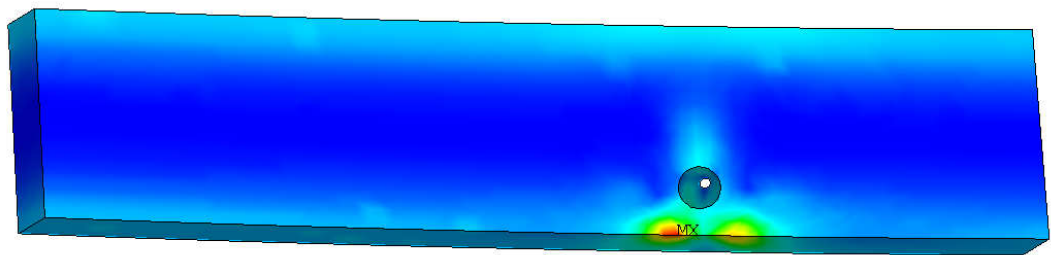
Modelo	Error de Pendiente (%)	Error máximo (%)
M.E.F. 2D	+8,43	+7,32
M.E.F. 3D	+17,33	+14,28

# Viga 5

Líneas de corriente tridimensionales:



Muestra de la distribución de agotamiento de un criterio de rotura tridimensional (Tsai-Hill, plotando las 4 componentes)



Cuadro resumen de predicción de carga de rotura:

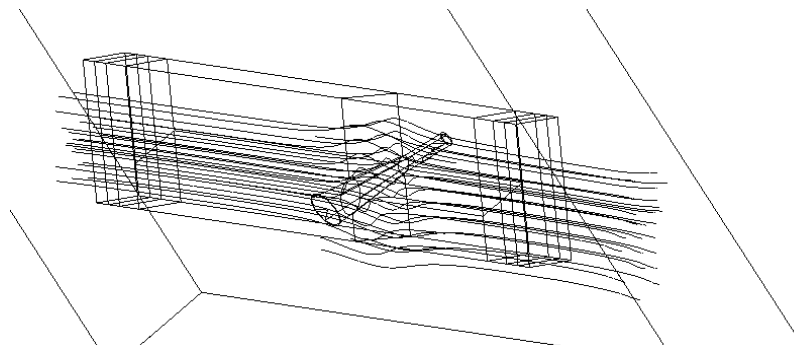
VIGA 5 Frot. = 11,31 kN	TwLiu	Hash	Hoff.	Norr	Ts-Az	Ts-Hill	Tw-Exp	Yam-S	Lineal	Cuadr.
Carga Estimada 3D	10,20	12,25	12,10	13,1	12,0	12,00	13,60	12,40	-	-
Error cometido 3D	-9,81	8,31	6,99	15,83	6,10	6,10	20,25	9,64	-	-
Carga Estimada 2D	8,30	9,70	9,40	10,20	-	9,45	11,00	11,35	6,10	9,45
Error cometido 2D	-26,61	-14,24	-16,89	-9,81	-	-16,45	-2,74	0,35	-46,07	-16,45

Cuadro resumen de error de flechas hasta retirada de extensómetros:

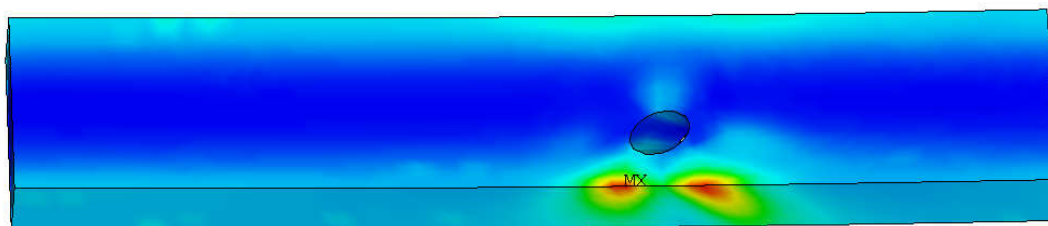
Modelo	Error de Pendiente (%)	Error máximo (%)
M.E.F. 2D	-17,76	-23,16
M.E.F. 3D	-12,79	-16,09

## Viga 6

Líneas de corriente tridimensionales:



Muestra de la distribución de agotamiento de un criterio de rotura tridimensional (Tsai-Hill, plotando las 4 componentes)



Cuadro resumen de predicción de carga de rotura:

VIGA 6 Frot. = 13,53 kN	TwLiu	Hash	Hoff.	Norr	Ts-Az	Ts-Hill	Tw-Exp	Yam-S	Lineal	Cuadr.
Carga Estimada 3D	9,15	11,05	12,45	14,10	12,85	12,55	12,80	12,20	-	-
Error cometido 3D	-32,37	-18,33	-7,98	4,22	-5,03	-7,24	-5,40	-9,83	-	-
Carga Estimada 2D	8,10	9,30	9,05	9,80	-	9,10	10,65	11,20	5,90	9,05
Error cometido 2D	-40,13	-31,26	-33,11	-27,57	-	-32,74	-21,29	-17,22	-56,39	-33,11

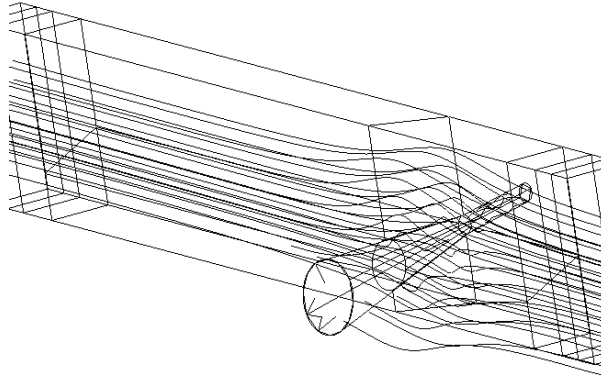
Cuadro resumen de error de flechas hasta retirada de extensómetros:

Modelo	Error de Pendiente (%)	Error máximo (%)
M.E.F. 2D	-11,57	-13,59
M.E.F. 3D	-4,93	-5,62

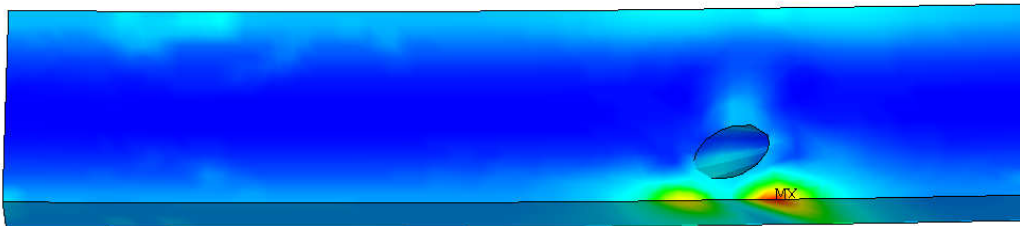


## Viga 7

Líneas de corriente tridimensionales:



Muestra de la distribución de agotamiento de un criterio de rotura tridimensional (Tsai-Hill, plotando las 4 componentes)



Cuadro resumen de predicción de carga de rotura:

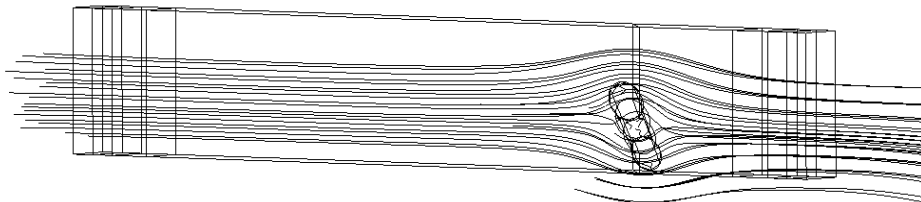
VIGA 7 Frot. = 12,58 kN	TwLiu	Hash	Hoff.	Norr	Ts-Az	Ts-Hill	Tw-Exp	Yam-S	Lineal	Cuadr.
Carga Estimada 3D	9,40	11,10	10,90	11,75	10,90	11,55	12,65	11,25	-	-
Error cometido 3D	-25,28	-11,76	-13,35	-6,60	-13,35	-8,19	0,56	-10,57	-	-
Carga Estimada 2D	6,10	7,10	6,90	7,30	-	6,90	7,90	8,65	4,50	6,90
Error cometido 2D	-51,51	-43,56	-45,15	-41,97	-	-45,15	-37,20	-31,24	-64,23	-45,15

Cuadro resumen de error de flechas hasta retirada de extensómetros:

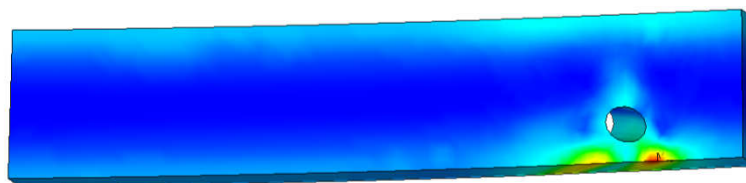
Modelo	Error de Pendiente (%)	Error máximo (%)
M.E.F. 2D	-13,46	-14,78
M.E.F. 3D	-4,22	-3,66

## Viga 8

Líneas de corriente tridimensionales:



Muestra de la distribución de agotamiento de un criterio de rotura tridimensional (Tsai-Hill, plotando las 4 componentes)



Cuadro resumen de predicción de carga de rotura:

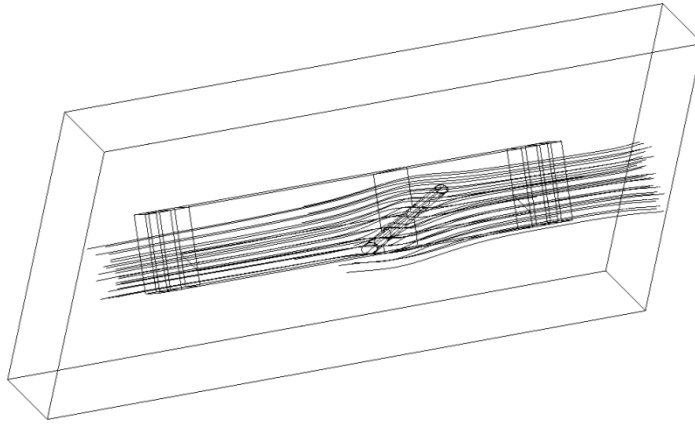
VIGA 8 Frot. = 14,25 kN	TwLiu	Hash	Hoff.	Norr	Ts-Az	Ts-Hill	Tw-Exp	Yam-S	Lineal	Cuadr.
Carga Estimada 3D	11,25	13,45	14,15	15,25	14,40	14,45	15,30	13,95	-	-
Error cometido 3D	-21,05	-5,61	-0,70	7,02	1,05	1,40	7,37	-2,11	-	-
Carga Estimada 2D	8,15	9,35	9,10	9,85	-	9,15	10,70	11,70	5,90	9,15
Error cometido 2D	-42,81	-34,39	-36,14	-30,88	-	-35,79	-24,91	-17,89	-58,60	-35,79

Cuadro resumen de error de flechas hasta retirada de extensómetros:

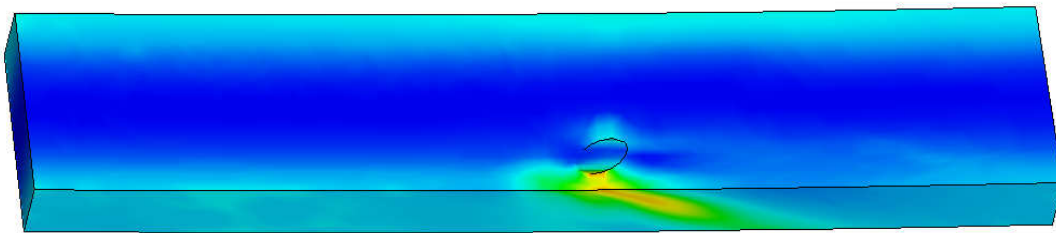
Modelo	Error de Pendiente (%)	Error máximo (%)
M.E.F. 2D	-20,86	-25,74
M.E.F. 3D	-12,03	-13,07

## Viga 9

Líneas de corriente tridimensionales:



Muestra de la distribución de agotamiento de un criterio de rotura tridimensional (Tsai-Hill, plotando las 4 componentes)



Cuadro resumen de predicción de carga de rotura:

VIGA 9 Frot. = 13,02 kN	TwLiu	Hash	Hoff.	Norr	Ts-Az	Ts-Hill	Tw-Exp	Yam-S	Lineal	Cuadr.
Carga Estimada 3D	9,05	11,20	12,65	13,50	13,50	12,85	15,20	12,85	-	-
Error cometido 3D	-30,49	-13,98	-2,84	3,69	3,69	-1,31	16,74	-1,31	-	-
Carga Estimada 2D	7,50	8,35	8,15	8,65	-	8,20	9,10	9,45	5,50	8,15
Error cometido 2D	-42,40	-35,87	-37,40	-33,56	-	-37,02	-30,11	-27,42	-57,76	-37,40

Cuadro resumen de error de flechas hasta retirada de extensómetros:

Modelo	Error de Pendiente (%)	Error máximo (%)
M.E.F. 2D	-9,84	-5,15
M.E.F. 3D	-9,84	-4,35

## Resumen de los resultados de la simulación empleando las constantes elásticas de acuerdo al M.O.E. según UNE 408

Los modelos de elementos finitos tridimensionales generados empleando unas relaciones elásticas de acuerdo al M.O.E. obtenido según la norma UNE 408, y un tamaño elemental de 10mm, han generado unas aproximaciones realmente precisas, en relación a investigaciones similares referidas en la última sección del capítulo 2 de esta tesis, véase por ejemplo Mitsuhasi 2008, Cramer 1990 y 1996, y Zandenberg 1988. Por su parte los modelos bidimensionales, han proporcionado unos resultados significativamente menos precisos, en cuanto a predicción de desplazamientos y carga de rotura, aunque la exactitud en la localización del inicio de fractura sea similar. En la siguiente tabla se sintetizan todos los parámetros obtenidos:

MODELO 3D	Ts.-Wu (Exp.)	Hashin	Hoff.	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Ts.-Wu (Liu)	Yam.	Lineal	Cuadr.
Error Abs. Carga Rotura (%)	18,37	10,189	5,915	9,149	5,163	4,553	14,951	7,965	-	-
Error. no Abs. Carga Rotura (%)	-18,37	-0,852	-0,290	7,683	-0,112	0,157	13,752	2,673	-	-
Error Abs. Pdte. Elástica (%)	9,872									
Error Abs. Flecha en L/2 (%)	10,051									
Error Max. Posición Rotura	En cualquier caso <25 mm									
MODELO 2D	Ts.-Wu (Exp.)	Hashin	Hoff.	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Ts.-Wu (Liu)	Yam.	Lineal	Cuadr.
Error Abs. Carga Rotura (%)	34,82	24,535	26,844	21,379	-	26,664	18,658	13,431	52,680	26,89
Error. no Abs. Carga Rotura (%)	-34,82	-24,54	-26,84	-21,38	-	-26,66	-12,30	-10,79	-52,68	-26,89
Error Abs. Pdte. Elástica (%)	13,875									
Error Abs. Flecha en L/2 (%)	15,716									
Error Max. Posición Rotura	En cualquier caso <25 mm									

Figura 7.2. Resultados del modelo con M.O.E. según 408 (E. P.)

Sin duda el modelo 3D es más preciso, pues el hecho de no considerar la conicidad de los nudos tiende a sobrevalorar el efecto de los mismos, tal y como puede observarse en la tabla anterior. Para este tamaño elemental, claramente el criterio fenomenológico más preciso ha sido el de Tsai-Hill, pudiendo predecir la carga de rotura con un error del 4,5%.

## 4. Contraste de la exactitud, precisión y fiabilidad de la técnica fotogramétrica

Tal como se detalló en el capítulo anterior de esta tesis, el error cometido en las estimaciones fotogramétricas se determinó a partir de los siguientes 2 aspectos:

- a) Cuantificar la diferencia de posición de los 9 puntos del tablero de 90 dianas que se colocó en la parte inferior del tercio central de cada viga, cuyas posiciones no fueron forzadas, como las de las 81 dianas restantes (*“Control Points”*, que se utilizaron para escalar, orientar y darle exactitud al experimento), aunque sí eran conocidas de antemano.
- b) Cuantificar el desplazamiento de las dianas adheridas a los extensómetros en cada una de las 3 direcciones del espacio, conociendo la diferencia de posición fotogramétrica, y el tiempo exacto entre secuencias, es posible comparar estas distancias con aquellas medidas con los extensómetros.

Por otra parte, a partir de la medición de estos errores, las *Técnicas Fotogramétricas* o métodos de medición en fotografías, son habitualmente contrastados a partir de cuantificar uno ó varios de los parámetros que se detallan a continuación:

- Exactitud: indica lo próximos que son los valores estimados mediante la técnica fotogramétrica de los valores reales. Se suele por tanto determinar a partir de la diferencia de posición, ó distancia entre puntos cuyas coordenadas ó separación resulta conocida de antemano, llamados *“Check Points”*.
- Precisión: indica la variabilidad del error obtenido en los distintos *Check Points* de un experimento, es decir, mide la estabilidad de la técnica fotogramétrica en un experimento, cuanto fiable es el dato de exactitud media obtenido en el proceso anterior. Aunque es posible calcular la precisión de otros modos, en esta tesis será cuantificada como la desviación estándar del error de exactitudes en las coordenadas (X,Y,Z) obtenidas en el conjunto de *Check Points*.
- Fiabilidad: un último contraste que se puede realizar es determinar si la exactitud media obtenida con esta técnica se repetiría ó no al llevar a cabo más experimentos en condiciones similares, es

decir cuál es la desviación de la exactitud media entre experimentos. Este parámetro también puede ser contrastado de más formas, pero en ésta tesis se medirá como la desviación estándar de las exactitudes medias obtenidas en cada una de las vigas.

El proceso seguido para la obtención de estos parámetros es el que se detalla a continuación:

a) Primeramente se escogen 3 secuencias de fotogramas en cada viga, que permitirán contrastar los 9 *Check Points* del tablero en tres instantes a lo largo de cada ensayo, y una diferencia de posición, ó distancias verticales de acuerdo al recorrido de las dianas adheridas a los extensómetros encargados de medir la flecha global en  $L/2$ . Este proceso es similar en todas las vigas excepto en la viga número 2 (control), en la que se eligieron 4 secuencias, que permitieron contrastar adicionalmente en 2 instantes, los recorridos verticales de otro extensómetro, el desplazamiento de un extensómetro colocado axialmente respecto de la viga (coordenadas X), y los corrimientos de otro perpendicular a las caras de la misma (coordenadas Z). En cualquier caso las secuencias fueron elegidas de forma que estuviesen lo más separadamente posible en el tiempo, con el fin de que las diferencias de posición o procesado fuesen evidentes, de este modo las tres secuencias que se nombraron anteriormente se correspondieron aproximadamente con el momento de inicio de los ensayos, un momento anterior a la retirada de los extensómetros, y otro momento próximo a la rotura sin que se llegase a producir la entrada en plasticidad en cada una de las vigas, tal y como se ejemplifica a continuación en el ensayo del primer espécimen. A partir del registro exacto del instante de cada fotografía, y la interconexión con la prensa tal como se explicó en el capítulo anterior se pudieron adicionalmente extraer el tiempo exacto de ensayo, el recorrido de cada extensómetro, y la carga aplicada en el momento preciso:

VIGA 1	FOTOGRAMA 1 (Inicio Ensayo)	VARIABLES EXTRAÍDAS
Inicio ensayo	11/06/2010 00:22:34.73	Tiempo = 0 s
Tiempo fotograma	11/06/2010 00:22:34.73	Carga aplicada = 0 kN
VIGA 1	FOTOGRAMA 26 (Retirada Extensómetro)	VARIABLES EXTRAÍDAS
Inicio ensayo	11/06/2010 00:22:34.73	Tiempo = 128,92 s
Tiempo fotograma	11/06/2010 00:24:43.65	Carga Aplicada = 5,270435226 kN
		Flecha Extensómetro = 12,99243402 mm
VIGA 1	FOTOGRAMA 58 (Rotura Próxima)	VARIABLES EXTRAÍDAS
Inicio ensayo	11/06/2010 00:22:34.73	Tiempo = 284,27 s
Tiempo fotograma	11/06/2010 00:27:19.00	Carga Aplicada = 13,810235478 kN

b) El siguiente paso consiste en indicarle al programa cuales son los archivos de calibración de las cámaras, para que pueda conocer los parámetros internos de distorsión de lente y el resto de variables propias de cada equipo, con el fin de que conozca la forma que tienen los haces perspectivos en cada máquina. El proceso sigue indicando las secuencias de fotogramas a procesar, diferenciando los grupos de fotos que fueron tomados con cada cámara, pudiendo reconocer de forma automática las dianas codificadas y chinchetas que fueron recogidas en cada fotografía, tal y como se muestra en la siguiente imagen:

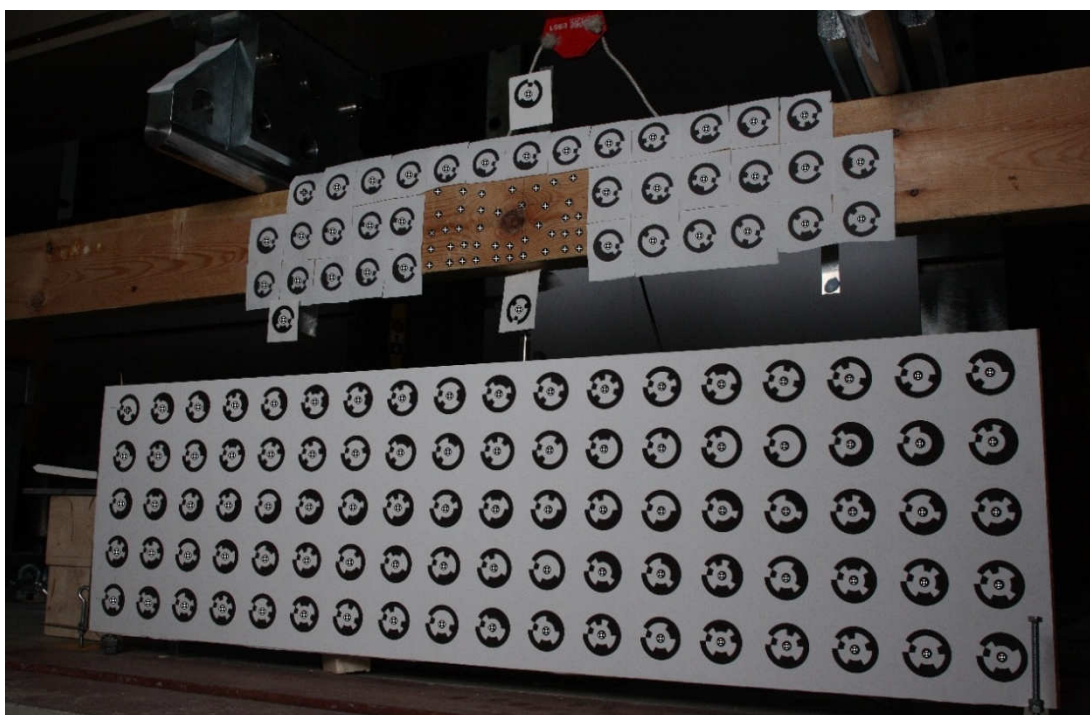


Figura 7.3. Reconocimiento de los nodos de medición en cada fotografía (E. P.)

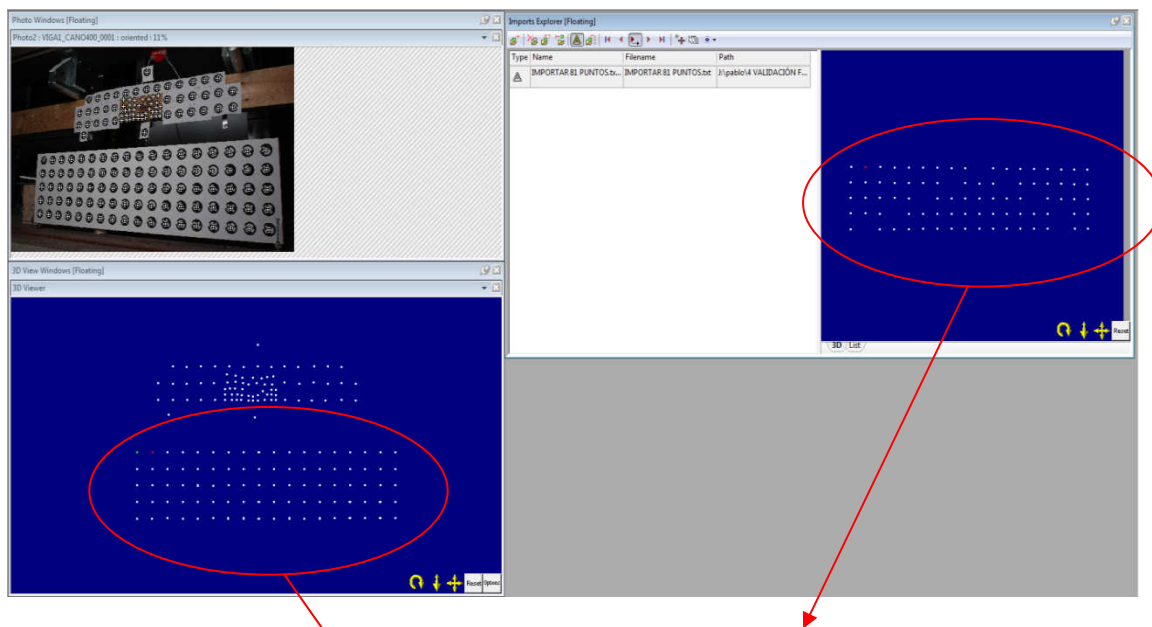
c) Una vez que todos los puntos de interés han sido reconocidos se fuerza la posición de los 81 *Control Points*, haciendo coincidir el origen de coordenadas fotogramétrico con la diana inferior izquierda, tal y como se midieron a priori con el software CAD y el calibre digital. Esta tarea es muy rutinaria ya que se trata de indicarle al programa que las siguientes dianas poseen las estas coordenadas:

COORDENADAS DIANAS EN TABLERO				
	Número de diana en tablero	Número codificado en el software	Coordenada X (mm)	Coordenada Y (mm)
CONTROL	18	200	1020,0379	0,6703
CONTROL	17	201	960,2812	0,4758
MEDICION	16	202	900,0380	0,2203
CONTROL	15	203	840,0380	0,2081
CONTROL	14	204	778,8794	0,1958
CONTROL	13	205	720,0380	0,1838
CONTROL	12	206	660,0380	0,1717
CONTROL	11	207	600,2810	0,4029

CONTROL	10	208	540,0380	0,1474
CONTROL	9	209	480,0380	0,1352
CONTROL	8	210	420,2813	0,3664
CONTROL	7	211	359,8556	0,3542
CONTROL	6	212	300,2812	0,3421
CONTROL	5	213	240,0380	0,0866
CONTROL	4	214	180,0379	0,0744
CONTROL	3	215	120,2810	0,3056
MEDICION	2	216	60,0380	0,0502
CONTROL	1	217	0,0000	0,0000
CONTROL	36	218	1020,0259	60,1230
CONTROL	35	219	959,7522	60,4757
MEDICION	34	220	900,0259	60,2204
CONTROL	33	221	839,8436	60,4514
CONTROL	32	222	780,0258	60,6217
CONTROL	31	223	720,2688	60,4272
CONTROL	30	224	660,0258	60,4150
CONTROL	29	225	599,8434	60,4028
CONTROL	28	226	540,0259	60,1474
CONTROL	27	227	480,0258	60,3785
CONTROL	26	228	420,0259	60,1231
CONTROL	25	229	360,0259	60,1109
CONTROL	24	230	300,0259	60,0988
CONTROL	23	231	240,0259	60,0866
MEDICION	22	232	179,8434	60,3177
CONTROL	21	233	120,0259	60,0624
CONTROL	20	234	60,2691	60,2935
CONTROL	19	235	0,0259	60,0381
CONTROL	54	236	1020,0518	120,5075
CONTROL	53	237	960,2570	120,4758
CONTROL	52	238	900,2566	120,4636
CONTROL	51	239	840,2567	120,4515
MEDICION	50	240	780,4957	120,6218
CONTROL	49	241	720,0137	120,1839
CONTROL	48	242	660,0136	120,5974
CONTROL	47	243	600,2570	120,4029
CONTROL	46	244	540,2569	120,3907
CONTROL	45	245	480,2570	120,3786
CONTROL	44	246	420,0136	120,5488
CONTROL	43	247	360,2567	120,3543
MEDICION	42	248	300,0137	120,0989
CONTROL	41	249	240,0137	120,0867
CONTROL	40	250	180,0137	120,5001
CONTROL	39	251	119,8313	120,3056
CONTROL	38	252	60,0137	120,4758
CONTROL	37	253	0,2570	120,2813
CONTROL	72	254	1020,0016	180,2447
CONTROL	71	255	960,0016	180,2325
CONTROL	70	256	900,0015	180,6460
CONTROL	69	257	840,0016	180,2081
CONTROL	68	258	779,8191	180,4392
CONTROL	67	259	720,2447	180,4272
MEDICION	66	260	660,0015	180,5974
CONTROL	65	261	600,2448	180,4029
CONTROL	64	262	540,0016	180,1474
CONTROL	63	263	480,2445	180,3786
MEDICION	62	264	420,2444	180,3664
CONTROL	61	265	360,2448	180,3543
CONTROL	60	266	300,0016	180,0989
CONTROL	59	267	240,0015	180,3299
CONTROL	58	268	180,0016	180,0745
CONTROL	57	269	120,0016	180,0624
CONTROL	56	270	60,0016	180,0502
CONTROL	55	271	0,0015	180,4637
CONTROL	90	272	1019,9894	240,2446
CONTROL	89	273	959,9894	240,2324
CONTROL	88	274	899,9894	240,2203
CONTROL	87	275	839,9893	240,6337
CONTROL	86	276	779,9894	240,1960
CONTROL	85	277	720,2327	240,4272
CONTROL	84	278	660,2323	240,4150
CONTROL	83	279	600,2324	240,4029
MEDICION	82	280	539,9894	240,3907
CONTROL	81	281	479,9893	240,5609
CONTROL	80	282	419,9893	240,1231
CONTROL	79	283	360,2326	240,3543
CONTROL	78	284	299,9894	240,0988
CONTROL	77	285	239,9894	240,0866
CONTROL	76	286	180,2323	240,3178
CONTROL	75	287	119,8070	240,3056
CONTROL	74	288	60,2323	240,2935
CONTROL	73	289	0,2327	240,2813



Por lo que se creó una macro en el lenguaje de programación del software que era capaz de realizar esta tarea automáticamente, de esta forma únicamente habría que relacionar los 81 puntos importados (esquina superior derecha de la siguiente imagen) con sus homólogos que fueron reconocidos previamente a partir de las fotografías iniciales (esquina inferior izquierda de la siguiente imagen):



81 Control Points Importados

Correlación con 81 de los puntos del tablero que fueron reconocidos y orientados automáticamente

- c) Llegados a este punto la fotografía puede ser correctamente escalada y reorientada, por lo que tras reprocesar todos los datos, es posible obtener una precisa estimación fotogramétrica de la posición de todos los puntos que fueron reconocidos automáticamente con anterioridad, pudiendo contrastar de forma inmediata la exactitud, y precisión obtenida en los *Check Points* en cada una de las 3 secuencias elegidas inicialmente, tal y como se refleja en la siguiente tabla relativa al fotograma número 26 (secuencia 2):

d)

Id	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	Contr.o	Err.X(mm)	Err.Y(mm)	Err.Z(mm)	E abs X	E abs Y	E abs Z
20	1020,0379	0,6703	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
20	960,2812	0,4758	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
20	899,611963	0,13911115	-	no	-	-	-	0,42603656	0,0811888	0,2576235
20	840,038	0,2081	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
20	778,8794	0,1958	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
20	720,038	0,1838	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
20	660,038	0,1717	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
20	600,281	0,4029	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
20	540,038	0,1474	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
20	480,038	0,1352	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
21	420,2813	0,3664	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
21	359,8556	0,3542	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
21	300,2812	0,3421	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
21	240,038	0,0866	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
21	180,0379	0,0744	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO

21	120,281	0,3056	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
21	59,7535087	-0,103198	0,085791045	no	-	-	0,085791045	0,28449130	0,1533984	0,0857910
21	0	0	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
21	1020,0259	60,123	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
21	959,7522	60,4757	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
22	899,719091	60,1795367	-	no	-	-	-	0,30680862	0,0408632	0,0985330
22	839,8436	60,4514	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
22	780,0258	60,6217	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
22	720,2688	60,4272	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
22	660,0258	60,415	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
22	599,8434	60,4028	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
22	540,0259	60,1474	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
22	480,0258	60,3785	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
22	420,0259	60,1231	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
22	360,0259	60,1109	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
23	300,0259	60,0988	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
23	240,0259	60,0866	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
23	179,68089	60,1063312	-	no	-	-0,21136871	-	0,16251001	0,2113687	0,1118458
23	120,0259	60,0624	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
23	60,2691	60,2935	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
23	0,0259	60,0381	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
23	1020,0518	120,5075	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
23	960,257	120,4758	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
23	900,2566	120,4636	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
23	840,2567	120,4515	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
24	780,609195	120,618028	0,042827277	no	0,113495829	-	0,042827277	0,11349582	0,0037715	0,0428272
24	720,0137	120,1839	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
24	660,0136	120,5974	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
24	600,257	120,4029	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
24	540,2569	120,3907	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
24	480,257	120,3786	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
24	420,0136	120,5488	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
24	360,2567	120,3543	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
24	300,042233	119,941211	-	no	0,028533187	-0,15768855	-	0,02853318	0,1576885	0,1608716
24	240,0137	120,0867	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	180,0137	120,5001	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	119,8313	120,3056	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	60,0137	120,4758	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	0,257	120,2813	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	1020,0016	180,2447	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	960,0016	180,2325	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	900,0015	180,646	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	840,0016	180,2081	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	779,8191	180,4392	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
25	720,2447	180,4272	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
26	660,299667	180,681667	0,132511	no	0,298167791	0,084267185	0,132511	0,29816779	0,0842671	0,132511
26	600,2448	180,4029	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
26	540,0016	180,1474	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
26	480,2445	180,3786	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
26	420,518187	180,368533	-	no	0,273787303	0,002133369	-	0,27378730	0,0021333	0,0500100
26	360,2448	180,3543	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
26	300,0016	180,0989	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
26	240,0015	180,3299	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
26	180,0016	180,0745	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
26	120,0016	180,0624	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	60,0016	180,0502	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	0,0015	180,4637	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	1019,9894	240,2446	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	959,9894	240,2324	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	899,9894	240,2203	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	839,9893	240,6337	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	779,9894	240,196	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	720,2327	240,4272	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	660,2323	240,415	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
27	600,2324	240,4029	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
28	540,461613	240,614311	0,134033804	no	0,47221328	0,223611825	0,134033804	0,47221328	0,2236118	0,1340338
28	479,9893	240,5609	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
28	419,9893	240,1231	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
28	360,2326	240,3543	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
28	299,9894	240,0988	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
28	239,9894	240,0866	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
28	180,2323	240,3178	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
28	119,807	240,3056	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
28	60,2323	240,2935	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
28	0,2327	240,2813	0	yes	NO	NO	NO	NO	NO	NO
					Error X	Error Y	Error Z	E abs X	E abs Y	E abs Z
				Media	0,0007	-0,0376	-0,0315	0,2629	0,1065	0,1193
				Desviac	0,3130	0,1350	0,1382	0,1421	0,0840	0,0647

Figura 7.4. Estimación del error a partir de los Control Points del tablero (E. P.)

Obteniendo análogamente la exactitud y precisión en la secuencia número 1 (fotograma número 1):

	Error X (mm)	Error Y (mm)	Error Z(mm)	E abs X(mm)	E abs Y(mm)	E abs Z(mm)
Media	-0,0562	-0,0858	-0,0670	0,3377	0,1587	0,1440
Desviación	0,4547	0,2256	0,1555	0,2865	0,1756	0,0769

Y en la secuencia número 3 (fotograma número 58):

	Error X(mm)	Error Y(mm)	Error Z(mm)	E abs X(mm)	E abs Y(mm)	E abs Z(mm)
Media	-0,6000	0,0191	0,1626	0,8611	0,2309	0,5007
Desviación	1,0936	0,2970	0,7462	0,8757	0,1694	0,5518

Por su parte, la exactitud de las dianas adheridas a los extensómetros obviamente debe de ser cuantificada a partir de la diferencia entre las estimaciones fotogramétricas de las secuencias 1 (inicio) y 2 (anterior a retirada de extensómetros), que en este caso resulta:

	X(mm)	Y(mm)	Z(mm)
Posición Diana Flecha (Id 69) en Secuencia 1	462,6347813	378,2515444	-195,6426984
Posición Diana Flecha (Id 69) en Secuencia 2	461,2154878	365,1677861	-196,7521622
Diferencia de posición Fotogramétrica	-1,419293461	-13,08375838	-1,109463826
Flecha medida con Extensómetro	-	-12,99243402	-
Error	-	0,091324352	-
Error Absoluto	-	0,091324352	-

Figura 7.5. Estimación del error a partir del desplazamiento de los extensómetros (E. P.)

e) Este proceso se repite en el resto de vigas, obteniendo los siguientes resultados medios en el conjunto de los ensayos:

Contraste de los *Check Points* (unidades en mm):

	ERROR X	ERROR Y	ERROR Z	[ERROR X]	[ERROR Y]	[ERROR Z]
MEDIA	-0,0317	-0,0141	-0,0141	0,2158	0,1426	0,1413
DESVIACIÓN	0,2711	0,1808	0,1816	0,1673	0,1103	0,1147

Figura 7.6. Exactitud y Precisión de la técnica fotogramétrica empleada (E. P.)

Contraste de las dianas adheridas a los extensómetros (unidades en mm):

	NO ABSOLUTO	ABSOLUTO
ERROR X	-0,021253773436	0,021253773436
ERROR Y	-0,176999465654	0,028329164136
ERROR Z	-0,029061062310	0,088426787503

Como puede observarse el error absoluto medido en las dianas adheridas a los extensómetros es ligeramente menor, por otro lado debe de considerarse que el rango de datos empleados en el contraste de los *Check Points* es mucho mayor. Adicionalmente también se debe de tener en cuenta, que el registro de la deformación de los extensómetros, funciona por impulsos en determinados instantes de tiempo, y que estos impulsos deben de recorrer un circuito eléctrico hasta que puedan ser guardados correctamente en el ordenador, por todo ello se estima oportuno emplear los datos de exactitud relativos a los *Check Points* para cuantificar la exactitud, precisión y fiabilidad de esta técnica fotogramétrica (más desfavorables), por consiguiente se concluye que:

- La exactitud fotogramétrica ha sido calculada como la media del error absoluto de coordenadas en las 9 vigas, siendo de **0,216 mm en la dirección X; 0,143 mm en Y;** (dirección de flechas) y **0,141 mm en la dirección Z.** Teniendo en cuenta que el tamaño del plano fotografiado en la posición de la viga es de aproximadamente 1350x875 mm, el error absoluto relativo alcanzado con esta técnica puede ser expresado en ese plano con una relación de **1/6200 mm/mm.**

Con las constantes elásticas empleadas en este experimento ( $M.O.E. = 10.000 \text{ N/mm}^2$ ) para poder valorar un cambio de tensiones de  $\pm 1 \text{ N/mm}^2$  suponiendo que permanece un estado uniaxial de tensiones a lo largo de 5 cm en la dirección axial de la viga, se debería de poder apreciar una deformación unitaria de 0,0001 mm/mm, es decir, un cambio longitudinal en ese tramo de 0,005 mm, lo cual obviamente resulta imposible. Bien distinto sería si el estado de tensiones fuese claramente uniaxial, en ese caso, dado que la fotografía consigue capturar 1350 mm de viga, un cambio de  $1 \text{ N/mm}^2$ , implicaría una diferencia longitudinal entre extremos de 0,135 mm, lo cual si podría ser útil en estados avanzados de carga, y mucho más útil resultaría en cuantificaciones transversales en las que el módulo elástico es muy inferior.

Sin embargo, sí se puede contrastar de manera bastante fiable el campo de desplazamientos verticales, pues considerando que la flecha alcanza un valor medio aproximado de 34,75 mm antes de la rotura, con esa exactitud media vertical, éstas podrían ser estimadas con una exactitud del 0,41% en ese instante, lo cual puede resultar muy interesante por lo que se llevará a cabo un contraste de flechas en los nodos considerados del M.E.F. en este experimento.

- En cuanto a la precisión, que ha sido contabilizada como la desviación estándar media de los errores no absolutos en cada viga, ha sido de **0,271 mm en la dirección X; 0,181 mm en la dirección Y; y 0,182 mm en la dirección Z**. Como el error medio de coordenadas verticales fue de -0,0141 mm, asumiendo una distribución normal del error, puede estimarse que el 68,2% de flechas serán estimadas con una exactitud entre -0,195 y 0,167 mm.
- Finalmente, la fiabilidad del método ha sido cuantificada como la desviación estándar observada entre los errores medios absolutos de los ensayos, obteniendo **0,155 mm en la dirección X; 0,047 mm en la dirección Y; y 0,059 mm en la dirección Z**. Por lo que, admitiendo de nuevo una distribución normal, el error medio de la exactitud de flechas en el 68,2% de los experimentos se encontrará entre 0,094 y 0,188 mm.

## 5. Contraste del campo de desplazamientos de los M.E.F. mediante la fotogrametría

Tal y como se ha comentado en la sección anterior, en este apartado se contrastará la flecha de todos aquellos nodos de los M.E.F. tridimensionales, que fueron elegidos a priori, y en los que fueron emplazadas dianas codificadas en aquellas zonas limpias de defectos (codificación de 1 a 100), y chinchetas negras (codificación de 1000 a 2000) en aquellos lugares próximos a los nudos. El proceso que se debe de seguir es bastante paralelo al que se comentó en el punto anterior, puesto que al mismo tiempo que se estima la posición de las dianas del tablero, también se obtiene automáticamente la posición de todos los puntos de medición de las vigas. Así por ejemplo en la secuencia 1 de la viga 1, es posible obtener las siguientes coordenadas:

VIGA 1 - SECUENCIA 1 - COORDENADAS FOTOGRAMETRÍA - t = 0 seg - F = 0 kN			
Id	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
2	112,5857393	577,5366136	-187,7339614
3	172,4762899	577,2798595	-186,2373011
4	233,3375882	577,9067706	-185,5115775
5	293,6377899	578,1337135	-184,511594
6	354,4187471	577,612901	-183,3471049
7	415,2781531	576,9428272	-181,905651
8	476,0729364	577,8746837	-180,6679698
9	533,6601731	576,1164845	-179,7355219
10	591,4710364	576,7697346	-179,056936
11	649,6528858	576,1504066	-178,9180967
12	716,7644221	576,7290498	-176,6656316
13	774,5968125	576,5498453	-176,5458907
14	833,7029383	575,3421475	-176,043173
16	49,76190377	511,4666197	-186,1891527
17	113,4548423	510,973195	-185,2273001
18	170,7869987	510,8009514	-184,4059957
19	233,8071952	511,7923728	-183,5724383
20	288,0738884	511,2601399	-182,5146103
21	589,4586035	512,9752284	-177,0061596
22	655,2560802	509,0042389	-176,1993146
23	714,0740683	512,8884423	-175,1343369
24	775,6767995	507,7865831	-174,5207453
25	833,9731941	511,2368794	-174,0506562
26	894,696107	509,5169505	-173,4852878
27	49,73483794	444,8919381	-186,6601975
28	112,6518521	444,9779623	-185,4980461
29	173,4229506	444,653328	-184,5083758
30	233,6647942	445,1564142	-183,4177578
31	295,0877857	445,0200927	-181,8711324
32	592,2694835	444,4031338	-176,6941043
33	650,2689384	443,8732928	-176,0659438
34	707,9244162	443,7223224	-174,7252259
35	765,6995435	442,7865358	-173,5955968
36	832,063176	444,6136476	-172,8385225
37	893,5931955	443,3680848	-172,4793985
1029	534,2083642	445,4901134	-177,6163244
1030	506,491262	445,3188499	-178,0551094
1031	456,7006575	442,785448	-178,7216134
1032	436,4601734	443,4500746	-179,3680359
1033	406,2372749	445,1730824	-179,9760525
1034	385,8130629	445,3749199	-180,4159419
1035	366,2311358	445,4023592	-180,6950126
1162	342,7058427	546,6568985	-182,3686282
1163	382,6400667	542,071359	-181,6612071
1164	411,8030516	534,2393595	-180,9207448
1165	456,6628421	533,739047	-180,1738282
1166	346,4036558	513,7203909	-181,4494422
1167	380,8173956	516,7765507	-180,8033346
1168	492,0773291	531,2031261	-179,2114232
1169	516,9668441	535,3798555	-178,7824862
1170	543,2454624	537,7503854	-178,3816916
1171	412,0863179	511,2824287	-180,3757223
1172	336,7844203	489,0137534	-181,3171682
1173	436,7624644	505,6903339	-179,7814409
1174	358,6431852	490,8718473	-180,8538649
1175	472,4382475	510,6322562	-179,1018459
1176	379,4991874	490,6928141	-180,1886503
1177	411,2993065	488,0143432	-179,3358342
1178	505,1837195	505,2273484	-178,1882761
1179	538,3545184	505,8870023	-177,6737066
1180	336,5418031	466,6159133	-180,9833299
1181	366,975035	466,7687027	-180,3810955
1182	388,3838879	467,3623181	-179,9877656
1183	407,155101	464,4903203	-179,3322557
1184	497,1287353	481,0260827	-177,6210531
1185	534,3431932	486,2443336	-177,1589702
1186	335,5076696	445,2258161	-181,2456016
1187	552,6103901	485,8770364	-176,8048708

1188	435,9271156	460,6202855	-178,8921244
1189	477,5593993	463,8457956	-178,1784842
1190	456,3863038	457,9672121	-178,7670796
1191	516,0698066	467,3620972	-177,2874178
1192	534,3244	465,7418373	-176,7994438
1193	553,6649922	465,0547559	-176,5648442
1194	475,6299222	443,5191963	-178,4173893
1195	553,5873857	444,611602	-177,3304563

Que, identificando y restando la diana o chincheta que determina el origen de coordenadas de los M.E.F., en este caso chincheta 1175, se obtienen las coordenadas propias de los M.E.F.:

VIGA 1 – SECUENCIA 1 – COORDENADAS FOTOGRAMÉTRIA EN ORIGEN M.E.F. - t = 0 seg – F = 0 kN			
Id	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
2	-359,852508123853	66,904357418030	-8,632115541284
3	-299,961957546934	66,647603306649	-7,135455175754
4	-239,100659295271	67,274514476991	-6,409731645136
5	-178,800457540095	67,501457386426	-5,409748094838
6	-118,019500399587	66,980644839334	-4,245259051655
7	-57,160094404029	66,310571073623	-2,803805158177
8	3,634688983182	67,242427551199	-1,566123967101
9	61,221925666661	65,484228391364	-0,633676029940
10	119,032788899686	66,137478403003	0,044909867454
11	177,214638361151	65,518150489635	0,183749214699
12	244,326174654206	66,096793690917	2,436214295858
13	302,158565049585	65,917589137977	2,555955215940
14	361,264690869504	64,709891350751	3,058672903544
16	-422,676343693592	0,834363575970	-7,087306813247
17	-358,983405133600	0,340938805788	-6,125454190919
18	-301,651248715012	0,168695288969	-5,304149814572
19	-238,631052299796	1,160116692183	-4,470592438263
20	-184,364359097025	0,627883727975	-3,412764399596
21	117,020356033467	2,342972270735	2,095686263500
22	182,817832712508	-1,628017297422	2,902531293278
23	241,635820845515	2,256186169548	3,967508951604
24	303,238552063922	-2,845673104264	4,581100593994
25	361,534946674215	0,604623222896	5,051189661383
26	422,257859574103	-1,115305643437	5,616558067589
27	-422,703409524140	-65,740318062414	-7,558351622868
28	-359,786395318998	-65,654293861778	-6,396200189001
29	-299,015296843064	-65,978928119477	-5,406529892728
30	-238,773453289461	-65,475841951164	-4,315911924772
31	-177,350461769818	-65,612163447616	-2,769286497421
32	119,831236047669	-66,229122381143	2,407741609093
33	177,830690892873	-66,758963316437	3,035902057747
34	235,486168706531	-66,909933807223	4,376619964612
35	293,261296056027	-67,845720361954	5,506249128804
36	359,624928573998	-66,018608588250	6,263323411436
37	421,154948041513	-67,264171402383	6,622447414280
1029	61,770116700175	-65,142142753721	1,485521503709
1030	34,053014514839	-65,313406216967	1,046736482409
1031	-15,737589987849	-67,846808180976	0,380232452657
1032	-35,978074070134	-67,182181564881	-0,266190006453
1033	-66,200972536819	-65,459173768348	-0,874206634119
1034	-86,625184589430	-65,257336262029	-1,314095977935
1035	-106,207111632332	-65,229896969255	-1,593166709731
1162	-129,732404747616	36,024642389516	-3,266782329928
1163	-89,798180714931	31,439102888355	-2,559361209031
1164	-60,635195908815	23,607103331344	-1,818898920176

1165	-15,775405399914	23,106790813255	-1,071982340529
1166	-126,034591640659	3,088134727393	-2,347596339139
1167	-91,620851870150	6,144294574524	-1,701488702464
1168	19,639081668317	20,570869896385	-0,109577329233
1169	44,528596664382	24,747599354707	0,319359676066
1170	70,807214901000	27,118129249143	0,720154317921
1171	-60,351929537113	0,650172548244	-1,273876452331
1172	-135,653827127243	-21,618502776046	-2,215322298900
1173	-35,675783093963	-4,941922255800	-0,679595010330
1174	-113,795062241511	-19,760408902760	-1,752019056004
1175	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
1176	-92,939060105799	-19,939442091775	-1,086804432251
1177	-61,138940979662	-22,617912990098	-0,233988309411
1178	32,745472048141	-5,404907722714	0,913569780482
1179	65,916270906913	-4,745253821624	1,428139282408
1180	-135,896444378976	-44,016342897890	-1,881484051966
1181	-105,463212432014	-43,863553408609	-1,279249646597
1182	-84,054359590902	-43,269938052768	-0,885919675496
1183	-65,283146466314	-46,141935812048	-0,230409862195
1184	24,690487799521	-29,606173413556	1,480792747846
1185	61,904945727713	-24,387922586421	1,942875674323
1186	-136,930577824863	-65,406440081463	-2,143755686395
1187	80,172142644250	-24,755219752115	2,296975102099
1188	-36,511131904383	-50,011970707295	0,209721527658
1189	5,121151860932	-46,786460536999	0,923361700676
1190	-16,051943625805	-52,665044041494	0,334766274458
1191	43,631559185963	-43,270158964075	1,814428047736
1192	61,886152539571	-44,890418810916	2,302402073239
1193	81,226744704036	-45,577500236213	2,537001669118
1194	3,191674747038	-67,113059906079	0,684456535062
1195	81,149138216650	-66,020654135686	1,771389602872

Una vez obtenidas las coordenadas fotogramétricas en la primera secuencia de acuerdo al sistema de coordenadas empleado en el M.E.F., es posible crear una macro en el lenguaje del software de elementos finitos, que busque cuál es el nodo del modelo de simulación más cercano a cada uno de estos puntos, numerándolo de la misma forma que en la fotogrametría, en este caso:

DIANA	2	=	NODE(	-359,852508123853	,	66,904357418030	,	-8,632115541284	)
DIANA	3	=	NODE(	-299,961957546934	,	66,647603306649	,	-7,135455175754	)
DIANA	4	=	NODE(	-239,100659295271	,	67,274514476991	,	-6,409731645136	)
DIANA	5	=	NODE(	-178,800457540095	,	67,501457386426	,	-5,409748094838	)
DIANA	6	=	NODE(	-118,019500399587	,	66,980644839334	,	-4,245259051655	)
DIANA	7	=	NODE(	-57,160094404029	,	66,310571073623	,	-2,803805158177	)
DIANA	8	=	NODE(	3,634688983182	,	67,242427551199	,	-1,566123967101	)
DIANA	9	=	NODE(	61,221925666661	,	65,484228391364	,	-0,633676029940	)
DIANA	10	=	NODE(	119,032788899686	,	66,137478403003	,	0,044909867454	)
DIANA	11	=	NODE(	177,214638361151	,	65,518150489635	,	0,183749214699	)
DIANA	12	=	NODE(	244,326174654206	,	66,096793690917	,	2,436214295858	)
DIANA	13	=	NODE(	302,158565049585	,	65,917589137977	,	2,555955215940	)
DIANA	14	=	NODE(	361,264690869504	,	64,709891350751	,	3,058672903544	)
DIANA	16	=	NODE(	-422,676343693592	,	0,834363575970	,	-7,087306813247	)
DIANA	17	=	NODE(	-358,983405133600	,	0,340938805788	,	-6,125454190919	)
DIANA	18	=	NODE(	-301,651248715012	,	0,168695288969	,	-5,304149814572	)
DIANA	19	=	NODE(	-238,631052299796	,	1,160116692183	,	-4,470592438263	)
DIANA	20	=	NODE(	-184,364359097025	,	0,627883727975	,	-3,412764399596	)
DIANA	21	=	NODE(	117,020356033467	,	2,342972270735	,	2,095686263500	)
DIANA	22	=	NODE(	182,817832712508	,	-1,628017297422	,	2,902531293278	)
DIANA	23	=	NODE(	241,635820845515	,	2,256186169548	,	3,967508951604	)



DIANA	24	=	NODE(	303,238552063922	,	-2,845673104264	,	4,581100593994	)
DIANA	25	=	NODE(	361,534946674215	,	0,604623222896	,	5,051189661383	)
DIANA	26	=	NODE(	422,257859574103	,	-1,115305643437	,	5,616558067589	)
DIANA	27	=	NODE(	-422,703409524140	,	-65,740318062414	,	-7,558351622868	)
DIANA	28	=	NODE(	-359,786395318998	,	-65,654293861778	,	-6,396200189001	)
DIANA	29	=	NODE(	-299,015296843064	,	-65,978928119477	,	-5,406529892728	)
DIANA	30	=	NODE(	-238,773453289461	,	-65,475841951164	,	-4,315911924772	)
DIANA	31	=	NODE(	-177,350461769818	,	-65,612163447616	,	-2,769286497421	)
DIANA	32	=	NODE(	119,831236047669	,	-66,229122381143	,	2,407741609093	)
DIANA	33	=	NODE(	177,830690892873	,	-66,758963316437	,	3,035902057747	)
DIANA	34	=	NODE(	235,486168706531	,	-66,909933807223	,	4,376619964612	)
DIANA	35	=	NODE(	293,261296056027	,	-67,845720361954	,	5,506249128804	)
DIANA	36	=	NODE(	359,624928573998	,	-66,018608588250	,	6,263323411436	)
DIANA	37	=	NODE(	421,154948041513	,	-67,264171402383	,	6,622447414280	)
NODO	1029	=	NODE(	61,770116700175	,	-65,142142753721	,	1,485521503709	)
NODO	1030	=	NODE(	34,053014514839	,	-65,313406216967	,	1,046736482409	)
NODO	1031	=	NODE(	-15,737589987849	,	-67,846808180976	,	0,380232452657	)
NODO	1032	=	NODE(	-35,978074070134	,	-67,182181564881	,	-0,266190006453	)
NODO	1033	=	NODE(	-66,200972536819	,	-65,459173768348	,	-0,874206634119	)
NODO	1034	=	NODE(	-86,625184589430	,	-65,257336262029	,	-1,314095977935	)
NODO	1035	=	NODE(	-106,207111632332	,	-65,229896969255	,	-1,593166709731	)
NODO	1162	=	NODE(	-129,732404747616	,	36,024642389516	,	-3,266782329928	)
NODO	1163	=	NODE(	-89,798180714931	,	31,439102888355	,	-2,559361209031	)
NODO	1164	=	NODE(	-60,635195908815	,	23,607103331344	,	-1,818898920176	)
NODO	1165	=	NODE(	-15,775405399914	,	23,106790813255	,	-1,071982340529	)
NODO	1166	=	NODE(	-126,034591640659	,	3,088134727393	,	-2,347596339139	)
NODO	1167	=	NODE(	-91,620851870150	,	6,144294574524	,	-1,701488702464	)
NODO	1168	=	NODE(	19,639081668317	,	20,570869896385	,	-0,109577329233	)
NODO	1169	=	NODE(	44,528596664382	,	24,747599354707	,	0,319359676066	)
NODO	1170	=	NODE(	70,807214901000	,	27,118129249143	,	0,720154317921	)
NODO	1171	=	NODE(	-60,351929537113	,	0,650172548244	,	-1,273876452331	)
NODO	1172	=	NODE(	-135,653827127243	,	-21,618502776046	,	-2,215322298900	)
NODO	1173	=	NODE(	-35,675783093963	,	-4,941922255800	,	-0,679595010330	)
NODO	1174	=	NODE(	-113,795062241511	,	-19,760408902760	,	-1,752019056004	)
NODO	1175	=	NODE(	0,000000000000	,	0,000000000000	,	0,000000000000	)
NODO	1176	=	NODE(	-92,939060105799	,	-19,939442091775	,	-1,086804432251	)
NODO	1177	=	NODE(	-61,138940979662	,	-22,617912990098	,	-0,233988309411	)
NODO	1178	=	NODE(	32,745472048141	,	-5,404907722714	,	0,913569780482	)
NODO	1179	=	NODE(	65,916270906913	,	-4,745253821624	,	1,428139282408	)
NODO	1180	=	NODE(	-135,896444378976	,	-44,016342897890	,	-1,881484051966	)
NODO	1181	=	NODE(	-105,463212432014	,	-43,863553408609	,	-1,279249646597	)
NODO	1182	=	NODE(	-84,054359590902	,	-43,269938052768	,	-0,885919675496	)
NODO	1183	=	NODE(	-65,283146466314	,	-46,141935812048	,	-0,230409862195	)
NODO	1184	=	NODE(	24,690487799521	,	-29,606173413556	,	1,480792747846	)
NODO	1185	=	NODE(	61,904945727713	,	-24,387922586421	,	1,942875674323	)
NODO	1186	=	NODE(	-136,930577824863	,	-65,406440081463	,	-2,143755686395	)
NODO	1187	=	NODE(	80,172142644250	,	-24,755219752115	,	2,296975102099	)
NODO	1188	=	NODE(	-36,511131904383	,	-50,011970707295	,	0,209721527658	)
NODO	1189	=	NODE(	5,121151860932	,	-46,786460536999	,	0,923361700676	)
NODO	1190	=	NODE(	-16,051943625805	,	-52,665044041494	,	0,334766274458	)
NODO	1191	=	NODE(	43,631559185963	,	-43,270158964075	,	1,814428047736	)
NODO	1192	=	NODE(	61,886152539571	,	-44,890418810916	,	2,302402073239	)
NODO	1193	=	NODE(	81,226744704036	,	-45,577500236213	,	2,537001669118	)
NODO	1194	=	NODE(	3,191674747038	,	-67,113059906079	,	0,684456535062	)
NODO	1195	=	NODE(	81,149138216650	,	-66,020654135686	,	1,771389602872	)

Figura 7.7. Macro de correlación de Desplazamientos Nodales (E. P.)

En el momento en el que la numeración y sistema de referencia es análogo entre la fotogrametría y el M.E.F. en el primer instante, se obtienen las coordenadas fotogramétricas de la segunda secuencia que, tras restar sus homólogas del primer instante, se pueden determinar los incrementos tridimensionales de coordenadas fotogramétricas para la segunda secuencia:

VIGA 1 - SECUENCIA 2 - INCREMENTEO COORDENADAS FOTOGRAFÍA - t = 128,92 seg - F = 5,270435226 kN		
UX FOTOGRAFÍA (mm)	UY FOTOGRAFÍA (mm)	UZ FOTOGRAFÍA (mm)
0,596192500218	-12,622788661979	0,219973431278
0,544889219577	-12,956130328707	0,113662545747
0,459263354295	-13,225341355030	0,056393276423
0,419132665337	-13,473912884229	0,065924635576
0,371415064003	-13,626703391179	0,064097293820
0,320321797311	-13,714412583949	0,064295822346
0,268878765965	-13,778104463433	0,105270713177
0,214745229644	-13,781035783439	0,092187602606
0,153783355215	-13,677876082410	0,015592730151
0,044329754855	-13,507649042604	-0,181436654053
-0,066140500362	-13,362869675187	0,005981566766
-0,112694856616	-13,164613181159	0,218928505460
-0,165497015424	-12,869109922589	0,335190547876
0,273743991066	-12,179694891482	-0,703767872870
0,266659713682	-12,624793102814	-0,760055923944
0,253268885036	-12,961097523179	-0,834262964095
0,267475507595	-13,253808682481	-0,846198348780
0,266313940554	-13,479728651268	-0,885486296950
0,306415884124	-13,782720925835	-0,933966430569
0,312341721009	-13,640988149374	-0,999240480223
0,274102807155	-13,438187618795	-0,923981273897
0,294500568910	-13,166978168378	-0,942208035641
0,272957129494	-12,860767480764	-0,829700766825
0,264598339734	-12,502244853295	-0,776841893531
-0,185256079778	-12,141126454733	-1,452790691497
-0,134231194896	-12,552892445748	-1,552470656901
-0,058477602060	-12,936539082126	-1,657141748813
0,007426008389	-13,224870788789	-1,732850499670
0,074327207506	-13,498746544309	-1,841094843837
0,434409509698	-13,763036906765	-2,076692930383
0,488798199815	-13,640914804246	-2,073732171620
0,541524266280	-13,474767146384	-2,069304074117
0,594375278209	-13,237256554901	-2,095074672925
0,636084640667	-12,880889864582	-1,997745289835
0,694769043119	-12,490667682841	-1,941810307685
0,369596406488	-13,811123503058	-2,033609803677
0,337649743524	-13,833509700767	-2,061316113082
0,281295891381	-13,743164715001	-2,088246307619
0,216534119611	-13,742152318617	-2,042445705165
0,191420945639	-13,767594972883	-1,989318746781
0,149729594311	-13,749998302442	-1,992004914066
0,132452325264	-13,700855868808	-1,978815946620
0,338748201923	-13,634695545767	-0,390293918950
0,319952745832	-13,671460603912	-0,474851339380
0,297779712854	-13,730805931883	-0,618426050633
0,318010887103	-13,781977906284	-0,609707941408
0,251513463830	-13,551759173688	-0,967696171966
0,280987956493	-13,722928472243	-0,827030807802
0,266191661363	-13,803442288406	-0,645166891243
0,277433843031	-13,836511648184	-0,574044187035
0,258042200365	-13,821360284955	-0,542513253875
0,281777816599	-13,744378976970	-0,909566219277
0,230261838579	-13,606220176044	-1,178327466912
0,303120072621	-13,753378406487	-0,977339057295
0,241731464913	-13,678758368038	-1,179933863886
0,309733561417	-13,754352174990	-0,893848304073
0,229011179396	-13,720320322112	-1,281835862440
0,201699791576	-13,721659150093	-1,322468956383
0,327566955897	-13,814327705440	-1,038981899660
0,344539970054	-13,836781186761	-1,017660779225
0,171968986656	-13,639919234174	-1,612797740758
0,220293198112	-13,731900579758	-1,616093718228
0,234543167948	-13,699586729714	-1,574165404986
0,220103893327	-13,736219339837	-1,670419692848
0,330603225067	-13,780335986247	-1,418230311920
0,322648630171	-13,870738907302	-1,391684812444

0,103480603086	-13,649964155845	-1,948583922431
0,321493705789	-13,831998497571	-1,459115207929
0,195265637143	-13,721807895130	-1,730310385854
0,295811248804	-13,799515713300	-1,698514985179
0,299201516166	-13,751859099751	-1,789481604698
0,350000926060	-13,842375038752	-1,668827969044
0,347408182040	-13,788807490751	-1,629425002484
0,389380524026	-13,839999911050	-1,821831419618
0,267166979020	-13,795388787419	-2,126123678839
0,409760463732	-13,825321152268	-2,092884263765

Análogamente aplicando la carga correspondiente en el modelo de simulación y empleando la siguiente macro en las tres direcciones:

*GET,	UX	DIANA	2	,NODE,	DIANA	2	,U,X
*GET,	UX	DIANA	3	,NODE,	DIANA	3	,U,X
*GET,	UX	DIANA	4	,NODE,	DIANA	4	,U,X
*GET,	UX	DIANA	5	,NODE,	DIANA	5	,U,X
*GET,	UX	DIANA	6	,NODE,	DIANA	6	,U,X
*GET,	UX	DIANA	7	,NODE,	DIANA	7	,U,X
*GET,	UX	DIANA	8	,NODE,	DIANA	8	,U,X
*GET,	UX	DIANA	9	,NODE,	DIANA	9	,U,X
*GET,	UX	DIANA	10	,NODE,	DIANA	10	,U,X
*GET,	UX	DIANA	11	,NODE,	DIANA	11	,U,X
*GET,	UX	DIANA	12	,NODE,	DIANA	12	,U,X
*GET,	UX	DIANA	13	,NODE,	DIANA	13	,U,X
*GET,	UX	DIANA	14	,NODE,	DIANA	14	,U,X
*GET,	UX	DIANA	16	,NODE,	DIANA	16	,U,X
*GET,	UX	DIANA	17	,NODE,	DIANA	17	,U,X
*GET,	UX	DIANA	18	,NODE,	DIANA	18	,U,X
*GET,	UX	DIANA	19	,NODE,	DIANA	19	,U,X
*GET,	UX	DIANA	20	,NODE,	DIANA	20	,U,X
*GET,	UX	DIANA	21	,NODE,	DIANA	21	,U,X
*GET,	UX	DIANA	22	,NODE,	DIANA	22	,U,X
*GET,	UX	DIANA	23	,NODE,	DIANA	23	,U,X
*GET,	UX	DIANA	24	,NODE,	DIANA	24	,U,X
*GET,	UX	DIANA	25	,NODE,	DIANA	25	,U,X
*GET,	UX	DIANA	26	,NODE,	DIANA	26	,U,X
*GET,	UX	DIANA	27	,NODE,	DIANA	27	,U,X
*GET,	UX	DIANA	28	,NODE,	DIANA	28	,U,X
*GET,	UX	DIANA	29	,NODE,	DIANA	29	,U,X
*GET,	UX	DIANA	30	,NODE,	DIANA	30	,U,X
*GET,	UX	DIANA	31	,NODE,	DIANA	31	,U,X
*GET,	UX	DIANA	32	,NODE,	DIANA	32	,U,X
*GET,	UX	DIANA	33	,NODE,	DIANA	33	,U,X
*GET,	UX	DIANA	34	,NODE,	DIANA	34	,U,X
*GET,	UX	DIANA	35	,NODE,	DIANA	35	,U,X
*GET,	UX	DIANA	36	,NODE,	DIANA	36	,U,X
*GET,	UX	DIANA	37	,NODE,	DIANA	37	,U,X
*GET,	UX	NODO	1029	,NODE,	NODO	1029	,U,X
*GET,	UX	NODO	1030	,NODE,	NODO	1030	,U,X
*GET,	UX	NODO	1031	,NODE,	NODO	1031	,U,X
*GET,	UX	NODO	1032	,NODE,	NODO	1032	,U,X
*GET,	UX	NODO	1033	,NODE,	NODO	1033	,U,X
*GET,	UX	NODO	1034	,NODE,	NODO	1034	,U,X
*GET,	UX	NODO	1035	,NODE,	NODO	1035	,U,X
*GET,	UX	NODO	1162	,NODE,	NODO	1162	,U,X
*GET,	UX	NODO	1163	,NODE,	NODO	1163	,U,X
*GET,	UX	NODO	1164	,NODE,	NODO	1164	,U,X
*GET,	UX	NODO	1165	,NODE,	NODO	1165	,U,X
*GET,	UX	NODO	1166	,NODE,	NODO	1166	,U,X
*GET,	UX	NODO	1167	,NODE,	NODO	1167	,U,X
*GET,	UX	NODO	1168	,NODE,	NODO	1168	,U,X
*GET,	UX	NODO	1169	,NODE,	NODO	1169	,U,X

*GET,	UX	NODO	1170	,NODE,	NODO	1170	,U,X
*GET,	UX	NODO	1171	,NODE,	NODO	1171	,U,X
*GET,	UX	NODO	1172	,NODE,	NODO	1172	,U,X
*GET,	UX	NODO	1173	,NODE,	NODO	1173	,U,X
*GET,	UX	NODO	1174	,NODE,	NODO	1174	,U,X
*GET,	UX	NODO	1175	,NODE,	NODO	1175	,U,X
*GET,	UX	NODO	1176	,NODE,	NODO	1176	,U,X
*GET,	UX	NODO	1177	,NODE,	NODO	1177	,U,X
*GET,	UX	NODO	1178	,NODE,	NODO	1178	,U,X
*GET,	UX	NODO	1179	,NODE,	NODO	1179	,U,X
*GET,	UX	NODO	1180	,NODE,	NODO	1180	,U,X
*GET,	UX	NODO	1181	,NODE,	NODO	1181	,U,X
*GET,	UX	NODO	1182	,NODE,	NODO	1182	,U,X
*GET,	UX	NODO	1183	,NODE,	NODO	1183	,U,X
*GET,	UX	NODO	1184	,NODE,	NODO	1184	,U,X
*GET,	UX	NODO	1185	,NODE,	NODO	1185	,U,X
*GET,	UX	NODO	1186	,NODE,	NODO	1186	,U,X
*GET,	UX	NODO	1187	,NODE,	NODO	1187	,U,X
*GET,	UX	NODO	1188	,NODE,	NODO	1188	,U,X
*GET,	UX	NODO	1189	,NODE,	NODO	1189	,U,X
*GET,	UX	NODO	1190	,NODE,	NODO	1190	,U,X
*GET,	UX	NODO	1191	,NODE,	NODO	1191	,U,X
*GET,	UX	NODO	1192	,NODE,	NODO	1192	,U,X
*GET,	UX	NODO	1193	,NODE,	NODO	1193	,U,X
*GET,	UX	NODO	1194	,NODE,	NODO	1194	,U,X
*GET,	UX	NODO	1195	,NODE,	NODO	1195	,U,X

Figura 7.8. Macro de obtención de Desplazamientos Nodales (E. P.)

Se obtienen los incrementos de coordenadas del modelo de simulación:

VIGA 1 - SECUENCIA 2 - INCREMENTEO COORDENADAS M.E.F. - t = 128,92 seg - F = 5,270435226 kN		
UX MEF (mm)	UY MEF (mm)	UZ MEF (mm)
1,597932508	-11,91747786	8,31E-02
1,534527009	-12,24637186	8,91E-02
1,474238276	-12,52426917	9,52E-02
1,410146166	-12,74349469	1,01E-01
1,337169742	-12,89302876	1,11E-01
1,257112658	-12,94049598	1,13E-01
1,181739948	-12,95849888	1,26E-01
1,105907379	-12,97075149	0,126266156
1,035949647	-12,89460843	0,119804253
0,973289534	-12,74066643	0,113972226
0,902553529	-12,48948255	0,107726667
0,842567286	-12,22118918	0,102722968
0,777780778	-11,89765508	9,76E-02
1,202884259	-11,49716215	6,76E-02
1,194501211	-11,93008841	7,31E-02
1,192042394	-12,24735563	7,86E-02
1,194529519	-12,53776634	8,48E-02
1,186924401	-12,74059324	9,01E-02
1,190032755	-12,89712718	1,01E-01
1,185376102	-12,74572796	9,78E-02
1,188034982	-12,51421501	9,25E-02
1,195881263	-12,22331978	8,66E-02
1,170906561	-11,90211585	8,31E-02
1,173306381	-11,48258843	7,87E-02
0,736445585	-11,47475624	5,54E-02
0,7975924	-11,9093154	6,20E-02
0,854084544	-12,24537609	6,89E-02
0,910093369	-12,52978904	7,39E-02
0,965375832	-12,74823135	8,36E-02
1,35314511	-12,89108201	9,43E-02
1,406141154	-12,7344577	8,59E-02
1,459182332	-12,5258957	7,86E-02
1,512523558	-12,26099267	7,27E-02

1,576519775	-11,88844254	6,62E-02
1,63861131	-11,45941487	6,07E-02
1,291895298	-12,98787029	9,23E-02
1,25070588	-12,98730386	8,14E-02
1,169690524	-12,89496064	7,40E-02
1,14297147	-12,90617298	8,52E-02
1,091673807	-12,94196179	9,39E-02
1,061516418	-12,94092476	9,60E-02
1,036738716	-12,92015058	9,50E-02
1,269692485	-12,87986161	1,02E-01
1,235097519	-12,93499814	1,02E-01
1,207836836	-12,95537559	1,01E-01
1,194975969	-12,97790641	1,00E-01
1,189560068	-12,8860115	9,49E-02
1,191208721	-12,93048933	9,86E-02
1,183092829	-12,98695664	1,09E-01
1,171874152	-12,98756609	1,09E-01
1,155363345	-12,97275619	1,10E-01
1,179615141	-12,95003382	1,01E-01
1,133560403	-12,866323	8,84E-02
1,177613854	-12,96634332	1,01E-01
1,141580482	-12,90461448	8,88E-02
1,198648539	-12,9891784	8,84E-02
1,147702667	-12,9294968	9,00E-02
1,148983974	-12,94494988	0,093230791
1,197575659	-12,98909944	9,76E-02
1,20119918	-12,97500395	9,85E-02
1,073305404	-12,86484866	8,84E-02
1,095756571	-12,92226431	9,10E-02
1,109696807	-12,94339006	9,28E-02
1,123638643	-12,94702714	9,48E-02
1,222723374	-12,9915972	9,11E-02
1,228571833	-12,97978648	9,52E-02
1,004514384	-12,85963897	9,05E-02
1,238137199	-12,95950885	9,63E-02
1,156351919	-12,92045028	9,14E-02
1,199758892	-12,9503608	7,83E-02
1,174858188	-12,90364398	8,01E-02
1,241928561	-12,9971708	9,24E-02
1,256682583	-12,98859136	0,094708014
1,271883337	-12,96516167	0,096159553
1,197695636	-12,92693663	0,069155247
1,315259757	-12,9645311	0,094862611

Dadas las exactitudes que se han logrado con esta técnica fotogramétrica (ver sección anterior), y la magnitud de los desplazamientos en X y en Z, no tiene sentido comparar la fotogrametría y los modelos de simulación en estas dos direcciones aunque obviamente la fotogrametría podría validar los desplazamientos en las tres dimensiones del espacio. En el siguiente cuadro se refleja la exactitud (error no absoluto) y precisión (desviación estándar de los errores no absolutos) que posee el modelo en esta secuencia, diferenciando entre el **ERROR GLOBAL** que se produce en el conjunto de puntos de medición, el **ERROR EN NUDOS** que se produce en aquellas zonas cercanas a los nudos (chinchetas: puntos con  $id \geq 1000$ ), y **ERROR EN ZONAS LIMPIAS** que se produce en aquellas zonas sin influencia de defectos considerables (dianas codificadas: puntos con  $id \leq 100$ ):

VIGA 1 – SECUENCIA 2 –ERROR EN CAMPO DE DESPLAZAMIENTOS M.E.F. - t = 128,92 seg - F = 5,270435226 kN	
Id	ERROR UY (%)
2	-5,58759895
3	-5,47816708
4	-5,30097607
5	-5,42098055
6	-5,3840948
7	-5,64308973
8	-5,94860914
9	-5,87970534
10	-5,72652983
11	-5,67813551
12	-6,53592487
13	-7,16636326
14	-7,54873376
16	-5,60385745
17	-5,50270163
18	-5,50680135
19	-5,40254019
20	-5,48331073
21	-6,42539125
22	-6,56301566
23	-6,87572339
24	-7,16685617
25	-7,45407792
26	-8,1557867
27	-5,488537
28	-5,12692232
29	-5,34271951
30	-5,25586795
31	-5,559888
32	-6,33548327
33	-6,64513429
34	-7,0418393
35	-7,37512252
36	-7,70480405
37	-8,25618649
1029	-5,96079828
1030	-6,11707264
1031	-6,17182501
1032	-6,08332174
1033	-5,99693112
1034	-5,88417193
1035	-5,69822275
1162	-5,53612605
1163	-5,38686012
1164	-5,64737672
1165	-5,83422423
1166	-4,91262917
1167	-5,77456297
1168	-5,91508718
1169	-6,13554618
1170	-6,13980158
1171	-5,77941833
1172	-5,43793326
1173	-5,72248552
1174	-5,65946022
1175	-5,56313932
1176	-5,76388526
1177	-5,66046175
1178	-5,97371284
1179	-6,22816264
1180	-5,68236924
1181	-5,89602485
1182	-5,51985023
1183	-5,74533778
1184	-5,72365424
1185	-6,42325138
1186	-5,7899433
1187	-6,30776273

1188	-5,8400294
1189	-6,15351244
1190	-6,1680033
1191	-6,1059192
1192	-5,80337441
1193	-6,32108561
1194	-6,29523511
1195	-6,22618484

Figura 7.9. Error del campo de desplazamientos verticales en el M.E.F. (E. P.)

	EXACTITUD (%)	DESVIACIÓN
ERROR GLOBAL	-6,03363462	0,67934521
ERROR VIGA LIMPIA	-6,21632789	0,91942291
ERROR EN NUDOS	-5,87767695	0,30439742

Por otra parte, es posible obtener también la posición experimental de los nodos en la secuencia 2 (Tabla Coordenadas fotogrametría en origen M.E.F. + Tabla incremento de coordenadas fotogrametría), y su posición simulada (Tabla Coordenadas fotogrametría en origen M.E.F. + Tabla Incremento de Coordenadas M.E.F.):

VIGA 1 - SECUENCIA 2 -COORDENADAS EXPERIMENTALES Y SIMULADAS. - t = 128,92 seg - F = 5,270435226 kN						
Id	X FOT (mm)	Y FOT (mm)	Z FOT (mm)	X MEF (mm)	Y MEF (mm)	Z MEF (mm)
2	-359,256315623635	54,281568756051	-8,412142110006	-358,254575616298	54,986879562260	-8,549036164710
3	-299,417068327357	53,691472977942	-7,021792630007	-298,427430537663	54,401231444089	-7,046394448005
4	-238,641395940976	54,049173121961	-6,353338368713	-237,626421018854	54,750245302301	-6,314531523187
5	-178,381324874758	54,027544502197	-5,343823459262	-177,390311374447	54,757962698906	-5,308721725140
6	-117,648085335584	53,353941448155	-4,181161757835	-116,682330657577	54,087616077264	-4,134407894715
7	-56,839772606718	52,596158489674	-2,739509335831	-55,902981745696	53,370075097963	-2,690398443905
8	3,903567749147	53,464323087766	-1,460853253924	4,816428930965	54,283928669259	-1,440058857598
9	61,436670896305	51,703192607925	-0,541488427334	62,327833045530	52,513476904224	-0,507409874361
10	119,186572254901	52,459602320593	0,060502597605	120,068738546812	53,242869974143	0,164714120235
11	177,258968116006	52,010501447031	0,002312560646	178,187927894683	52,777484063895	0,297721440596
12	244,260034153844	52,733924015730	2,442195862624	245,228728183145	53,607311138427	2,543940962886
13	302,045870192969	52,752975956818	2,774883721400	303,001132335586	53,696399958587	2,658678184429
14	361,099193854080	51,840781428162	3,393863451420	362,042471647620	52,812236273661	3,156257145967
16	-422,402599702526	-11,345331315512	-7,791074686117	-421,473459435068	-10,662798575980	-7,019689299417
17	-358,716745419918	-12,283854297026	-6,885510114863	-357,788903922875	-11,589149600642	-6,052345008455
18	-301,397979829976	-12,792402234210	-6,138412778667	-300,459206321228	-12,078660340751	-5,225588987863
19	-238,363576792201	-12,093691990298	-5,316790787043	-237,436522780917	-11,377649649637	-4,385800952793
20	-184,098045156471	-12,851844923293	-4,298250696546	-183,177434696343	-12,112709515775	-3,322678825375
21	117,326771917591	-11,439748655100	1,161719832931	118,210388788797	-10,554154910355	2,196259133923
22	183,130174433517	-15,269005446796	1,903290813055	184,003208814141	-14,373745258172	3,000347959177
23	241,909923652670	-11,182001449247	3,043527677707	242,823855827623	-10,258028840442	4,059962297043
24	303,533052632832	-16,012651272642	3,638892558353	304,434433327206	-15,068992884934	4,667745087206
25	361,807903803709	-12,256144257868	4,221488894558	362,705853235428	-11,297492628584	5,134267779291
26	422,522457913837	-13,617550496732	4,839716174058	423,431165954949	-12,597894073327	5,695296660348
27	-422,888665603918	-77,881444517147	-9,011142314365	-421,966963939099	-77,215074300014	-7,502940285609
28	-359,920626513894	-78,207186307526	-7,948670845902	-358,988802918657	-77,563609262528	-6,334163115965
29	-299,073774445124	-78,915467201603	-7,063671641541	-298,161212298735	-78,224304204697	-5,337586357839
30	-238,766027281072	-78,700712739953	-6,048762424442	-237,863359920526	-78,005630994224	-4,241998672059
31	-177,276134562312	-79,110909991925	-4,610381341258	-176,385085938267	-78,360394802006	-2,685715370784
32	120,265645557367	-79,992159287908	0,331048678710	121,184381157734	-79,120204387233	2,502043795716
33	178,319489092688	-80,399878120683	0,962169886127	179,236832046442	-79,493421013077	3,121770324890
34	236,027692972811	-80,384700953607	2,307315890495	236,945351038971	-79,435829505563	4,455181626080

35	293,855671334236	-81,082976916855	3,411174455879	294,773819614353	-80,106713027504	5,578903901481
36	360,261013214665	-78,899498452832	4,265578121601	361,201448349137	-77,907051128430	6,329520029788
37	421,849717084632	-79,754839085224	4,680637106595	422,793559351855	-78,723586267673	6,683167155244
1029	62,139713106663	-78,953266256779	-0,548088299968	63,062011997997	-78,130013044951	1,577864493140
1030	34,390664258363	-79,146915917734	-1,014579630673	35,303720395018	-78,300710081207	1,128178501900
1031	-15,456294096468	-81,589972895977	-1,708013854962	-14,567899463781	-80,741768819096	0,454244947832
1032	-35,761539950523	-80,924333883498	-2,308635711618	-34,835102599773	-80,088354543451	-0,180998097827
1033	-66,009551591180	-79,226768741231	-2,863525380900	-65,109298729975	-78,401135554188	-0,780328498995
1034	-86,475454995119	-79,007334564471	-3,306100892001	-85,563668171430	-78,198261023369	-1,218077244172
1035	-106,074659307068	-78,930752838063	-3,571982656351	-105,170372916542	-78,150047551785	-1,498211241545
1162	-129,393656545693	22,389946843749	-3,657076248878	-128,462712262662	23,144780776096	-3,164499559936
1163	-89,478227969099	17,767642284443	-3,034212548411	-88,563083196205	18,504104744165	-2,457158102903
1164	-60,337416195961	9,876297399461	-2,437324970809	-59,427359072558	10,651727737244	-1,718288563856
1165	-15,457394512811	9,324812906971	-1,681690281937	-14,580429430466	10,128884401495	-0,972016105372
1166	-125,783078176829	-10,463624446295	-3,315292511105	-124,845031572652	9,7978767771677	-2,252704243670
1167	-91,339863913657	-7,578633897719	-2,528519510266	-90,429643148911	-6,786194751766	-1,602898197287
1168	19,905273329680	6,767427607979	-0,754744220476	20,822174497282	7,583913253635	-0,000745263791
1169	44,806030507413	10,911087706523	-0,254684510969	45,700470816856	11,760033268587	0,428594923629
1170	71,065257101365	13,296768964188	0,177641064046	71,962578246356	14,145373060973	0,830148511407
1171	-60,070151720514	-13,094206428726	-2,183442671608	-59,172314395895	-12,299861270616	-1,172689377616
1172	-135,423565288664	-35,224722952090	-3,393649765812	-134,520266724294	-34,484825779996	-2,126880799012
1173	-35,372663021342	-18,695300662287	-1,656934067625	-34,498169239534	-17,908265573860	-0,578512127087
1174	-113,55330776598	-33,439167270798	-2,931952919890	-112,653481759058	-32,665023381840	-2,65225673662
1175	0,309733561417	-13,754352174990	-0,893848304073	1,198648539135	-12,989178401190	0,088359754286
1176	-92,710048926403	-33,659762413887	-2,368640294691	-91,791357439175	-32,868938893845	-0,996827888334
1177	-60,937241188086	-36,339572140191	-1,556457265794	-59,989957005218	-35,562862872358	-0,140757518567
1178	33,073039004038	-19,219235428154	-0,125412119178	33,943047707469	-18,394007159794	1,011130738967
1179	66,260810876967	-18,582035008385	0,410478503183	67,117470086692	-17,720257772234	1,526669605941
1180	-135,724475392320	-57,656262132064	-3,494281792724	-134,823138974852	-56,881191557380	-1,793116834058
1181	-105,242919233902	-57,595453988367	-2,895343364825	-104,367455860745	-56,785817717739	-1,188233705289
1182	-83,819816422954	-56,969524782482	-2,460085080482	-82,944662784300	-56,213328112668	-0,793136951754
1183	-65,063042572987	-59,878155151885	-1,900829555043	-64,159507823761	-59,088962951948	-0,135573415689
1184	25,021091024588	-43,386509399803	0,062562435926	25,913211173372	-42,597770614756	1,571921020699
1185	62,227594357884	-38,258661493723	0,551190861879	63,133517560757	-37,367709064941	2,038099514912
1186	-136,827097221777	-79,056404237308	-4,092339608826	-135,926063441329	-78,266079052363	-2,053268184942
1187	80,493636350039	-38,587218249686	0,837859894170	81,410279843257	-37,714728604285	2,393251443322
1188	-36,315866267240	-63,733778602425	-1,520588858196	-35,354779985119	-62,932420986755	0,301154779381
1189	5,416963109736	-60,585976250299	-0,775153284503	6,320910752924	-59,736821334479	1,001665760785
1190	-15,752742109639	-66,416903141245	-1,454715330240	-14,877085437973	-65,568688018704	0,414870981674
1191	43,981560112023	-57,112534002827	0,145600078692	44,873487746844	-56,267329768135	1,906780114947
1192	62,233560721611	-58,679226301667	0,672977070755	63,142835122530	-57,879010175906	2,397110087213
1193	81,616125228062	-59,417500147263	0,715170249500	82,498628040949	-58,542661904763	2,633161222586
1194	3,458841726058	-80,908448693498	-1,441667143777	4,389370382972	-80,039996535609	0,753611781642
1195	81,55889680382	-79,845975287954	-0,321494660893	82,464397973664	-78,985185238696	1,866252214301



Finalmente esta tabla puede ser representada gráficamente en su plano XY junto con las coordenadas iniciales, y los nodos que definen el contorno del tercio central y los nudos en el modelo de elementos finitos, obteniendo:

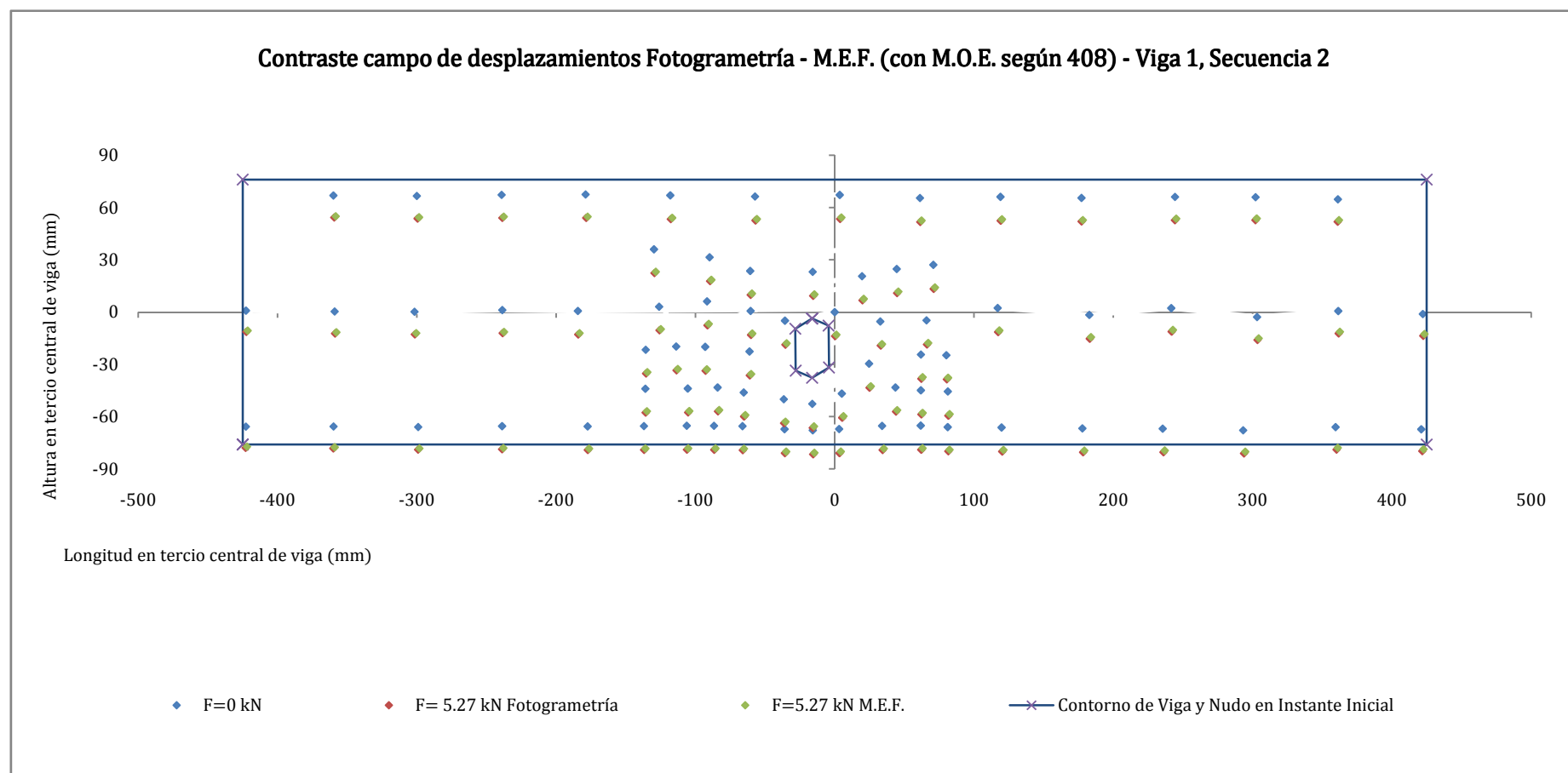
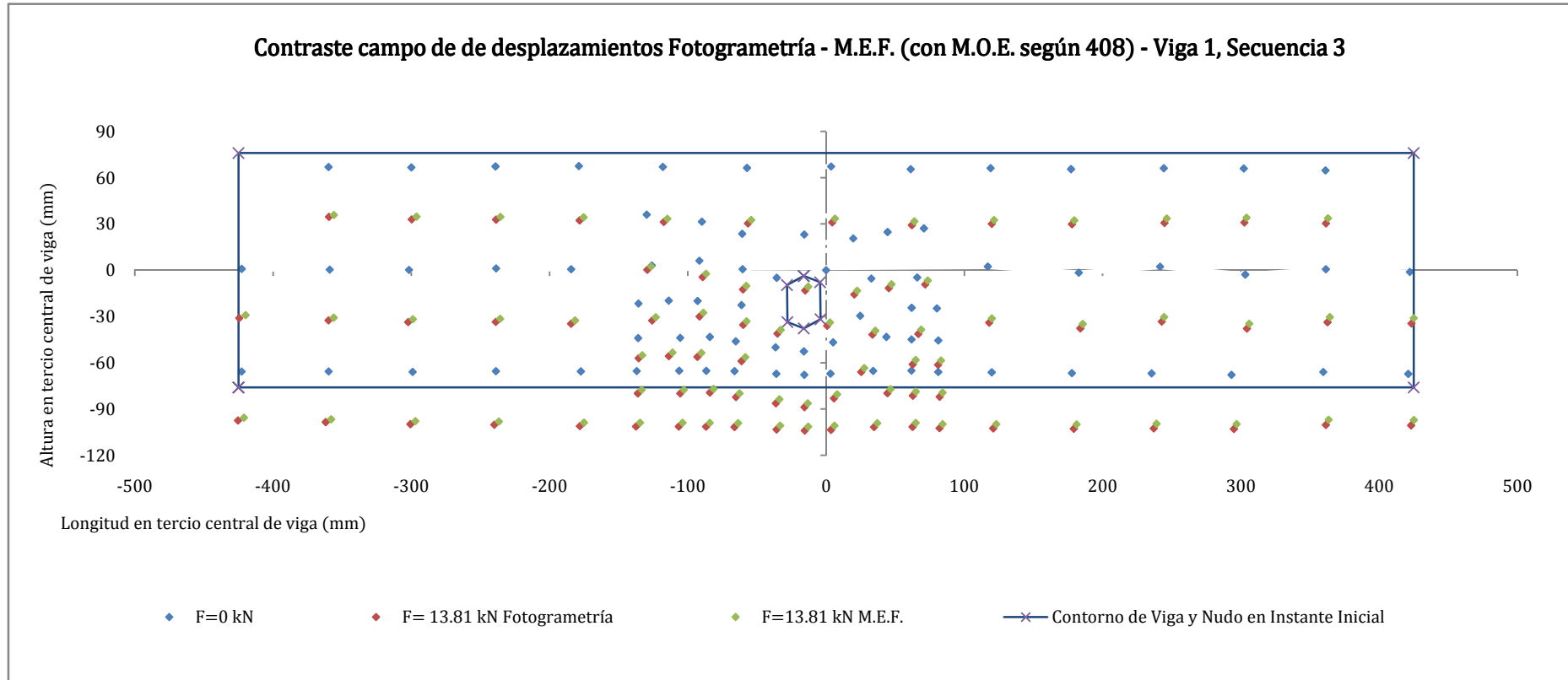


Figura 7.10. Representación gráfica del contraste de desplazamientos verticales del M.E.F. a partir de las mediciones fotogramétricas (E. P.)

De forma completamente análoga en la tercera secuencia (antes de rotura y comportamiento elasto-plástico), se obtiene:



	EXACTITUD	DESVIACIÓN
ERROR GLOBAL	-6,913131959	1,22014979
ERROR VIGA LIMPIA	-7,076869957	1,16862749
ERROR EN NUDOS	-6,77335562	1,15725703

Repitiendo de forma completamente análoga el proceso anterior en el resto de vigas se obtiene:

VIGA / SECUENCIA	ZONA CONSIDERADA	MEDIA NO ABSOLUTA (%)	MEDIA ABSOLUTA (%)	DESVIACIÓN (Absoluta≡No Abs.)
VIGA 1 SECUENCIA 2	Error Global	-6,0336	6,0336	0,6793
	Error Viga Limpia	-6,2163	6,2163	0,9194
	Error Nudos	-5,8777	5,8777	0,3044
VIGA 1 SECUENCIA 3	Error Global	-6,9131	6,9131	1,2201
	Error Viga Limpia	-7,0769	7,0769	1,1686
	Error Nudos	-6,7734	6,7734	1,1573
VIGA 2 SECUENCIA 2	Error Global	30,4234	30,4234	2,5227
	Error Viga Limpia	28,7732	28,7732	2,4972
	Error Nudos	32,2333	32,2333	2,4736
VIGA 2 SECUENCIA 3	Error Global	28,9995	28,9995	2,1391
	Error Viga Limpia	27,5920	27,5920	2,1191
	Error Nudos	30,5433	30,5433	2,0960
VIGA 3 SECUENCIA 2	Error Global	14,5330	14,5330	3,1709
	Error Viga Limpia	13,4817	13,4817	3,1691
	Error Nudos	15,6480	15,6480	3,1583
VIGA 3 SECUENCIA 3	Error Global	10,7830	10,7830	1,3491
	Error Viga Limpia	10,5917	10,5917	1,3409
	Error Nudos	10,9743	10,9743	1,3315
VIGA 4 SECUENCIA 2	Error Global	-12,8894	12,8894	1,5059
	Error Viga Limpia	-13,0915	13,0915	1,4899
	Error Nudos	-12,7092	12,7092	1,4907
VIGA 4 SECUENCIA 3	Error Global	-26,3261	26,3261	1,3575
	Error Viga Limpia	-26,2253	26,2253	1,3238
	Error Nudos	-26,4161	26,4161	1,3147
VIGA 5 SECUENCIA 2	Error Global	22,0624	22,0624	0,3715
	Error Viga Limpia	21,9638	21,9638	0,3520
	Error Nudos	22,1953	22,1953	0,3516
VIGA 5 SECUENCIA 3	Error Global	16,2542	16,2542	0,4463
	Error Viga Limpia	16,0832	16,0832	0,4235
	Error Nudos	16,4846	16,4846	0,4234
VIGA 6 SECUENCIA 2	Error Global	13,6210	13,6210	0,5188
	Error Viga Limpia	13,6319	13,6319	0,5154
	Error Nudos	13,6342	13,6342	0,5192
VIGA 6 SECUENCIA 3	Error Global	18,1116	18,1116	0,6489
	Error Viga Limpia	18,1304	18,1304	0,6360
	Error Nudos	18,1382	18,1382	0,6380
VIGA 7 SECUENCIA 2	Error Global	11,4119	11,4119	1,9053
	Error Viga Limpia	11,0919	11,0919	1,9180
	Error Nudos	11,9300	11,9300	1,9353
VIGA 7 SECUENCIA 3	Error Global	6,8764	6,8764	0,5972
	Error Viga Limpia	6,7802	6,7802	0,5860
	Error Nudos	7,0321	7,0321	0,5880
VIGA 8 SECUENCIA 2	Error Global	35,7353	35,7353	2,3687
	Error Viga Limpia	35,4479	35,4479	2,3485
	Error Nudos	36,0320	36,0320	2,3341
VIGA 8 SECUENCIA 3	Error Global	18,4966	18,4966	2,4010
	Error Viga Limpia	18,0256	18,0256	2,3839
	Error Nudos	18,9828	18,9828	2,3709
VIGA 9 SECUENCIA 2	Error Global	31,9744	31,9744	0,5776
	Error Viga Limpia	32,0115	32,0115	0,5752
	Error Nudos	31,8886	31,8886	0,3389
VIGA 9 SECUENCIA 3	Error Global	22,1159	22,1159	3,6321
	Error Viga Limpia	20,5173	20,5173	3,6436
	Error Nudos	25,8125	25,8125	3,6614

Por lo que en el conjunto de vigas:

SECUENCIA	ZONA CONSIDERADA	MEDIA NO ABSOLUTA (%)	MEDIA ABSOLUTA (%)	DESVIACIÓN (Absoluta $\equiv$ No Abs.)
MEDIA antes de retirada de extensómetros	Error Global	15,6487	19,8538	1,5134
	Error Viga Limpia	15,2327	19,5233	1,5316
	Error Nudos	16,1083	20,2387	1,4340
MEDIA antes de rotura y plasticidad	Error Global	9,8220	17,2085	1,5324
	Error Viga Limpia	9,3798	16,7803	1,5140
	Error Nudos	10,5309	17,9064	1,5090
MEDIA ensayo	Error Global	12,7354	<b>18,5312</b>	<b>1,5229</b>
	Error Viga Limpia	12,3062	18,1518	1,5228
	Error Nudos	13,3196	19,0725	1,4715

Figura 7.11. Error en el campo de desplazamientos del modelo empleando M.O.E. 408 (E. P.)

Como puede observarse en la tabla anterior, resulta muy llamativo que al contrastar de forma más amplia los desplazamientos de todos los nodos medidos fotogramétricamente en varios instantes hasta la rotura, el error absoluto obtenido ha alcanzado un valor medio del 18,531%, pudiéndose distinguir un error del 18,152% en zonas sin influencia de nudos (dianas fotogramétricas), y un 19,073% en áreas con influencia de nudos (chinchetas), ya que si se recuerdan los resultados anteriores, llevando a cabo el contraste únicamente con un extensómetro en  $L/2$ , hasta el momento de retirada de extensómetros (unos 7 kN), este error global era del 10,051%.

Este incremento global del error del 8,480 % debe de estar causado por la gran heterogeneidad (presencia de defectos, cambios en densidad y rigidez) que presenta este material, pues si se analiza más detenidamente la variabilidad media del error obtenido en cada una de las muestras (a través de la media de la desviación estándar de los errores porcentuales en cada viga) ésta alcanza un valor del 1,5229%, es decir que admitiendo una distribución normal del error, el rango del error que representa el 95,4% de las flechas es del 6,092%, consecuentemente medir el M.O.E. en un solo punto podría generar resultados bastante dispares, por otra parte se

debe de considerar también que el no-contacto con la pieza permite no cometer ningún error de manipulación, en cuanto a la perpendicularidad de los extensómetros y etcétera.

## 6. Análisis fotogramétrico estructural de vigas en flexión: M.O.E. medio Global, M.O.E. medio Limpio y M.O.E. medio en Nudos

Con el objetivo de obtener un M.O.E. que pueda representar mejor la media de la población de desplazamientos en cada viga y que permita discernir la rigidez de la viga en las zonas con influencia de nudos de las partes limpias, se emplearon las conocidas fórmulas de resistencia de materiales (ver capítulo 2) relativas a la flexión a cuatro puntos con cargas simétricas ( $P = F_{total}/2$ ), que permiten calcular las flechas ( $y$ ) y los giros ( $\varphi$ ) producidos en los distintos puntos ( $x$ ) de la fibra neutra del tercio central ( $a$ ), teniendo en cuenta la influencia la distorsión que producen los esfuerzos cortantes de los tercios extremos en las flechas, nombrando ( $l$ ) como la distancia entre apoyos de la viga, ( $E$ ) y ( $G$ ) los módulos longitudinal y transversal respectivamente, y ( $A$ ) e ( $I$ ) el área y la inercia de la sección transversal:

$$y_{x=(a,l-a)} = -\frac{Pa(3lx - 3x^2 - a^2)}{6EI} - \frac{6Pa}{5AG}$$

$$\varphi_{x=(a,l-a)} = \frac{Pa(l/2 - x)}{EI} \quad (5.1.)$$

De este modo, imponiendo una relación entre rigideces de  $G = E/16,075$  como ya se comentó anteriormente, se pudieron calcular los módulos longitudinales correspondientes a cada uno de los nudos medidos fotogramétricamente, a partir de sus flechas y la coordenada “x” que ocupaban en la viga (nombrados como Eestimado1), sin más que emplear la primera ecuación en todos los nudos.

Por otro lado, se debe de tener en cuenta que las ecuaciones anteriormente enunciadas son correspondientes a los desplazamientos y giros en la fibra neutra, sin embargo muchos de los

nodos considerados no se encontraban en esta posición. Para poder estimar la variación en la posición de la fibra neutra debida al giro de las secciones en aquellos puntos no emplazados en la fibra neutra, y afinar así un poco más en el cálculo de los módulos de elasticidad, se empleó el proceso iterativo que se describe a continuación:

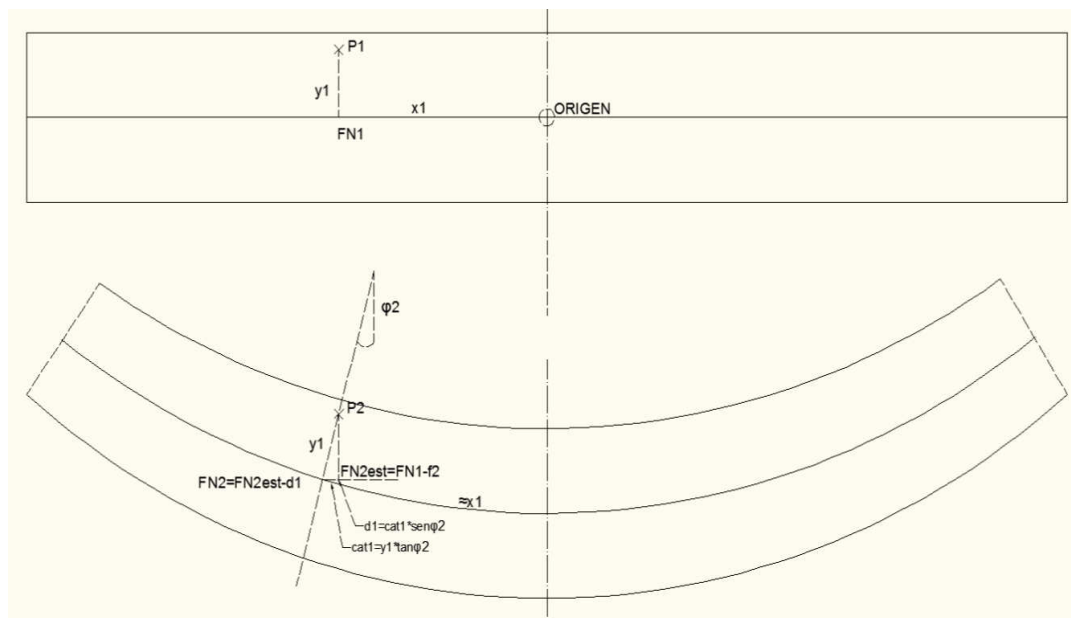


Figura 7.12. Consideraciones para la obtención del M.O.E. respectivo a cada punto de medición (E. P.)

Véase con detenimiento la figura, se deduce que si no se considera el efecto del giro de la sección, obviamente la localización de la fibra neutra (FN1) relativa a la sección de un punto considerado en el instante inicial (P1) no emplazado en la fibra neutra, tras la aplicación de carga pasarían a ocupar los puntos P2 y FN2est respectivamente, de forma que FN2 se correspondería con el resultado de restarle a su posición inicial la flecha medida experimentalmente ( $FN2_{est} = FN1 - f_2$ ).

Sin embargo sería posible tener en cuenta el giro de la sección  $\phi_2$  y calcular de forma más fidedigna la posición del FN2, a partir de aplicar las relaciones trigonométricas que se indican en la figura, de modo que calculando  $\phi_2$  a partir de  $E_{est1}$ ,  $cat1$  a partir de  $\phi_2$ , y obteniendo  $d1$  con  $\phi_2$  y  $cat1$ , es posible concluir que FN2 con efecto de giro realmente se encontraría en  $FN2 = FN2_{est} - d1$ , relación que se verifica en los cuatro cuadrantes de la viga.

Una vez que FN2 es conocido, se deduce cual es la flecha que realmente ha sufrido este punto en su fibra neutra (UY2) y por ende el nuevo módulo de elasticidad que a este desplazamiento le corresponde (Eest2). Este proceso se repitió hasta que en 2 iteraciones seguidas la variación entre módulos medios consecutivos estimados sea despreciable, realizándolo en todas y cada una de las secuencias planteadas en el apartado anterior, véase por ejemplo la secuencia 2 de la viga 6:

Id	Coord. Resist. de Materiales		UY Fotogr amétrico	E estimado 1	Ángulo correspondiente 1	cat1	d1	UY 2 (estimación en FN)	E estimado 2	Ángulo correspondiente 2	cat2	d2	UY 3	E estimado 3
	X (mm)	Y (mm)												
2	987,23 92	68,785 8	- 13,234 8888	9840,7	0,0064	0,4415	0,0028	- 13,232 06	9842,9	0,0064	0,4414	0,0028	- 13,232 06	9842,9
3	1046,0 579	68,781 5	- 13,569 2707	9849,8	0,0054	0,3695	0,0020	- 13,567 29	9851,3	0,0054	0,3695	0,0020	- 13,567 29	9851,3
4	1105,4 333	69,039 3	- 13,844 0579	9859,1	0,0043	0,2982	0,0013	- 13,842 77	9860,0	0,0043	0,2981	0,0013	- 13,842 77	9860,0
5	1164,5 636	68,764 2	- 14,066 951	9860,2	0,0033	0,2251	0,0007	- 14,066 21	9860,7	0,0033	0,2251	0,0007	- 14,066 21	9860,7
6	1233,3 861	68,070 3	- 14,243 1229	9865,3	0,0021	0,1401	0,0003	- 14,242 83	9865,5	0,0021	0,1401	0,0003	- 14,242 83	9865,5
7	1282,9 442	67,987 0	- 14,348 6725	9848,0	0,0012	0,0806	0,0001	- 14,348 58	9848,0	0,0012	0,0806	0,0001	- 14,348 58	9848,0
8	1351,4 638	67,649 2	- 14,418 7325	9827,2	0,0000	0,0018	0,0000	- 14,418 73	9827,2	0,0000	0,0018	0,0000	- 14,418 73	9827,2
9	1410,4 891	67,156 8	- 14,464 0821	9774,4	0,0011	0,0724	0,0001	- 14,464 00	9774,5	0,0011	0,0724	0,0001	- 14,464 00	9774,5
10	1472,4 040	67,487 8	- 14,278 0182	9832,8	0,0022	0,1463	0,0003	- 14,277 70	9833,0	0,0022	0,1463	0,0003	- 14,277 70	9833,0
11	1528,6 211	66,409 9	- 14,169 7144	9804,0	0,0032	0,2107	0,0007	- 14,169 05	9804,4	0,0032	0,2106	0,0007	- 14,169 05	9804,4
12	1586,4 443	66,711 6	- 13,958 7317	9802,5	0,0042	0,2802	0,0012	- 13,957 56	9803,3	0,0042	0,2801	0,0012	- 13,957 56	9803,3
13	1644,3 482	66,816 3	- 13,709 5909	9785,4	0,0052	0,3499	0,0018	- 13,707 76	9786,8	0,0052	0,3499	0,0018	- 13,707 76	9786,8
14	1711,9 373	66,847 7	- 13,366 6837	9747,6	0,0065	0,4321	0,0028	- 13,363 89	9749,6	0,0065	0,4321	0,0028	- 13,363 89	9749,6
16	924,79 75	1,7626	- 12,846 7025	9804,7	0,0076	0,0133	0,0001	- 12,846 60	9804,8	0,0076	0,0133	0,0001	- 12,846 60	9804,8
17	990,53 25	-1,4089	- 13,264 7437	9834,2	0,0064	-0,0090	-0,0001	- 13,264 80	9834,2	0,0064	-0,0090	-0,0001	- 13,264 80	9834,2
18	1048,8 866	-1,5477	- 13,583 8916	9850,2	0,0053	-0,0082	0,0000	- 13,583 94	9850,2	0,0053	-0,0082	0,0000	- 13,583 94	9850,2
19	1106,3 907	-1,8291	- 13,850 5331	9857,4	0,0043	-0,0079	0,0000	- 13,850 57	9857,4	0,0043	-0,0079	0,0000	- 13,850 57	9857,4
20	1164,6 237	-2,6628	- 14,085 9118	9847,1	0,0033	-0,0087	0,0000	- 14,085 94	9847,1	0,0033	-0,0087	0,0000	- 14,085 94	9847,1
21	1232,2 852	-2,7614	- 14,288 649	9832,3	0,0021	-0,0058	0,0000	- 14,288 66	9832,3	0,0021	-0,0058	0,0000	- 14,288 66	9832,3
22	1290,0 909	-2,7092	- 14,379 8184	9832,1	0,0011	-0,0029	0,0000	- 14,379 82	9832,1	0,0011	-0,0029	0,0000	- 14,379 82	9832,1
23	1588,0 395	-5,1742	- 13,967 4673	9791,6	0,0042	-0,0219	-0,0001	- 13,967 56	9791,6	0,0042	-0,0219	-0,0001	- 13,967 56	9791,6
24	1646,5 804	-4,8321	- 13,705 4786	9780,0	0,0053	-0,0255	-0,0001	- 13,705 61	9779,9	0,0053	-0,0255	-0,0001	- 13,705 61	9779,9
25	1713,0 931	-3,0334	- 13,355 5727	9750,3	0,0065	-0,0197	-0,0001	- 13,355 70	9750,2	0,0065	-0,0197	-0,0001	- 13,355 70	9750,2

26	1774,8 057	-4,7556	- 12,937 9519	9737,8	0,0076	-0,0361	-0,0003	- 12,938 23	9737,6	0,0076	-0,0361	-0,0003	- 12,938 23	9737,6
27	924,33 99	67,072 0	12,800 7723	9837,2	0,0075	-0,5053	-0,0038	12,804 58	9834,3	0,0075	-0,5054	-0,0038	12,804 58	9834,3
28	987,84 68	65,122 6	13,216 8975	9857,0	0,0064	-0,4166	-0,0027	13,219 56	9855,1	0,0064	-0,4166	-0,0027	13,219 56	9855,1
29	1047,3 257	62,869 9	13,556 6152	9864,0	0,0053	-0,3359	-0,0018	13,558 41	9862,6	0,0053	-0,3359	-0,0018	13,558 41	9862,6
30	1105,6 523	63,396 0	13,815 2197	9880,3	0,0043	-0,2730	-0,0012	13,816 39	9879,5	0,0043	-0,2730	-0,0012	13,816 40	9879,5
31	1163,4 534	63,634 2	14,039 0127	9877,3	0,0033	-0,2092	-0,0007	14,039 70	9876,8	0,0033	-0,2092	-0,0007	14,039 70	9876,8
32	1230,9 408	63,519 5	14,236 4444	9866,4	0,0021	-0,1334	-0,0003	14,236 72	9866,2	0,0021	-0,1335	-0,0003	14,236 72	9866,2
33	1289,4 423	63,854 9	14,371 0996	9837,6	0,0011	-0,0684	-0,0001	14,371 17	9837,6	0,0011	-0,0684	-0,0001	14,371 17	9837,6
34	1588,1 619	67,359 7	13,975 4946	9785,6	0,0042	-0,2854	-0,0012	13,976 70	9784,8	0,0042	-0,2854	-0,0012	13,976 70	9784,8
35	1654,7 270	68,440 1	13,636 6495	9798,1	0,0054	-0,3706	-0,0020	13,638 66	9796,7	0,0054	-0,3706	-0,0020	13,638 66	9796,7
36	1712,9 060	66,131 5	13,335 109	9766,1	0,0065	-0,4278	-0,0028	13,337 88	9764,1	0,0065	-0,4279	-0,0028	13,337 88	9764,1
37	1775,2 279	68,679 2	12,903 0092	9761,8	0,0076	-0,5209	-0,0040	12,906 96	9758,8	0,0076	-0,5210	-0,0040	12,906 96	9758,8
1025	1394,6 014	17,627 9	14,447 6057	9795,6	0,0008	0,0140	0,0000	14,447 59	9795,6	0,0008	0,0140	0,0000	14,447 59	9795,6
1026	1428,2 651	21,700 2	14,369 5053	9823,8	0,0014	0,0301	0,0000	14,369 46	9823,8	0,0014	0,0301	0,0000	14,369 46	9823,8
1027	1455,4 533	22,128 6	14,377 6002	9788,0	0,0019	0,0415	0,0001	14,377 52	9788,1	0,0019	0,0415	0,0001	14,377 52	9788,1
1028	1350,0 000	0,0000	14,472 1421	9791,0	0,0000	0,0000	0,0000	14,472 14	9791,0	0,0000	0,0000	0,0000	14,472 14	9791,0
1029	1482,8 817	17,960 3	14,311 4647	9793,5	0,0024	0,0424	0,0001	14,311 36	9793,6	0,0024	0,0424	0,0001	14,311 36	9793,6
1030	1441,8 053	6,8169	14,397 8499	9790,6	0,0016	0,0111	0,0000	14,397 83	9790,6	0,0016	0,0111	0,0000	14,397 83	9790,6
1031	1385,0 152	-6,6279	14,450 683	9798,1	0,0006	-0,0041	0,0000	14,450 69	9798,1	0,0006	-0,0041	0,0000	14,450 69	9798,1
1032	1511,4 633	14,702 3	14,274 8776	9767,3	0,0029	0,0423	0,0001	14,274 76	9767,4	0,0029	0,0423	0,0001	14,274 76	9767,4
1034	1364,5 865	18,114 6	14,495 1778	9774,2	0,0003	-0,0047	0,0000	14,495 18	9774,2	0,0003	-0,0047	0,0000	14,495 18	9774,2
1035	1471,6 590	-2,9674	14,364 7035	9774,5	0,0022	-0,0064	0,0000	14,364 72	9774,5	0,0022	-0,0064	0,0000	14,364 72	9774,5
1036	1496,9 031	-5,3534	14,279 7625	9791,3	0,0026	-0,0140	0,0000	14,279 80	9791,3	0,0026	-0,0140	0,0000	14,279 80	9791,3
1037	1530,6 930	-1,2661	14,205 9057	9774,4	0,0032	-0,0041	0,0000	14,205 92	9774,4	0,0032	-0,0041	0,0000	14,205 92	9774,4
1038	1391,8 292	29,205 5	14,517 706	9749,8	0,0007	-0,0218	0,0000	14,517 72	9749,8	0,0007	-0,0218	0,0000	14,517 72	9749,8
1039	1341,9 784	40,748 1	14,257 3554	9938,1	0,0001	-0,0057	0,0000	14,257 36	9938,1	0,0001	-0,0057	0,0000	14,257 36	9938,1
1040	1370,9 188	40,365 6	14,477 1706	9785,0	0,0004	-0,0150	0,0000	14,477 18	9785,0	0,0004	-0,0150	0,0000	14,477 18	9785,0
1041	1520,0 026	19,555 2	14,220 9872	9787,0	0,0030	-0,0591	-0,0002	14,221 17	9786,9	0,0030	-0,0591	-0,0002	14,221 17	9786,9
1042	1491,1 557	29,263 3	14,293 0574	9792,3	0,0025	-0,0734	-0,0002	14,293 24	9792,2	0,0025	-0,0734	-0,0002	14,293 24	9792,2
1043	1539,1 951	21,206 2	14,167 1377	9781,8	0,0034	-0,0714	-0,0002	14,167 38	9781,7	0,0034	-0,0714	-0,0002	14,167 38	9781,7
1044	1346,9 228	63,404 6	14,482 9778	9783,6	0,0001	-0,0035	0,0000	14,482 98	9783,6	0,0001	-0,0035	0,0000	14,482 98	9783,6
1045	1375,6 524	65,292 8	14,468 13	9789,7	0,0005	-0,0298	0,0000	14,468 14	9789,7	0,0005	-0,0298	0,0000	14,468 14	9789,7



1046	1507,6 788	- 41,098 9	- 14,255 1479	9788,2	0,0028	-0,1153	-0,0003	- 14,255 47	9788,0	0,0028	-0,1153	-0,0003	- 14,255 47	9788,0
1047	1394,5 981	64,996 1	14,423 1295	9812,3	0,0008	-0,0514	0,0000	14,423 17	9812,2	0,0008	-0,0514	0,0000	14,423 17	9812,2
1048	1412,2 572	66,462 1	14,404 0172	9813,9	0,0011	-0,0734	-0,0001	14,404 10	9813,8	0,0011	-0,0734	-0,0001	14,404 10	9813,8
1049	1536,6 141	40,982 8	14,163 8778	9790,1	0,0033	-0,1360	-0,0005	14,164 33	9789,7	0,0033	-0,1360	-0,0005	14,164 33	9789,7
1050	1430,9 329	65,979 1	14,613 3841	9657,3	0,0015	-0,0963	-0,0001	14,613 52	9657,2	0,0015	-0,0963	-0,0001	14,613 52	9657,2
1051	1452,2 101	66,650 9	14,318 8217	9832,3	0,0018	-0,1206	-0,0002	14,319 04	9832,2	0,0018	-0,1206	-0,0002	14,319 04	9832,2
1052	1472,6 821	64,626 6	14,295 1062	9820,6	0,0022	-0,1406	-0,0003	14,295 41	9820,4	0,0022	-0,1406	-0,0003	14,295 41	9820,4
1053	1492,3 467	65,351 7	14,278 5632	9800,2	0,0025	-0,1653	-0,0004	14,278 98	9799,9	0,0025	-0,1653	-0,0004	14,278 98	9799,9
1054	1511,8 852	65,166 7	14,270 1419	9769,7	0,0029	-0,1880	-0,0005	14,270 68	9769,3	0,0029	-0,1880	-0,0005	14,270 68	9769,3
1055	1532,0 832	64,337 0	14,208 1126	9769,8	0,0032	-0,2088	-0,0007	14,208 79	9769,3	0,0032	-0,2088	-0,0007	14,208 79	9769,3
<b>E estimado Medio1</b>				<b>9807,2</b>	<b>E estimado Medio 2</b>				<b>9807,1</b>	<b>E estimado Medio3 =E GLOBAL</b>				<b>9807,1</b>
										<b>E LIMPIO</b>				<b>9821,2</b>
										<b>E NUDO</b>				<b>9790,7</b>
										<b>DESVIACIÓN GLOBAL</b>				<b>43,1</b>
										<b>DESVIACIÓN LIMPIO</b>				<b>40,4</b>
										<b>DESVIACIÓN NUDO</b>				<b>40,9</b>

Figura 7.13. Obtención del M.O.E. respectivo a cada punto de medición (E. P.)

De este modo fue posible re calcular los módulos de elasticidad medios a partir de las secuencias de cada viga, pudiendo diferenciar el *M.O.E. GLOBAL* (representando la rigidez de la viga teniendo en cuenta la presencia de defectos), el *M.O.E. LIMPIO* (en zonas sin influencia de nudos), y el *M.O.E. EN NUDOS* (en las zonas con presencia de nudos), comprobando que efectivamente mostraban unas desviaciones estándar medias de 120,718, 123,601 y 81,675 N/mm<sup>2</sup> respectivamente, tal y como se muestra en la siguiente tabla resumen (rigideces en N/mm<sup>2</sup>):

Nº de viga	Ptos medición	M.O.E.G. 408	M.O.E. 408	M.O.E. GLOBAL Fotogram	M.O.E. LIMPIO Fotogram	M.O.E. NUDOS Fotogram	Desv. GLOBAL	Desv. LIMPIA	Desv. NUDOS
1	76	9767	10561	9254	9246	9260	88,19	122,31	41,44
2	67	8924	8470	10184	10112	10264	117,06	111,55	49,23
3	68	8367	8499	8625	8601	8649	140,90	178,89	69,75
4	70	9490	12963	9337	9359	9317	177,20	196,55	149,12
5	54	9098	8727	9814	9819	9807	31,52	35,28	22,80
6	65	8759	9340	10020	10031	10008	42,16	32,61	47,34
7	55	9210	9825	9385	9390	9377	143,96	181,55	26,75
8	63	8177	8221	9511	9501	9521	153,63	192,51	97,97
9	53	8971	9452	11201	11141	11338	191,85	61,21	230,67
Media	65	8974	9562	9703	9689	9727	<b>120,72</b>	<b>123,60</b>	<b>81,67</b>

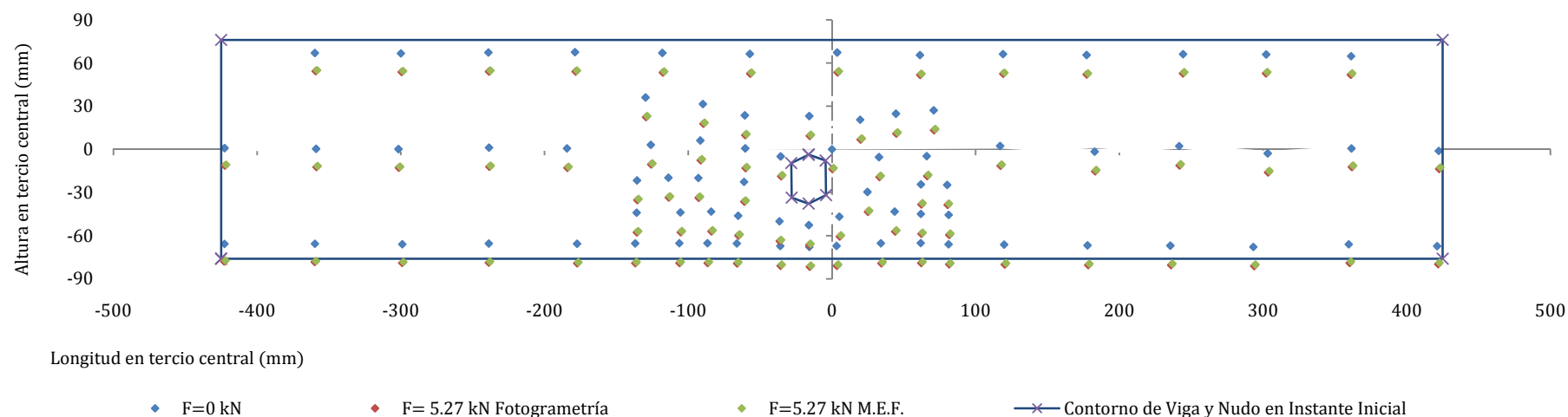
Figura 7.14. Resumen de las rigideces longitudinales medidas en cada viga (E. P.)

## 7. Validación de los M.E.F. empleando el M.O.E. medio Limpio

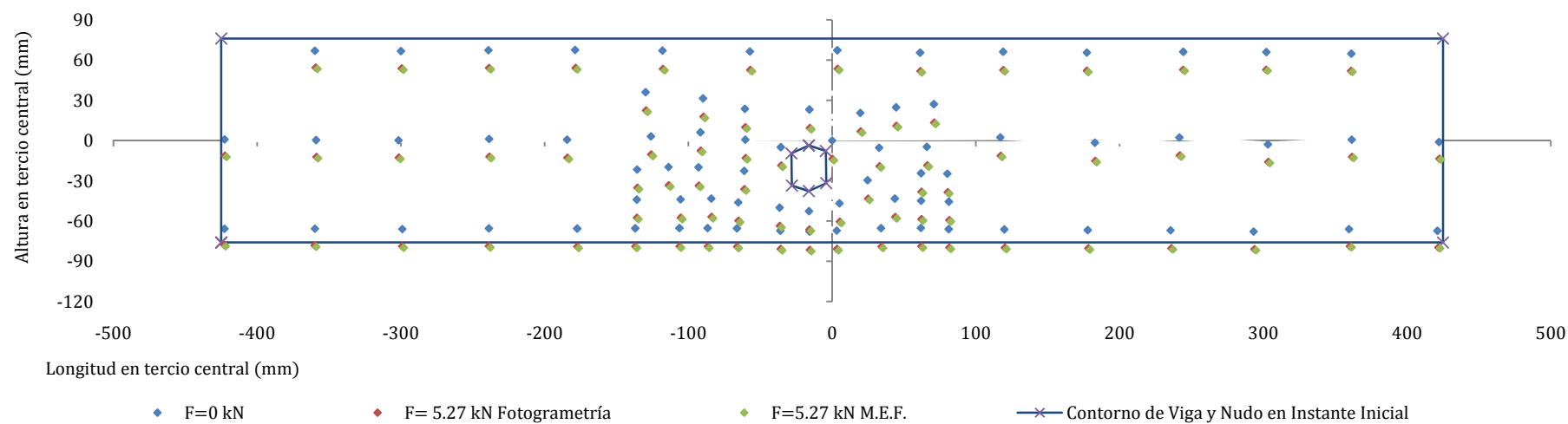
Una vez obtenido el M.O.E. de elasticidad medios en las zonas limpias de cada viga, se procede a contrastar nuevamente la carga de rotura, y desplazamientos predichos por las simulaciones, con el fin de poder validar con mayor seguridad todo el modelo, y comprobar también cuáles son los resultados empleando las constantes elásticas calculadas de acuerdo a la sección anterior.

El proceso es exactamente análogo al indicado en los apartados 3 y 5 de este capítulo, a excepción de que las constantes elásticas empleadas se deducen a partir de las relaciones expuestas en el capítulo anterior respecto del M.O.E. limpio así la mejora en la predicción de desplazamientos resulta muy significativa:

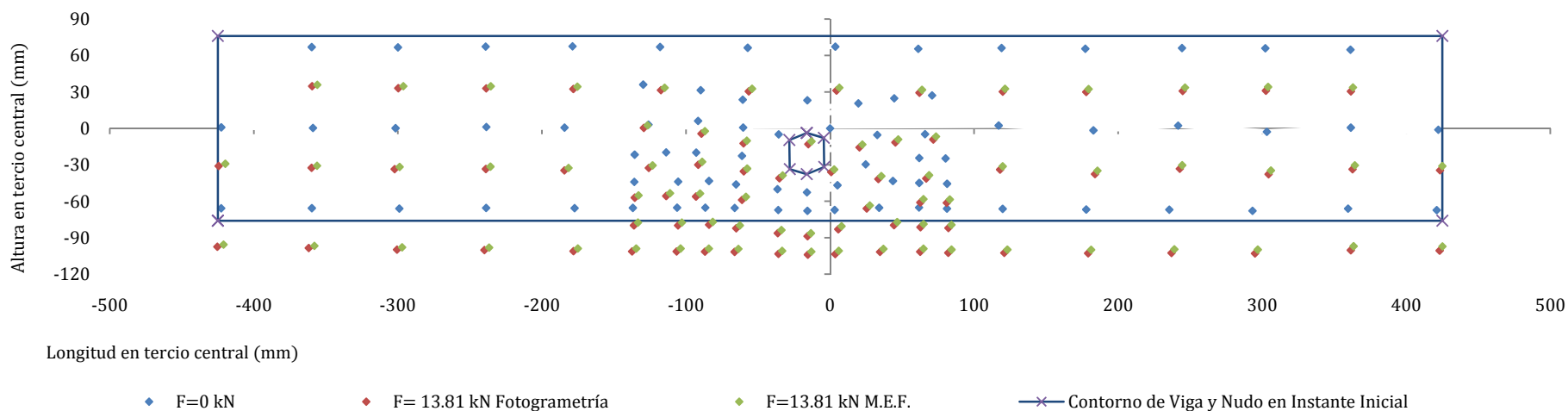
**Viga 1 Sec. 2 con M.O.E. 480: Error Global 6,03 % / Error Limpio 6,22% / Error Nudos 5,87%**



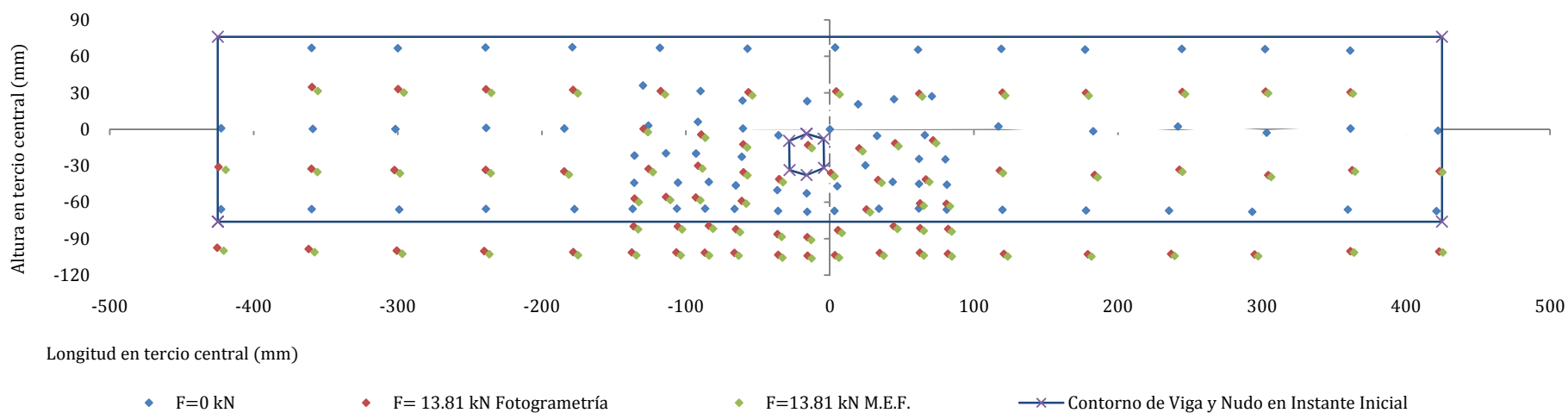
**Viga 1 Sec. 2 con M.O.E. Limpio: Error Global 7,36 % / Error Limpio 7,14% / Error Nudos 7,53%**

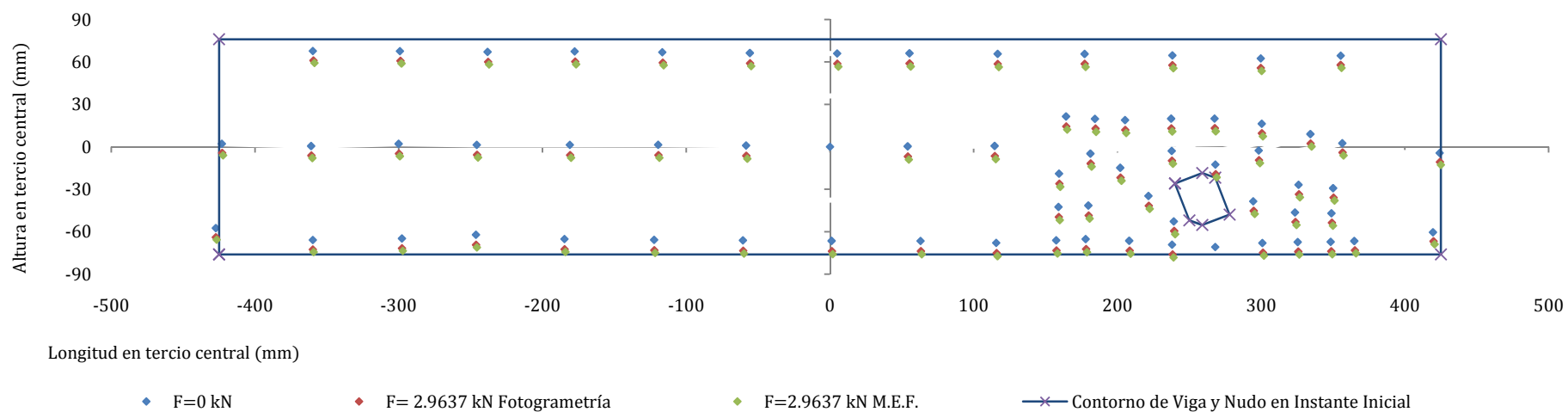
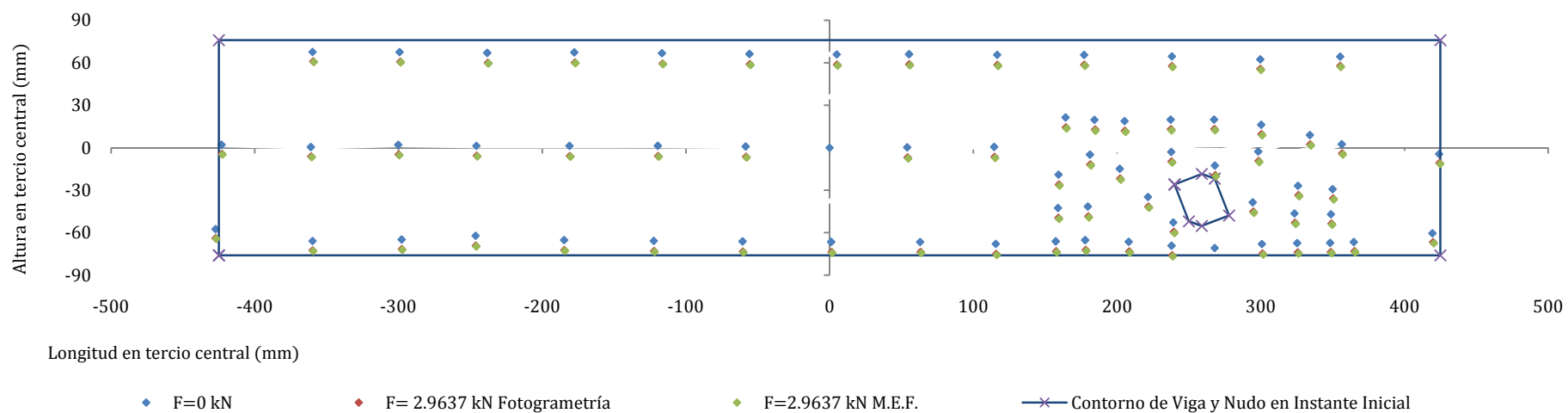


**Viga 1 Sec. 3 con M.O.E. 480: Error Global 6,91 % / Error Limpio 7,08% / Error Nudos 6,77%**

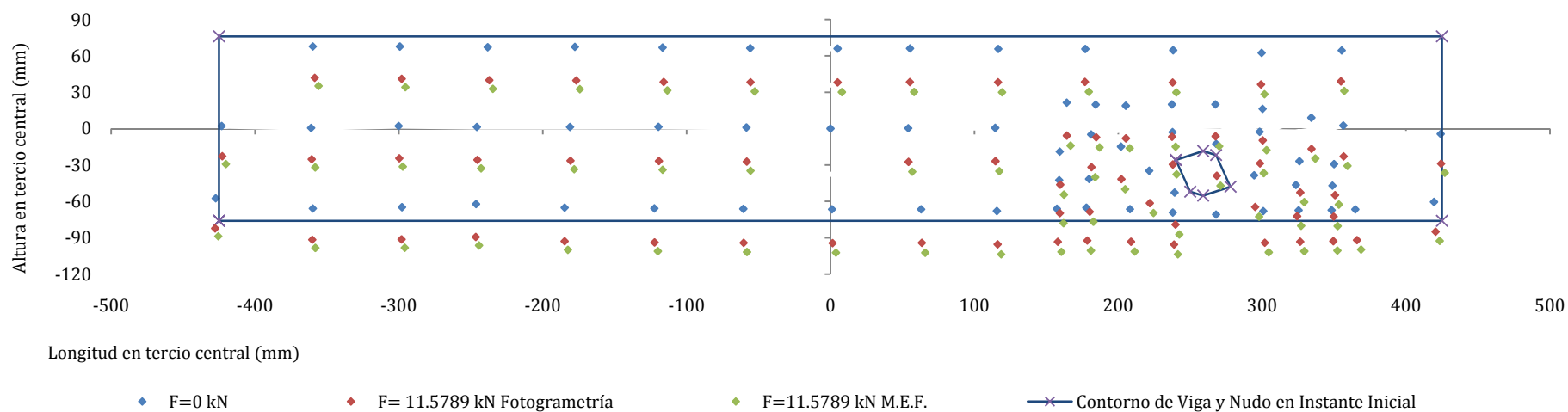


**Viga 1 Sec. 3 con M.O.E. Limpio: Error Global 6,40 % / Error Limpio 6,21% / Error Nudos 6,56 %**

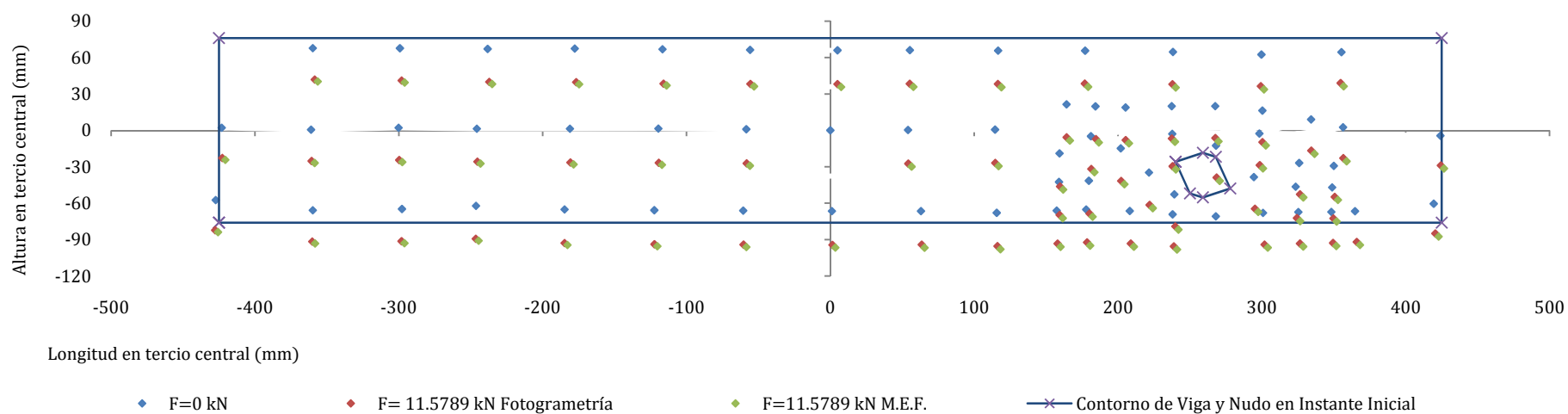


**Viga 2 Sec. 2 con M.O.E. 480: Error Global 30,42 % / Error Limpio 28,77 % / Error Nudos 32,23 %****Viga 2 Sec. 2 con M.O.E. Limpio: Error Global 9,78 % / Error Limpio 8,39% / Error Nudos 11,30 %**

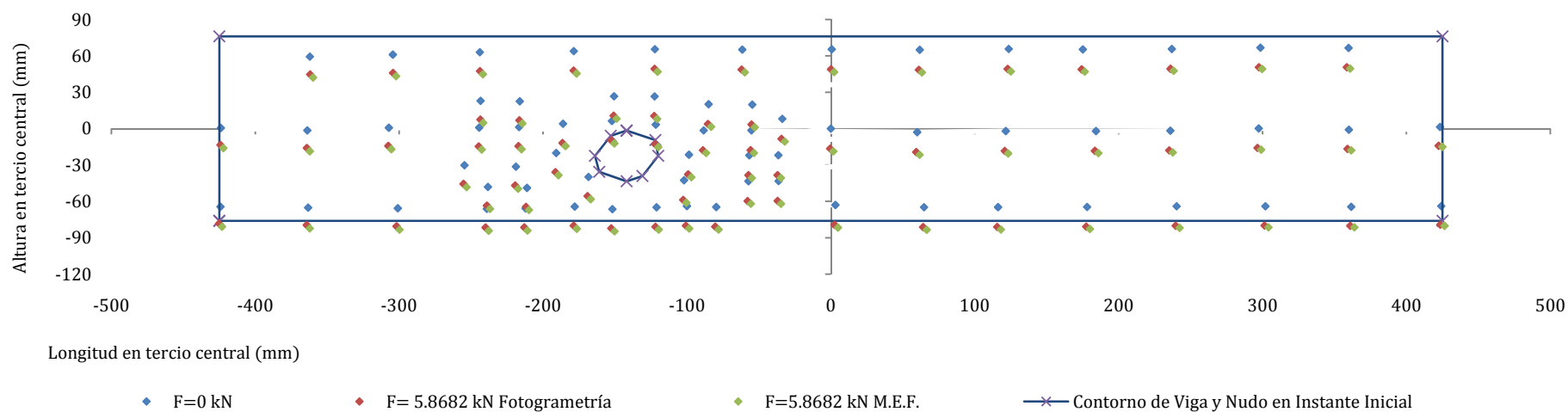
**Viga 2 Sec. 3 con M.O.E. 480: Error Global 29,00 % / Error Limpio 27,59 % / Error Nudos 30,54 %**



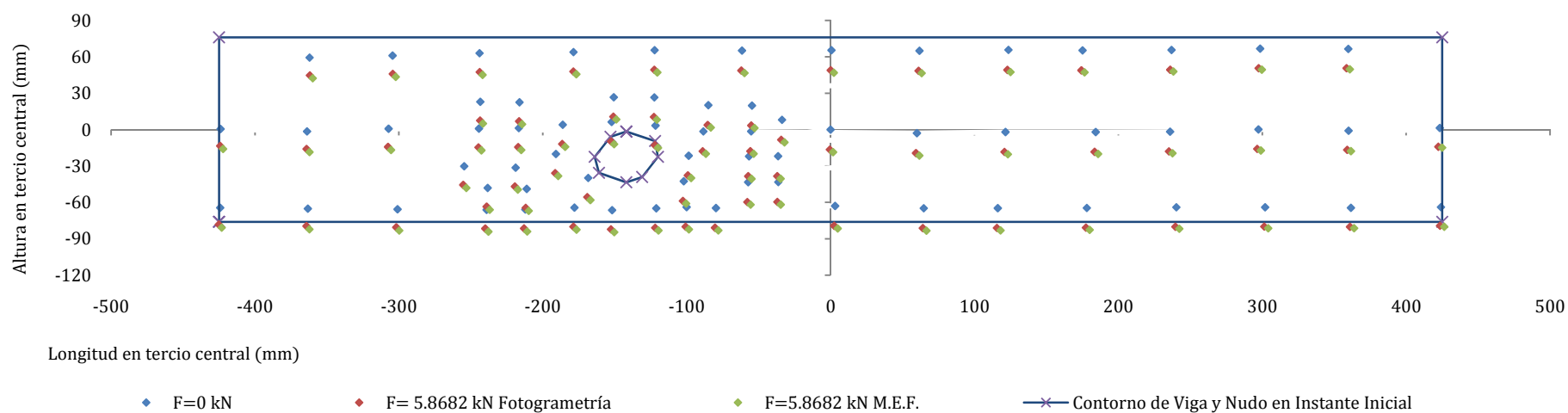
**Viga 2 Sec. 3 con M.O.E. Limpio: Error Global 8,58 % / Error Limpio 7,40% / Error Nudos 9,88 %**



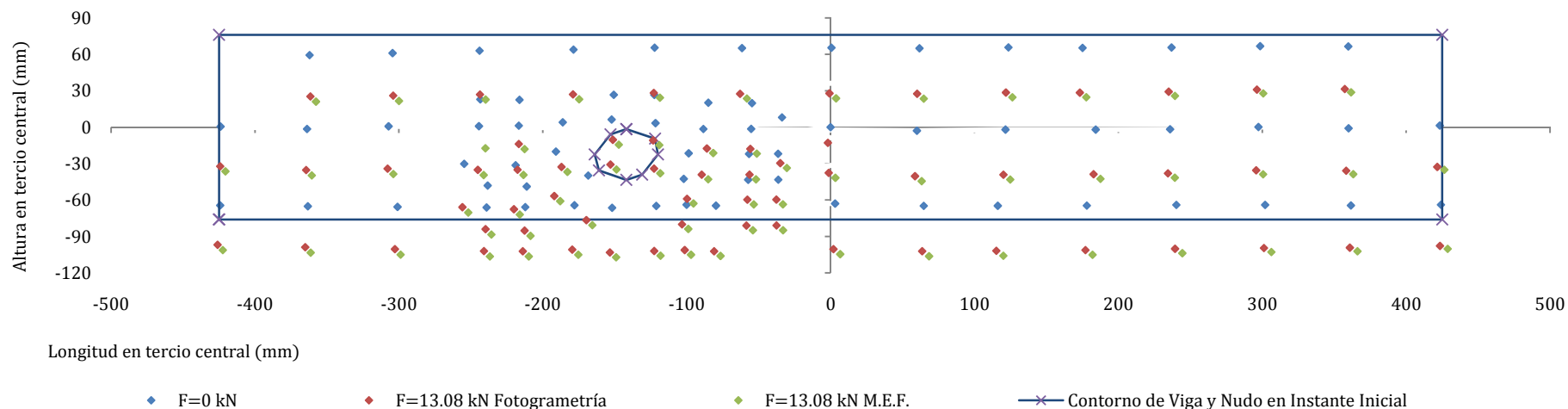
**Viga 3 Sec. 2 con M.O.E. 480: Error Global 14,53 % / Error Limpio 13,48 % / Error Nudos 15,64 %**



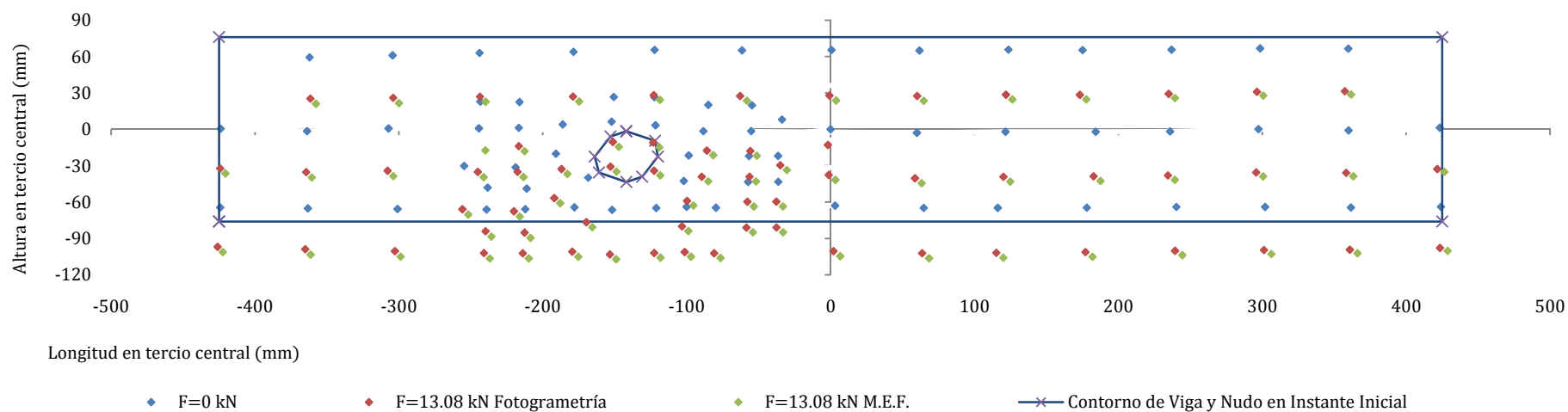
**Viga 3 Sec. 2 con M.O.E. Limpio: Error Global 13,17 % / Error Limpio 12,13% / Error Nudos 14,28 %**



**Viga 3 Sec. 3 con M.O.E. 480: Error Global 10,78 % / Error Limpio 10,59 % / Error Nudos 10,97 %**

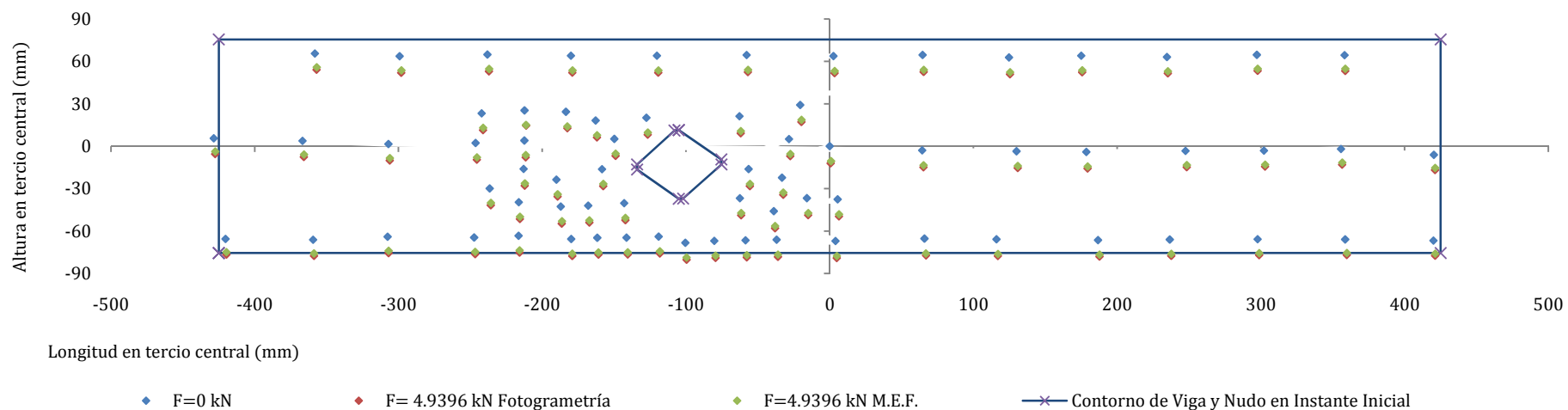


**Viga 3 Sec. 3 con M.O.E. Limpio: Error Global 9,46 % / Error Limpio 9,27% / Error Nudos 9,65 %**

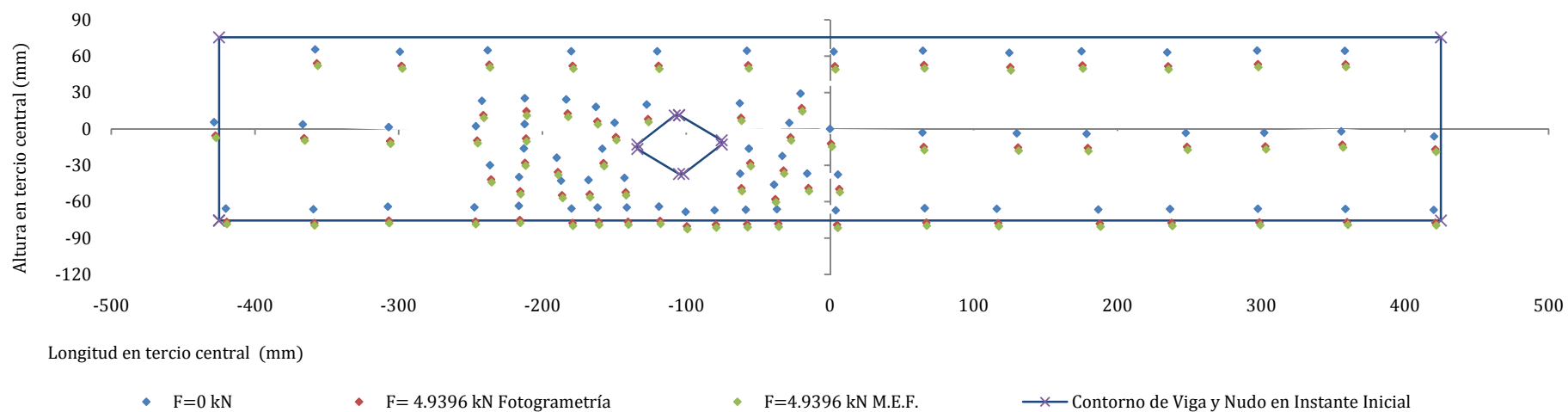




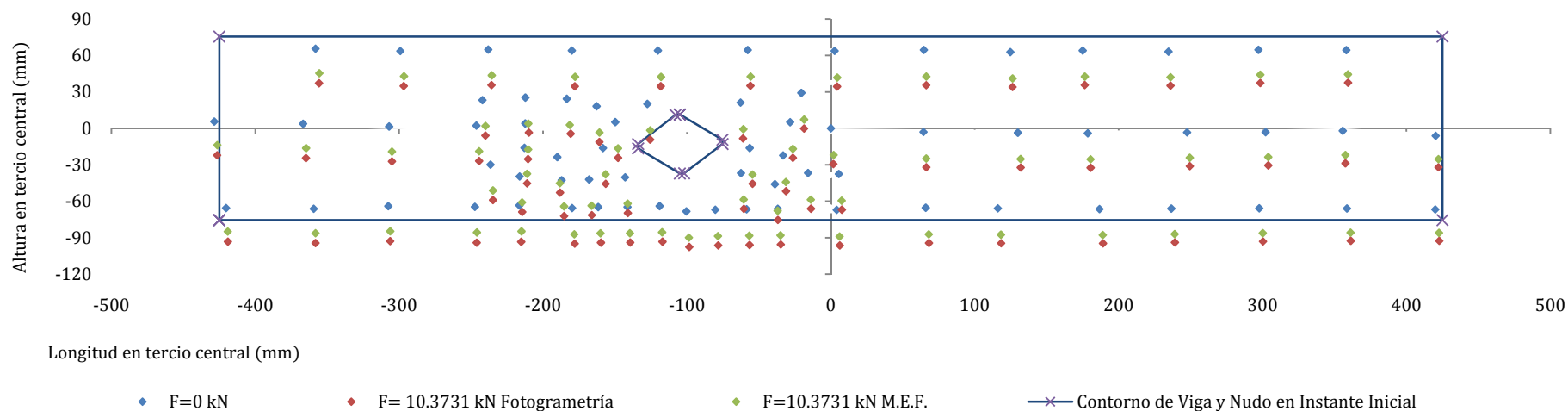
**Viga 4 Sec. 2 con M.O.E. 480: Error Global 12,89 % / Error Limpio 13,09 % / Error Nudos 12,71 %**



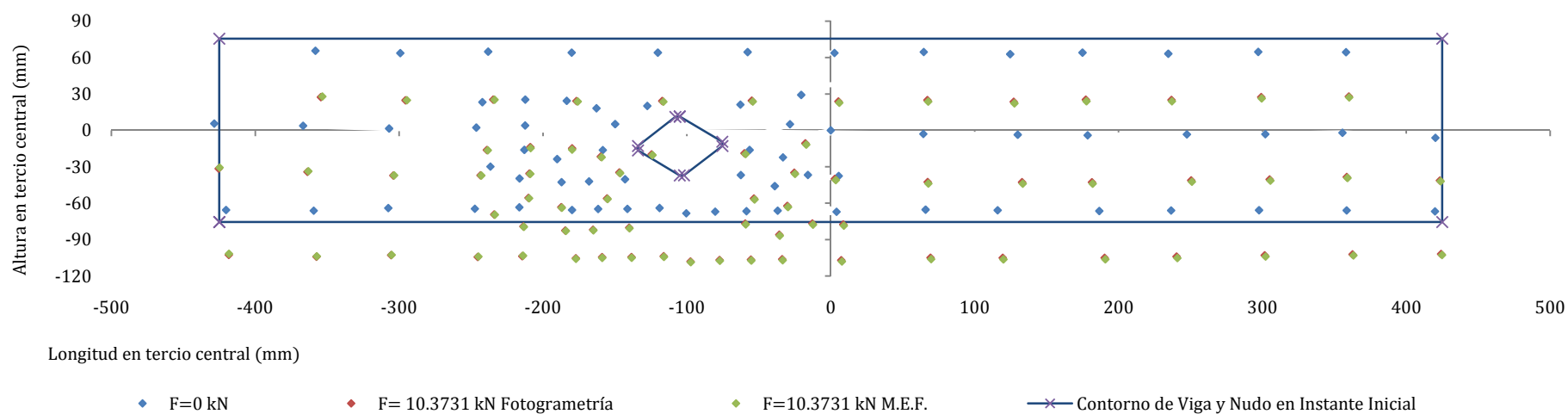
**Viga 4 Sec. 2 con M.O.E. Limpio: Error Global 20,70 % / Error Limpio 20,42 % / Error Nudos 20,95 %**

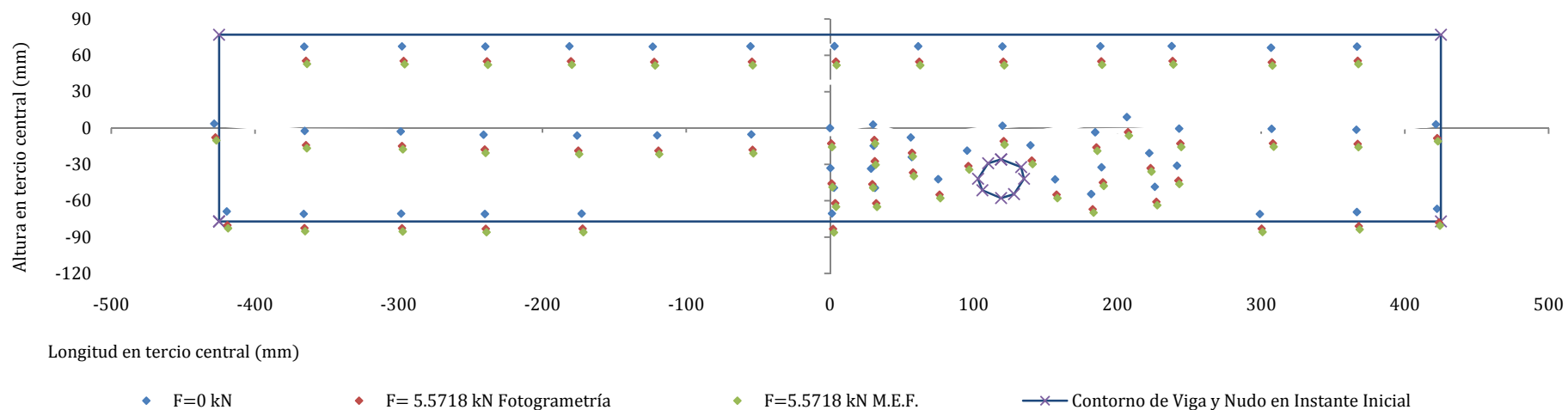
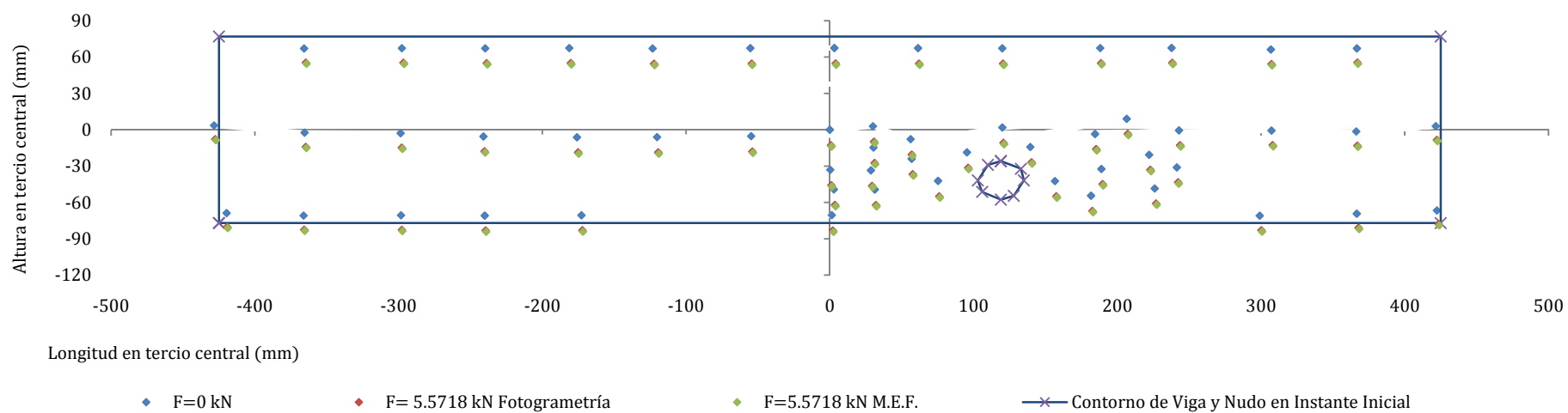


**Viga 4 Sec. 3 con M.O.E. 480: Error Global 26,36 % / Error Limpio 26,23 % / Error Nudos 26,42 %**

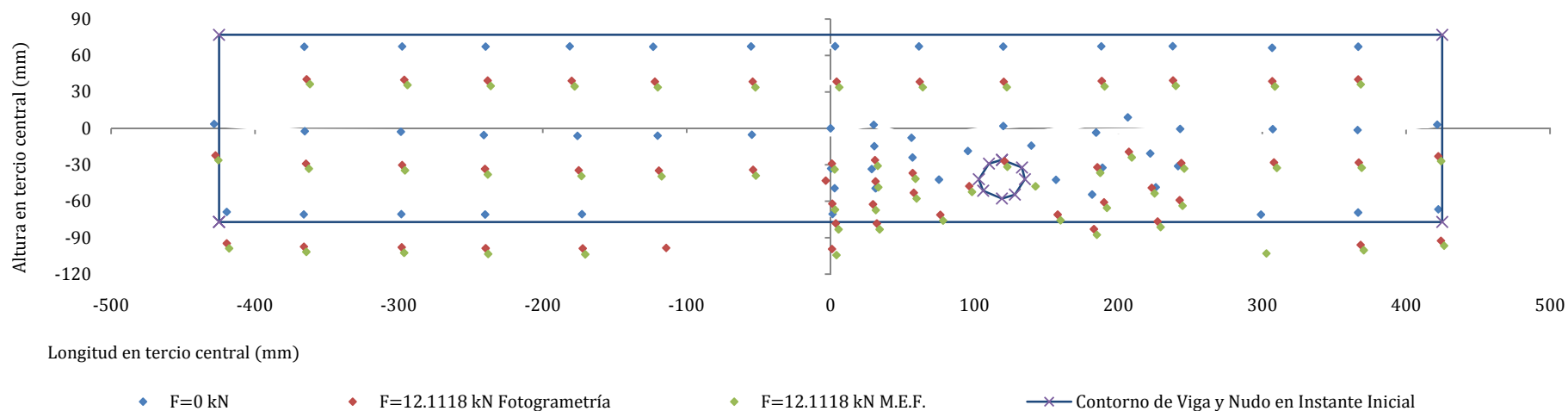


**Viga 4 Sec. 3 con M.O.E. Limpio: Error Global 2,15 % / Error Limpio 2,29 % / Error Nudos 2,03 %**

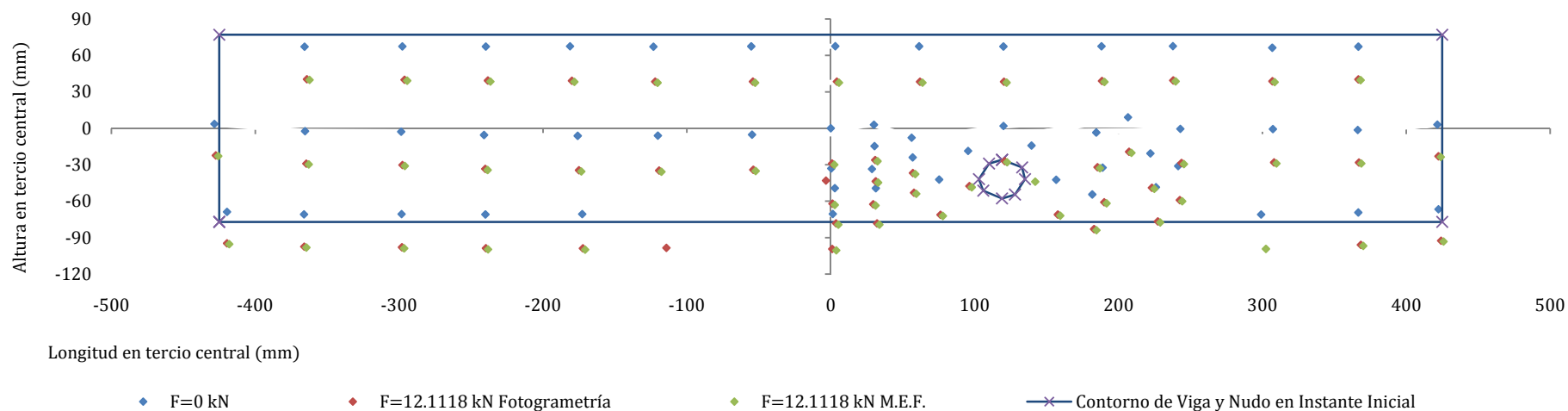


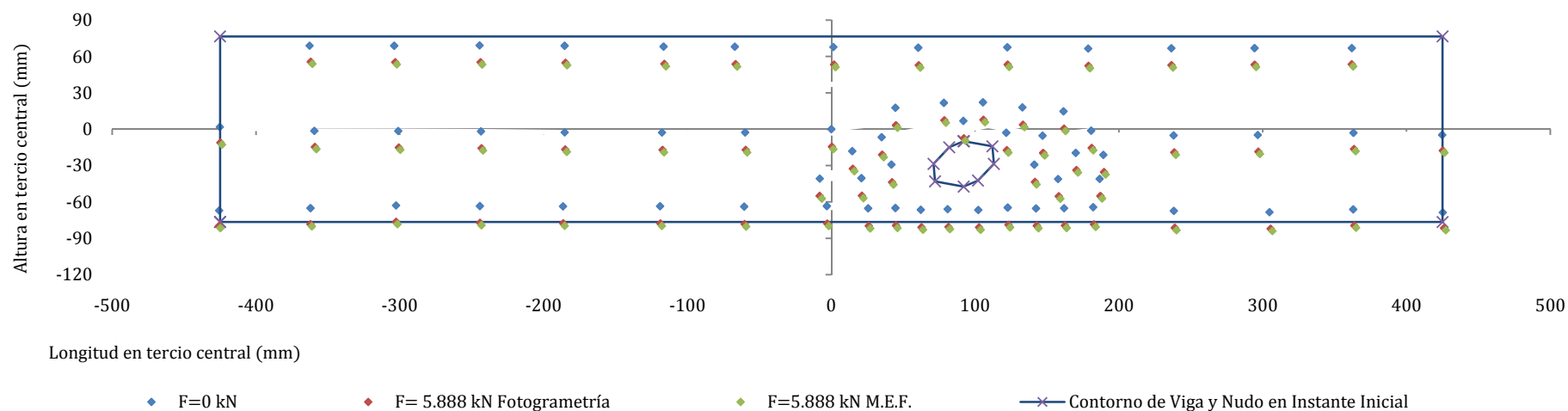
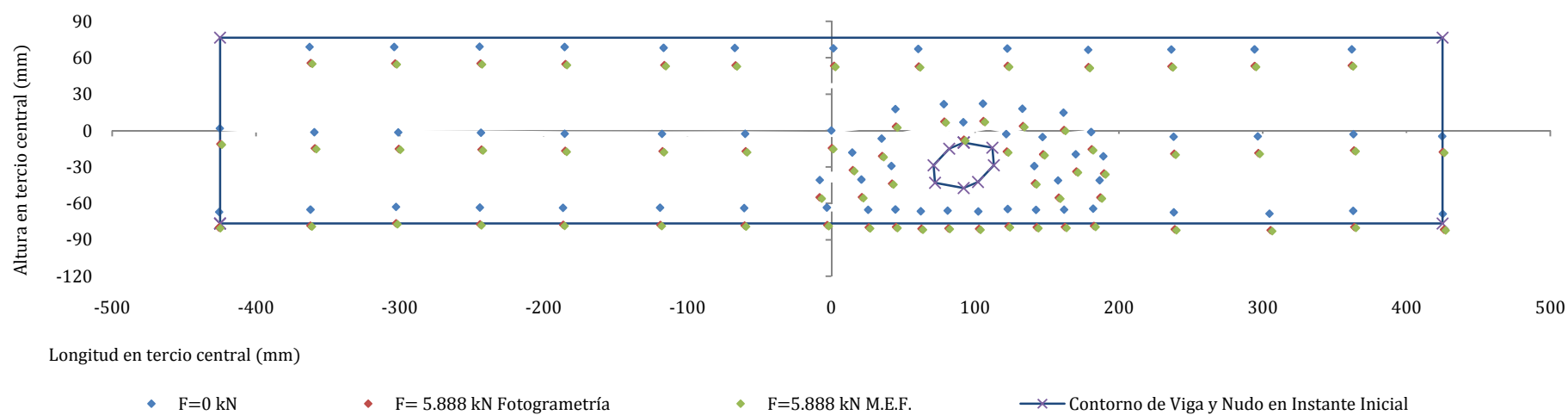
**Viga 5 Sec. 2 con M.O.E. 480: Error Global 22,06 % / Error Limpio 21,96 % / Error Nudos 22,20 %****Viga 5 Sec. 2 con M.O.E. Limpio: Error Global 8,47 % / Error Limpio 8,38 % / Error Nudos 8,58 %**

**Viga 5 Sec. 3 con M.O.E. 480: Error Global 16,25 % / Error Limpio 16,08 % / Error Nudos 16,48 %**

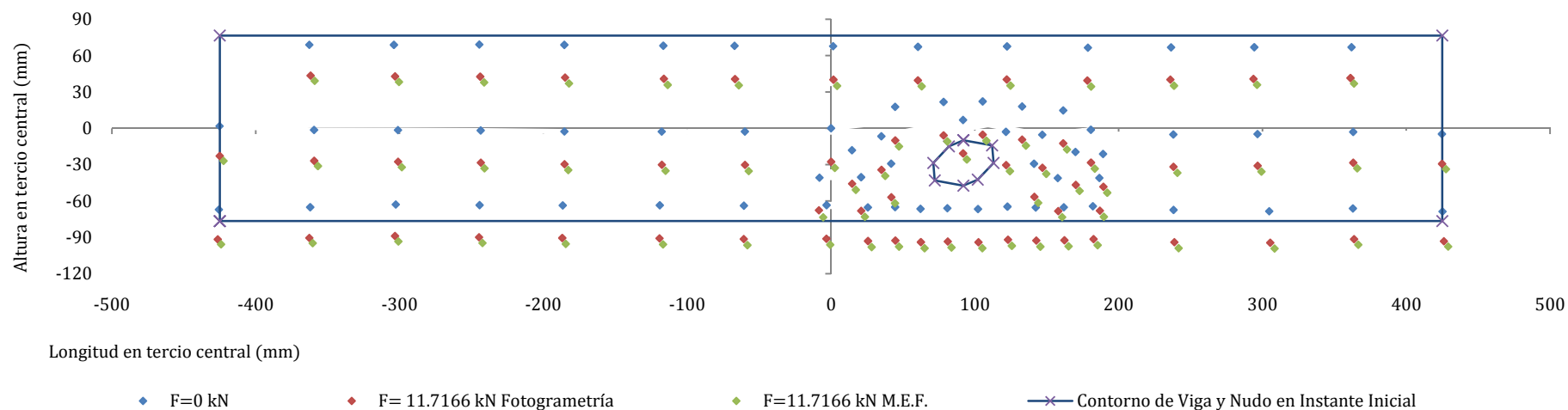


**Viga 5 Sec. 3 con M.O.E. Limpio: Error Global 3,25 % / Error Limpio 3,10 % / Error Nudos 3,46 %**

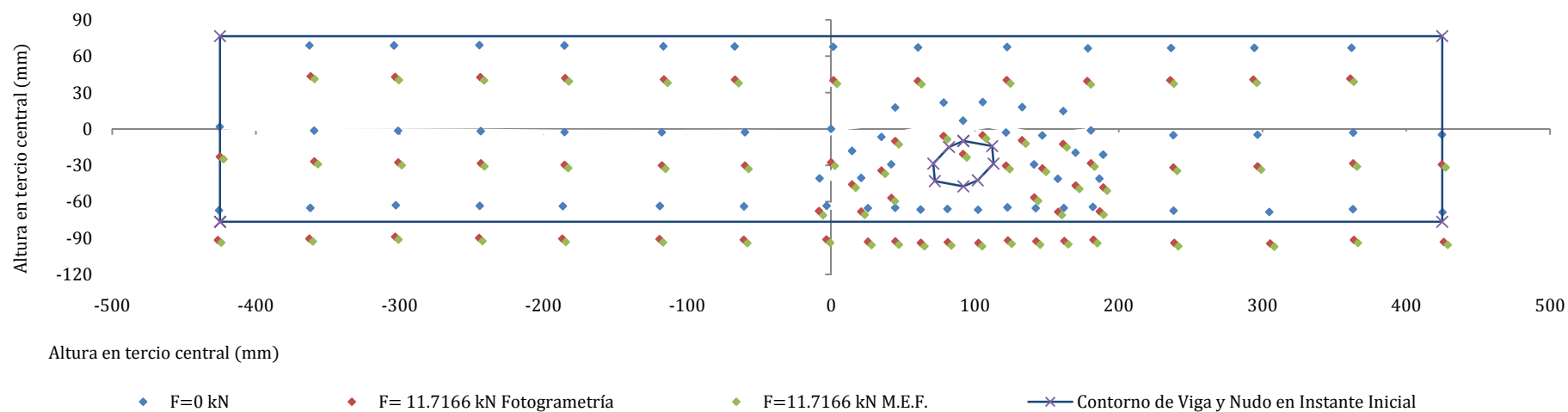


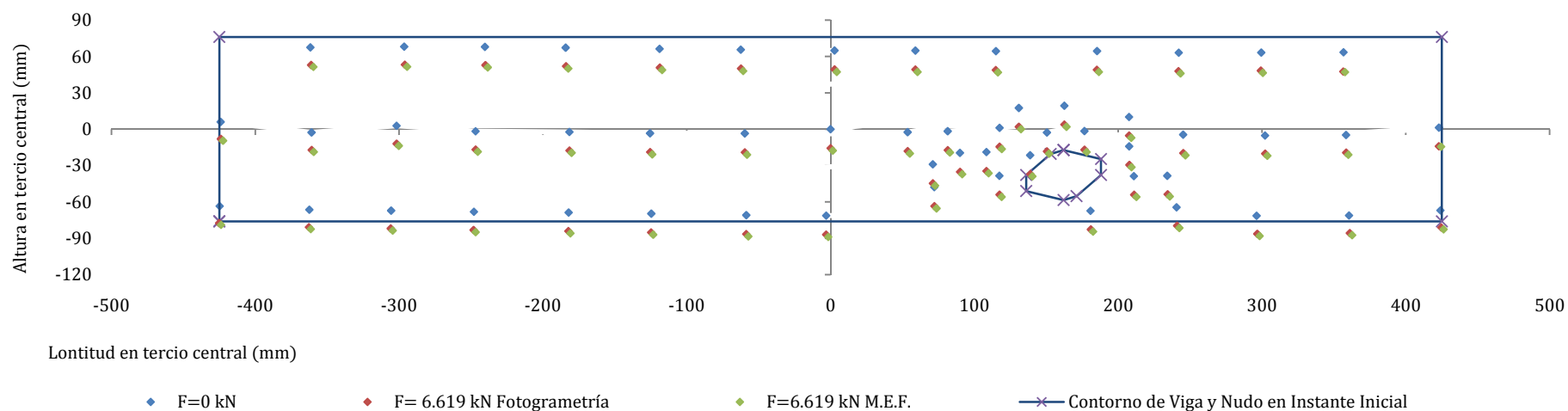
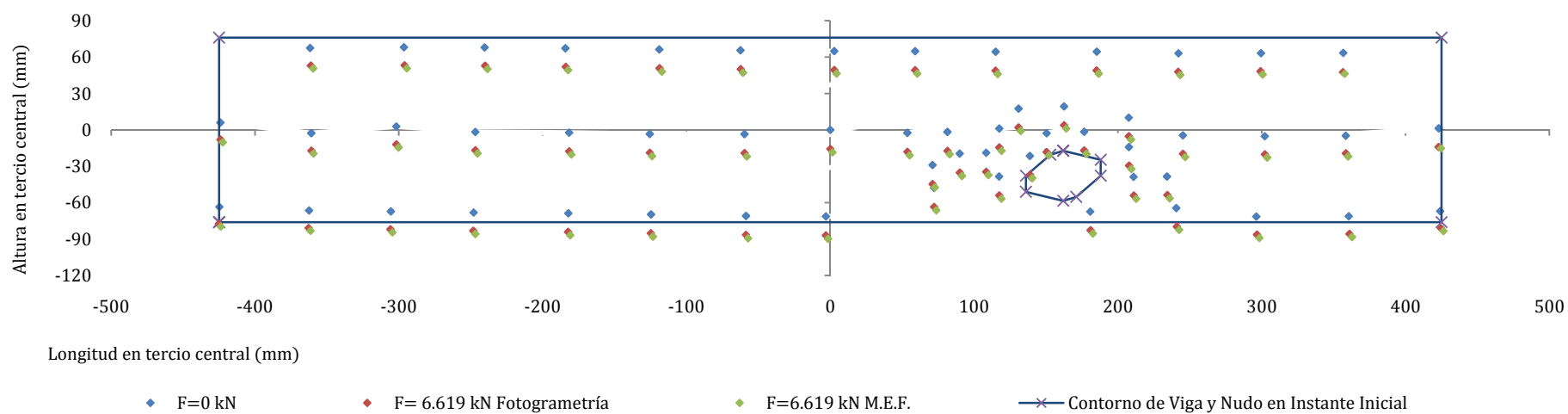
**Viga 6 Sec. 2 con M.O.E. 480: Error Global 13,62 % / Error Limpio 13,63 % / Error Nudos 16,62 %****Viga 6 Sec. 2 con M.O.E. Limpio: Error Global 5,75 % / Error Limpio 5,68 % / Error Nudos 5,83 %**

**Viga 6 Sec. 3 con M.O.E. 480: Error Global 18,12 % / Error Limpio 18,13 % / Error Nudos 18,13 %**

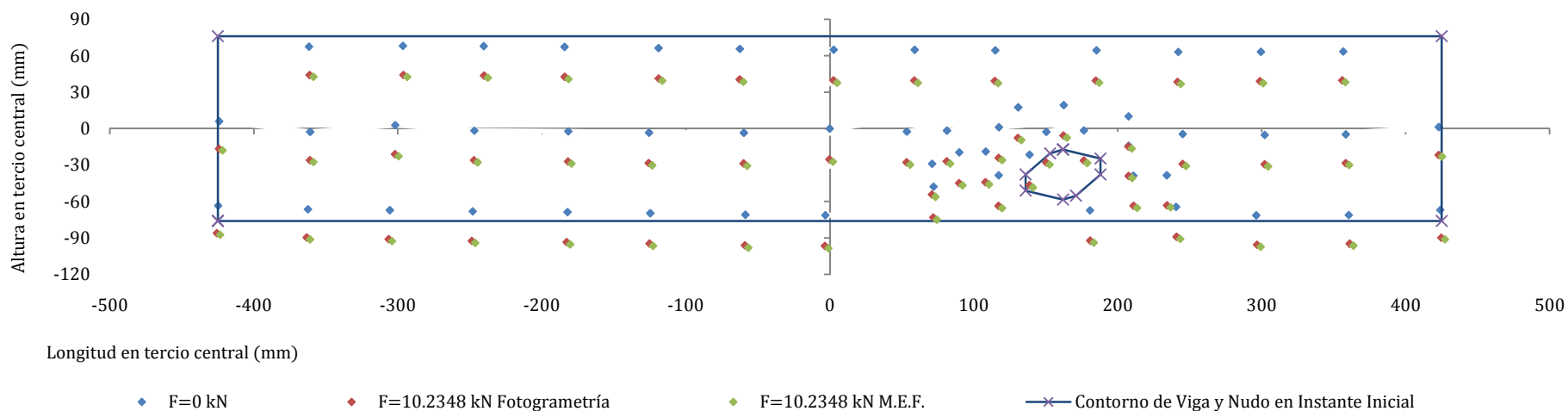


**Viga 6 Sec. 3 con M.O.E. Limpio: Error Global 9,93 % / Error Limpio 9,77 % / Error Nudos 10,10 %**

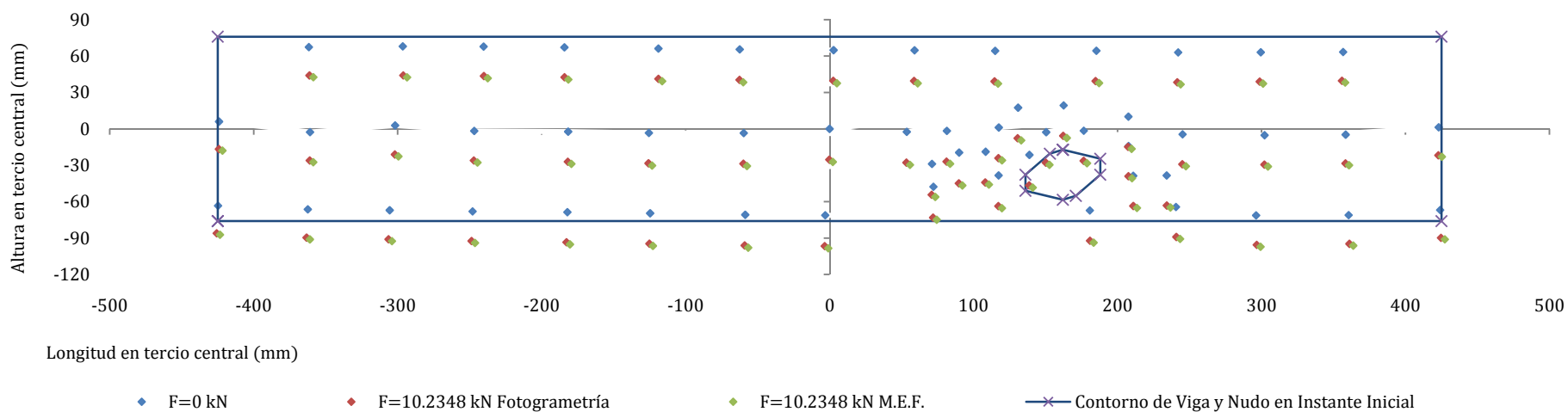


**Viga 7 Sec. 2 con M.O.E. 480: Error Global 11,41 % / Error Limpio 11,09 % / Error Nudos 11,93 %****Viga 7 Sec. 2 con M.O.E. Limpio: Error Global 16,59 % / Error Limpio 16,25 % / Error Nudos 17,13 %**

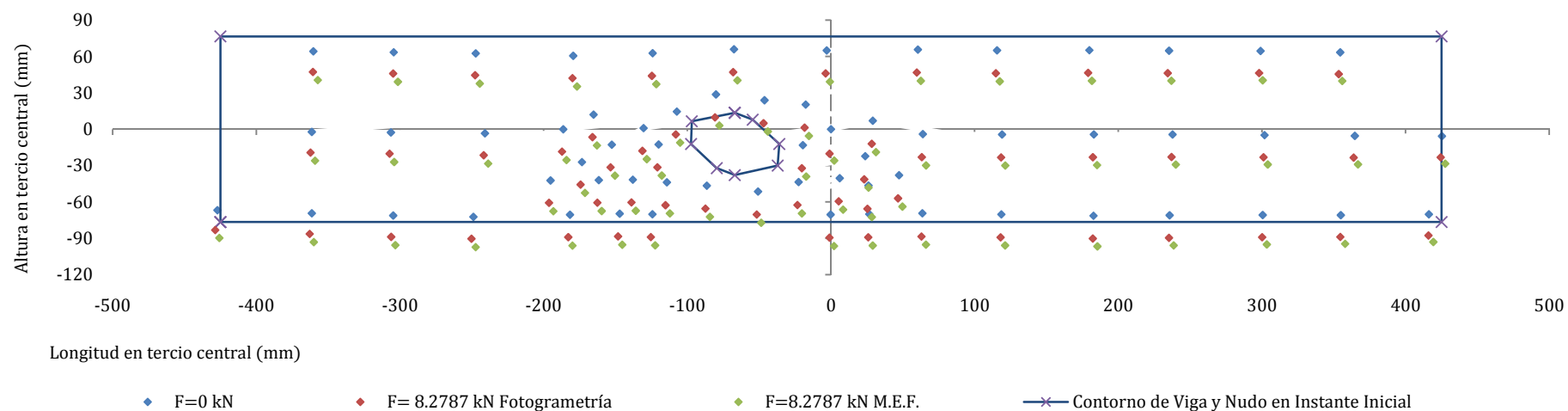
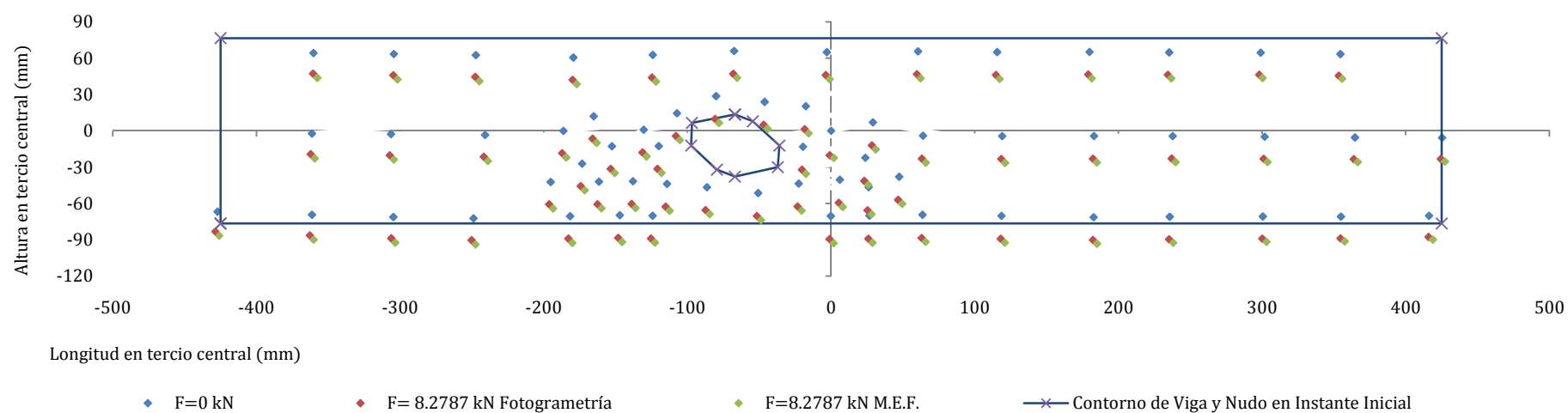
**Viga 7 Sec. 3 con M.O.E. 480: Error Global 6,88 % / Error Limpio 6,78 % / Error Nudos 7,03 %**

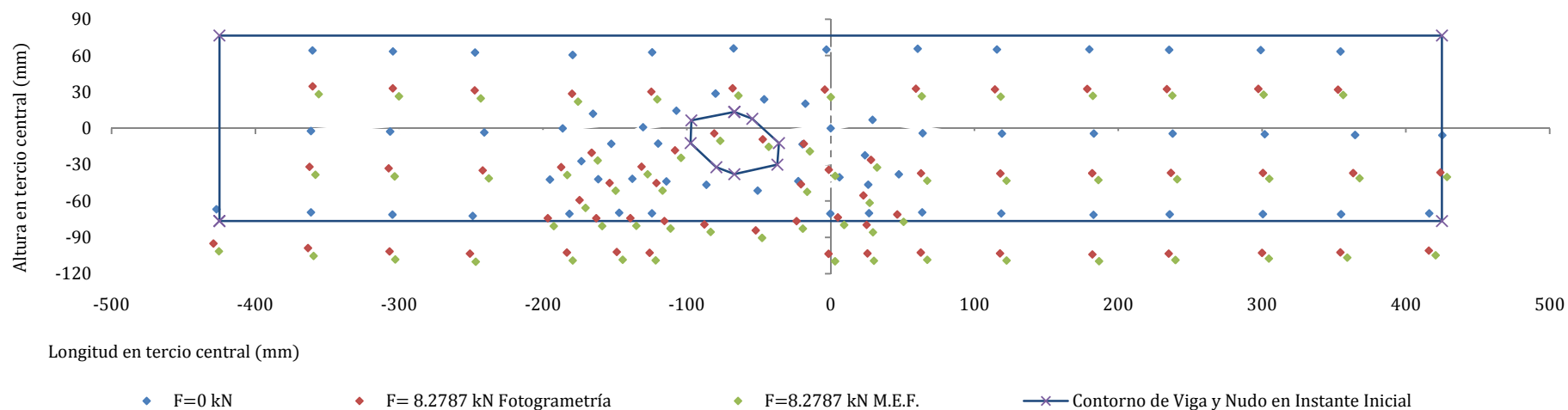
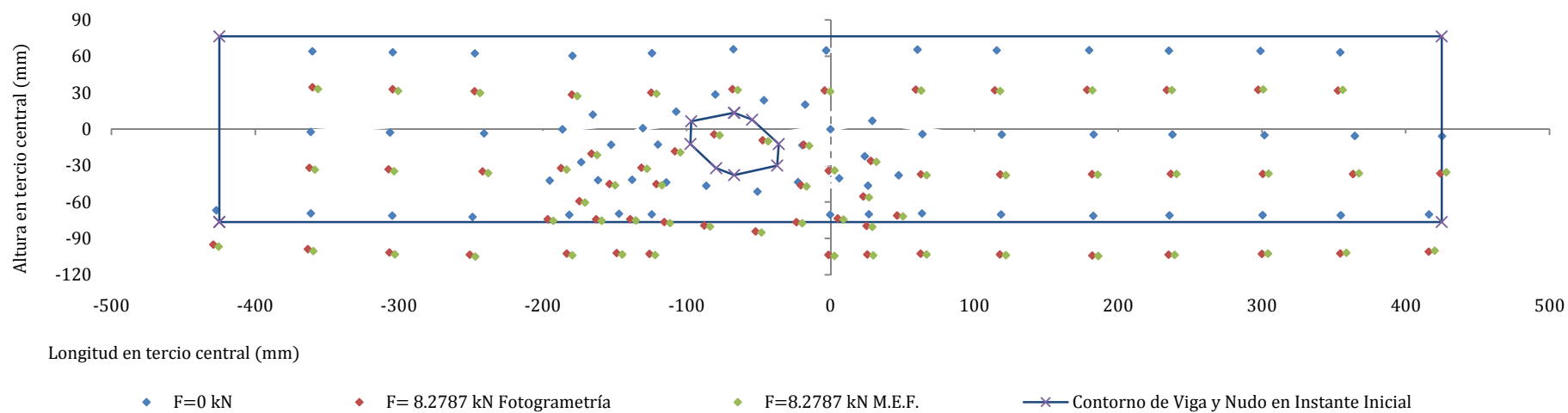


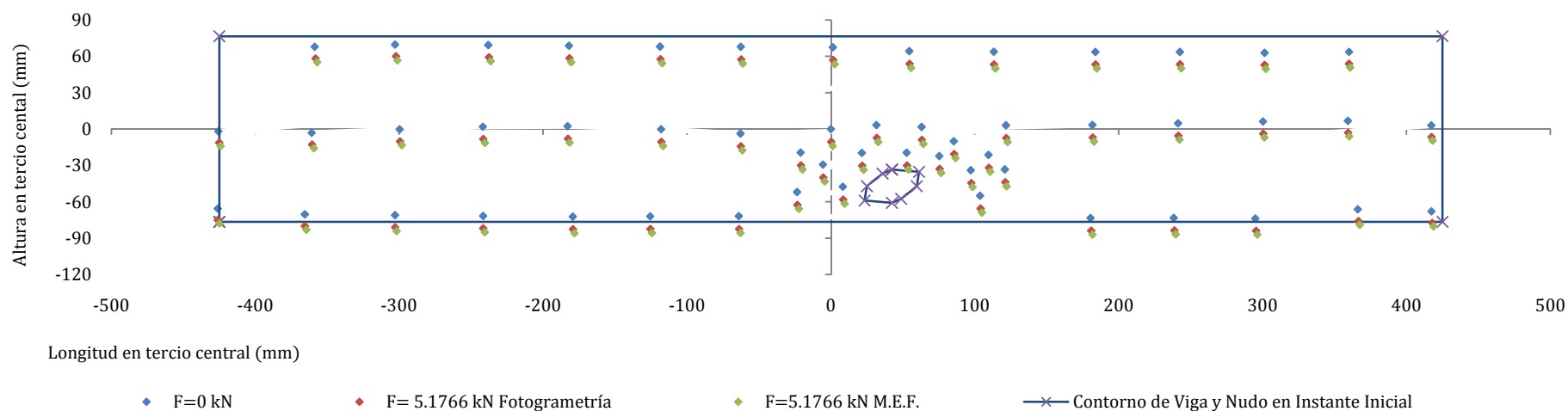
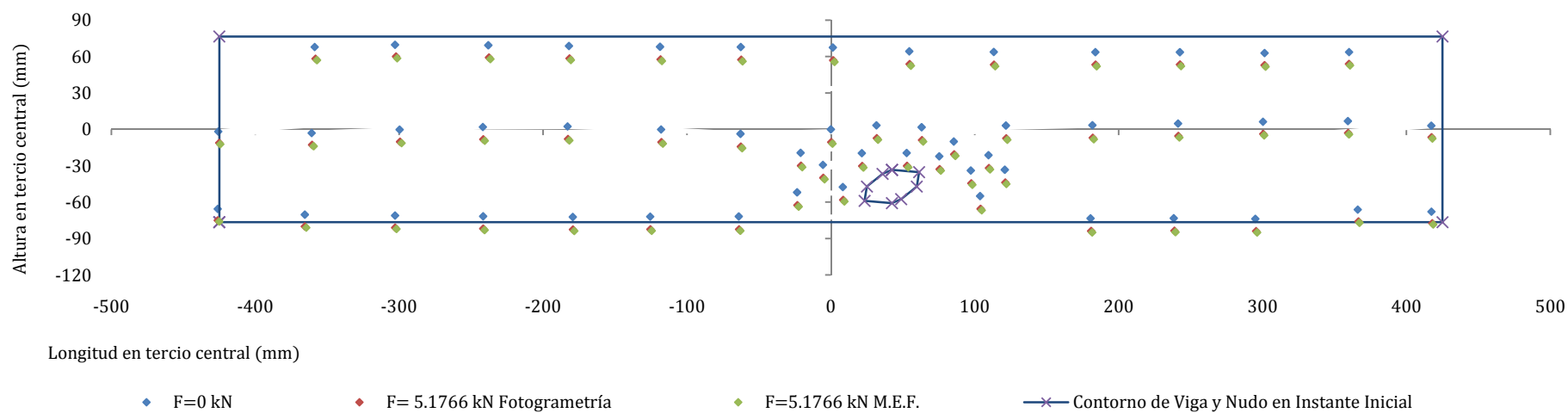
**Viga 7 Sec. 3 con M.O.E. Limpio: Error Global 11,85 % / Error Limpio 11,75 % / Error Nudos 12,02 %**



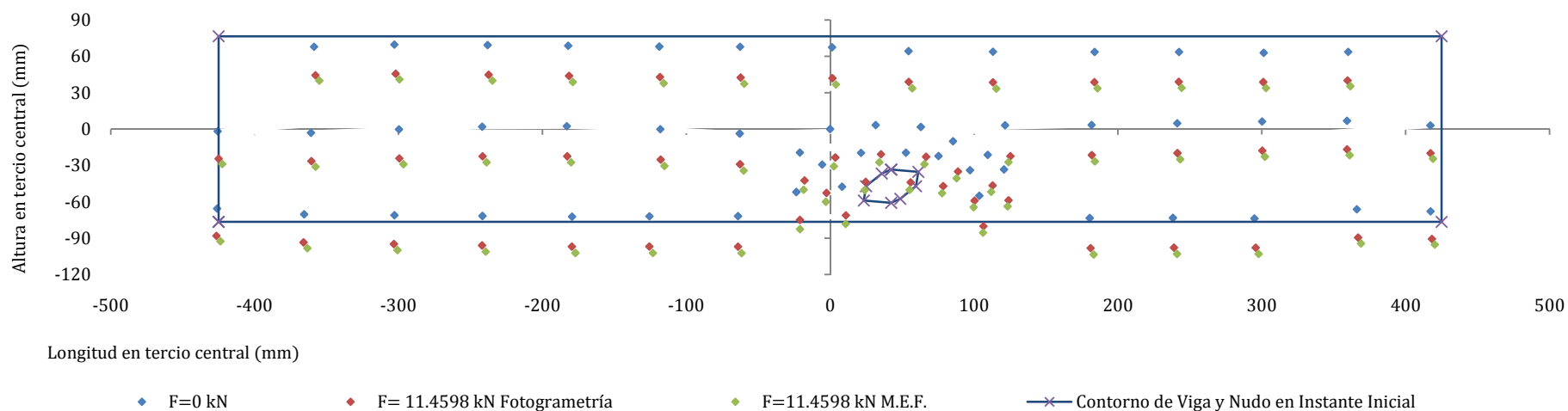


**Viga 8 Sec. 2 con M.O.E. 480: Error Global 35,74 % / Error Limpio 35,48 % / Error Nudos 36,03 %****Viga 8 Sec. 2 con M.O.E. Limpio: Error Global 17,39 % / Error Limpio 17,14 % / Error Nudos 17,64 %**

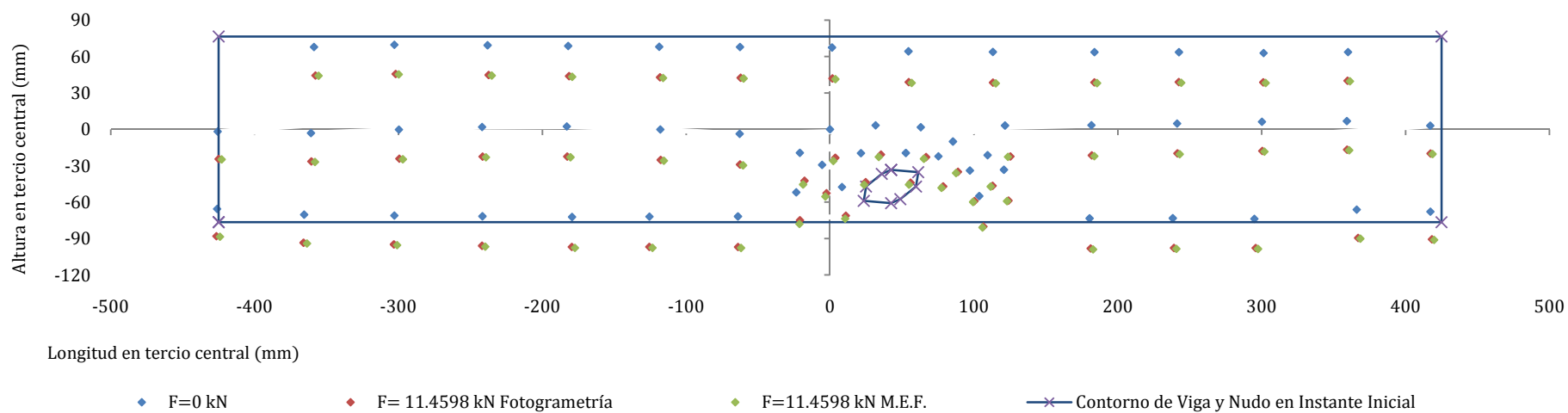
**Viga 8 Sec. 3 con M.O.E. 480: Error Global 18,50 % / Error Limpio 18,03 % / Error Nudos 18,98 %**

**Viga 8 Sec. 3 con M.O.E. Limpio: Error Global 2,42 % / Error Limpio 2,01 % / Error Nudos 2,84 %**


**Viga 9 Sec. 2 con M.O.E. 480: Error Global 31,97 % / Error Limpio 32,01 % / Error Nudos 31,89 %****Viga 9 Sec. 2 con M.O.E. Limpio: Error Global 11,94 % / Error Limpio 11,98 % / Error Nudos 11,87 %**

**Viga 9 Sec. 3 con M.O.E. 480: Error Global 22,12 % / Error Limpio 20,52 % / Error Nudos 25,81 %**



**Viga 9 Sec. 3 con M.O.E. Limpio: Error Global 3,57 % / Error Limpio 2,21 % / Error Nudos 6,71 %**



Resumiendo la mejora, y la variabilidad del error en cada viga:

Viga / Secuenc.	Zona Considerada	Media Abs. (%) M.O.E. 408	Desviación M.O.E. 408	Media Abs. (%) M.O.E. Limpio Fot.	Desviación M.O.E. Limpio Fot.	% Mejor (-) Peor (+)
Viga1 Sec. 2	E. Global	6,034	0,679	7,357	0,776	21,928
	E. Viga Limpia	6,216	0,919	7,148	1,050	14,989
	E. Nudos	5,878	0,304	7,535	0,348	28,192
Viga1 Sec. 3	E. Global	6,913	1,220	6,402	1,393	-7,392
	E. Viga Limpia	7,077	1,169	6,215	1,334	-12,184
	E. Nudos	6,773	1,157	6,562	1,321	-3,119
Viga2 Sec. 2	E. Global	30,423	2,523	9,775	2,120	-67,869
	E. Viga Limpia	28,773	2,497	8,388	2,099	-70,847
	E. Nudos	32,233	2,474	11,297	2,079	-64,954
Viga2 Sec. 3	E. Global	29,000	2,139	8,580	1,797	-70,412
	E. Viga Limpia	27,592	2,119	7,397	1,780	-73,190
	E. Nudos	30,543	2,096	9,878	1,760	-67,659
Viga3 Sec. 2	E. Global	14,533	3,171	13,173	3,133	-9,355
	E. Viga Limpia	13,482	3,169	12,135	3,131	-9,993
	E. Nudos	15,648	3,158	14,275	3,121	-8,773
Viga3 Sec. 3	E. Global	10,783	1,349	9,463	1,333	-12,240
	E. Viga Limpia	10,592	1,341	9,274	1,325	-12,439
	E. Nudos	10,974	1,332	9,652	1,316	-12,047
Viga4 Sec. 2	E. Global	12,889	1,506	20,705	2,087	60,638
	E. Viga Limpia	13,091	1,490	20,426	2,065	56,025
	E. Nudos	12,709	1,491	20,954	2,066	64,876
Viga4 Sec. 3	E. Global	26,326	1,358	2,152	1,882	-91,824
	E. Viga Limpia	26,225	1,324	2,293	1,836	-91,255
	E. Nudos	26,416	1,315	2,027	1,823	-92,328
Viga5 Sec. 2	E. Global	22,062	0,371	8,466	0,330	-61,627
	E. Viga Limpia	21,964	0,352	8,378	0,312	-61,854
	E. Nudos	22,195	0,352	8,584	0,312	-61,324
Viga5 Sec. 3	E. Global	16,254	0,446	3,250	0,398	-80,005
	E. Viga Limpia	16,083	0,423	3,098	0,377	-80,739
	E. Nudos	16,485	0,423	3,455	0,377	-79,041
Viga6 Sec. 2	E. Global	13,621	0,519	5,753	0,483	-57,765
	E. Viga Limpia	13,632	0,515	5,684	0,480	-58,307
	E. Nudos	13,634	0,519	5,834	0,483	-57,213
Viga6 Sec. 3	E. Global	18,112	0,649	9,927	0,602	-45,189
	E. Viga Limpia	18,130	0,636	9,775	0,590	-46,087
	E. Nudos	18,138	0,638	10,105	0,592	-44,289
Viga7 Sec. 2	E. Global	11,412	1,905	16,591	1,994	45,382
	E. Viga Limpia	11,092	1,918	16,256	2,007	46,556
	E. Nudos	11,930	1,935	17,133	2,025	43,614
Viga7 Sec. 3	E. Global	6,876	0,597	11,852	0,625	72,364
	E. Viga Limpia	6,780	0,586	11,751	0,613	73,320
	E. Nudos	7,032	0,588	12,016	0,615	70,871
Viga8 Sec. 2	E. Global	35,735	2,369	17,386	2,048	-51,348
	E. Viga Limpia	35,448	2,348	17,137	2,031	-51,656
	E. Nudos	36,032	2,334	17,643	2,018	-51,035
Viga8 Sec. 3	E. Global	18,497	2,401	2,419	2,074	-86,922
	E. Viga Limpia	18,026	2,384	2,011	2,060	-88,844
	E. Nudos	18,983	2,371	2,840	2,049	-85,039
Viga9 Sec. 2	E. Global	31,974	0,578	11,945	0,490	-62,643
	E. Viga Limpia	32,011	0,575	11,976	0,488	-62,589
	E. Nudos	31,889	0,339	11,873	0,288	-62,767
Viga9 Sec. 3	E. Global	22,116	3,632	3,569	3,082	-83,863
	E. Viga Limpia	20,517	3,644	2,212	3,091	-89,217
	E. Nudos	25,812	3,661	6,706	3,106	-74,021

Se concluye:

Media	Zona Considerada	Media Abs. (%) M.O.E. 408	Desviación M.O.E. 408	Media Abs. (%) M.O.E. Limpio Fot.	Desviación M.O.E. Limpio Fot.	% Mejor (-) Peor (+)
Antes de retirada de extens.	E. Global	19,854	1,513	12,350	1,513	-37,795
	E. Viga	19,523	1,532	11,947	1,532	-38,804
	E. Nudos	20,239	1,434	12,792	1,434	-36,794
Antes de rotura y plasticidad	E. Global	17,208	1,532	6,402	1,465	-62,799
	E. Viga	16,780	1,514	6,003	1,445	-64,226
	E. Nudos	17,906	1,509	7,027	1,440	-60,758
Total ensayo	E. Global	18,531	1,523	<b>9,376</b>	<b>1,480</b>	<b>-49,405</b>
	E. Viga	18,152	1,523	<b>8,975</b>	1,482	-50,555
	E. Nudos	19,073	1,472	<b>9,909</b>	1,428	-48,044

Figura 7.15. Errores empleando los M.O.E. medios limpios, y mejoras respecto de la normativa (E. P.)

Que la mejora en la predicción global del campo de desplazamientos ha sido del **49,41%**, generándose un error global del 9,38%, un error limpio de 8,98%, y un error en nudos de 9,91%, y observando una variabilidad del error muy similar a la anterior, por lo que teniendo en cuenta esta heterogeneidad, la gran no linealidad demostrada entre secuencias, y la generalidad de las relaciones elásticas empleadas, se considera un muy buen resultado.

Por otra parte el cambio de rigideces apenas ha cambiado la predicción de rotura tal y como se muestra en la siguiente tabla resumen:

VIGA	Carga Rotura (kN)	Carga estimada (kN)/Porcentaje de Error Absoluto (%)							
		Tsai-Wu (Exp.)	Hash.	Hoff.	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yam. Ext.
1 con M.O.E. Limpio	13,89	12,6/ 9,29	15,5/ 11,59	14,9/ 7,27	15,85/ 14,11	14,5/ 4,39	14,35/ 3,31	17,2/ 23,83	15,9/ 14,47
1 con M.O.E. 408		12,6/ 9,29	16,0/ 15,19	14,85/ 6,91	16,05/ 8,35	14,45/ 1,01	14,5/ 4,39	17,55/ 26,35	16/ 6,55
2 con M.O.E. Limpio	11,5	9,6/ 16,52	11,55/ 0,44	11,15/ 3,04	11,95/ 3,91	11,05/ 3,91	11,2/ 2,61	12,95/ 12,61	11,75/ 2,17
2 con M.O.E. 408		9,55/ 16,95	11,50/ 0	11,10/ 3,47	11,9/ 0,87	11,0/ 7,83	11,15/ 3,04	12,9/ 12,17	11,75/ 0,87
3 con M.O.E. Limpio	11,38	10,15/ 10,81	12,4/ 8,96	11,9/ 4,57	12,75/ 12,04	11,85/ 4,13	11,75/ 3,25	13,9/ 22,14	12,6/ 10,72
3 con M.O.E. 408		11,15/ 10,81	12,4/ 8,96	11,9/ 4,57	12,75/ 6,33	11,85/ 1,58	11,7/ 281	13,9/ 22,14	12,6/ 7,64
4 con M.O.E. Limpio	11,41	10,3/ 9,73	12,45/ 9,12	12,15/ 6,49	12,95/ 13,49	11,9/ 4,29	12,1/ 6,05	14,15/ 24,01	12,65/ 10,87
4 con M.O.E. 408		10,35/ 9,29	12,5/ 9,55	12,2/ 6,92	13,0/ 9,55	11,95/ 1,67	12,15/ 6,49	14,1/ 23,58	12,7/ 11,31
5 con M.O.E. Limpio	11,31	10,2/ 9,81	12,25/ 8,31	12,1/ 6,99	13,1/ 15,82	12,0/ 6,10	12,05/ 6,54	13,65/ 20,69	12,4/ 9,64
5 con M.O.E. 408		10,2/ 9,81	12,25/ 8,31	12,05/ 6,54	13,1/ 11,41	12,0/ 3,45	12,0/ 6,10	13,6/ 20,25	12,4/ 8,75
6 con M.O.E. Limpio	13,53	9,15/ 32,37	11,05/ 18,33	12,45/ 7,98	14,1/ 4,21	12,85/ 5,03	12,55/ 7,24	12,8/ 5,40	12,2/ 9,83
6 con M.O.E. 408		9,15/ 32,37	11,05/ 18,33	12,45/ 7,98	14,1/ 0,52	12,85/ 6,50	12,55/ 7,24	12,8/ 5,40	12,2/ 9,83
7 con M.O.E. Limpio	12,58	9,4/ 25,28	11,05/ 12,16	10,90/ 13,35	11,75/ 6,60	10,9/ 13,35	11,55/ 8,19	12,65/ 0,57	11,25/ 10,57
7 con M.O.E. 408		9,4/ 25,28	11,1/ 11,76	10,90/ 13,35	11,75/ 9,34	10,9/ 15,74	11,55/ 8,19	12,65/ 0,57	11,25/ 11,37
8 con M.O.E. Limpio	14,25	11,3/ 20,70	13,5/ 5,26	14,40/ 1,05	15,3/ 7,37	14,75/ 3,51	14,95/ 4,91	15,8/ 10,88	14,0/ 1,75
8 con M.O.E. 408		11,25/ 21,05	13,45/ 5,61	14,15/ 0,70	15,25/ 7,02	14,4/ 1,05	14,45/ 1,40	15,3/ 7,37	13,95/ 2,11
9 con M.O.E. Limpio	13,02	9,05/ 30,49	11,2/ 13,98	12,65/ 2,84	13,5/ 3,69	13,5/ 3,69	13,2/ 1,38	15,2/ 16,74	13,25/ 1,77
9 con M.O.E. 408		9,05/ 30,49	11,2/ 13,98	12,65/ 2,84	13,5/ 3,69	13,5/ 3,69	12,85/ 1,31	15,2/ 16,74	12,85/ 1,31

Concluyendo:

Error Medio	Carga estimada(kN)/Porcentaje de Error Absoluto(%)							
	Tsai-Wu (Exp.)	Hashin	Hoffmann	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yamada Ext.
M.O.E. Limpio	18,334	9,794	5,954	9,027	5,378	4,832	15,207	7,977
M.O.E. 408	18,372	10,189	5,915	9,149	5,163	4,553	14,951	7,965
Variación (%)	-0,210	-3,878	-0,659	-0,098	0,313	6,136	1,712	-0,371

El criterio más acertado en este tamaño elemental sigue siendo el de Tsai-Hill, pudiendo predecir la carga con una precisión del 4,832%, que como ya se comentó anteriormente es una predicción muy precisa respecto de las investigaciones relacionadas.

## 8. Conjunción de los principales criterios de rotura fenomenológicos y método del área finita: discusión de criterios en base al volumen de integración de tensiones

En la actualidad son muy numerosos los enfoques empleados para predecir la rotura en la madera, básicamente es posible agruparlos en:

- **Enfoque estocástico (“probabilidad”)**: trata de predecir la rotura de una pieza a partir de un análisis probabilístico. Usualmente la rotura se justifica suponiendo que ésta se produce debido a un defecto o zona débil en el material, de modo que cuanto mayor sea la pieza, mayores son las probabilidades de encontrar una zona débil crítica y por tanto la carga de rotura disminuye. Sin duda dentro de este enfoque la teoría más empleada es la propuesta por Weibull (1939).
  
- **Enfoque fenomenológico convencional en un punto (“experiencia”)**: este enfoque presupone que la rotura se alcanza cuando la formulación de tensiones y resistencias de un material en un punto crítico determinado, supera un criterio fenomenológico concreto, el cual es determinado puramente en base a resultados empíricos, y usualmente consiste en una ecuación que matemáticamente representa un elipsoide en el espacio tensional. En la práctica la aplicación de estas teorías consiste en determinar cuáles son las propiedades resistentes del material en cuestión, y evaluar los índices de agotamiento alcanzados en la/las ecuaciones de cada criterio de acuerdo a los resultados nodales de tensión obtenidos en cada sub-paso de carga. Este enfoque tiene el inconveniente de que es altamente sensible a las “singularidades” o “discontinuidades” tensionales y por tanto al mallado del modelo en cuestión, por otra parte también debe de considerarse la falta de acuerdo que existe en torno



a cuál es el criterio fenomenológico más adecuado en la madera tal y como ya se ha comentado extensamente en esta tesis.

- **Enfoque de mecánica de fractura (“física”)**: es una rama física que estudia no solo el inicio de rotura, sino también la formación y propagación de la fractura, en base a los criterios físicos que este fenómeno supone. A su vez puede subdividirse en dos disciplinas, la mecánica de la fractura lineal (L.E.F.M.) que supone que cuando la energía de deformación (ó su intensidad de tensión equivalente) acumulada en un cuerpo elásticamente lineal es suficientemente grande, ésta puede ser transformada en su totalidad en superficie de formación de fractura, y la mecánica de fractura no lineal (N.L.F.M.) que igualmente supone que la fractura se produce por un exceso de energía de deformación acumulada (ó intensidad de tensión asociada), pero que no todo el exceso se convierte en nueva superficie efectiva de grieta, debido a disipaciones energéticas derivadas de comportamientos plásticos, ó “puenteo” de fibras. Sin embargo los análisis en este campo dependen del tamaño y forma de espécimen y grieta, por lo que este enfoque tiene el inconveniente de que es necesario incorporar una grieta, corte o agujero inicial que genere una distribución de deformaciones y tensiones conocida para aplicar en cada caso sus leyes específicas, de este modo pese a que este enfoque se sustenta en la lógica determinística, dicho inconveniente reduce drásticamente su campo de aplicación
  
- **Enfoque de distancia respecto concentración de tensiones (“física particular”)**: este criterio puede ser interpretado como un caso particular de la mecánica de fractura, en el que la rotura se inicia cuando a una cierta distancia característica ( $d_0$ ) la configuración de tensiones alcanza el criterio que se haya impuesto inicialmente. Este punto de vista obviamente comparte inconveniente con lo expuesto anteriormente, ya que igualmente requiere la presencia de una “discontinuidad” o “singularidad” de deformaciones o tensiones
  
- **Enfoque de longitud respecto concentración de tensiones (“física particular”)**: del mismo modo puede considerarse como un caso particular del enfoque de mecánica de la

fractura, en el que las tensiones son integradas en una distancia característica ( $a_0$ ) respecto de la discontinuidad de tensiones, en la que se supone que las fibras son capaces de redistribuir el pico de tensión que se haya producido, igualmente este enfoque precisa de dicha singularidad.

- **Enfoque de Método del Área Finita (“Física + experiencia”):** conocido como “*Small Finite Area Theory*” ó “*Small Finite Area Method*”(F.A.M.) este un enfoque relativamente reciente y puede considerarse como una conciliación entre los criterios fenomenológicos y la mecánica de la fractura convencional, de modo que en principio podría predecir la carga de rotura con la precisión que aportaría la mecánica de la fractura, pero sin que fuese necesario emplear ninguna singularidad en las probetas. Esta técnica ha sido iniciada principalmente desde 2 corrientes, que suponen a su vez 2 enfoques distintos en este campo, y que a continuación se detallan.
- El enfoque propuesto por M. Masuda (1988): la premisa fundamental de Minoru consistió en suponer que debido a características anatómicas de la madera (como el tamaño de las fibras), la rotura se produciría si las tensiones medias de una determinada área ó volumen denominada *Small Finite Area* alcanzaban un criterio fenomenológico convencional. Para demostrarlo llevó a cabo análisis convencionales de mecánica de fractura en vigas en flexión con agujeros rectangulares y especímenes GOST, demostrando que empleando un tamaño elemental de entre 1 y 2 mm en la dirección L ( $a_L$ ), y 0,4 mm en la dirección R y T ( $a_R, a_T$ ), ambos enfoques predecían la carga con la misma sensibilidad.
- El enfoque de Landaelius (1989): este autor supuso igualmente que la rotura se producía cuando se superaba un criterio fenomenológico convencional en un área determinada, pero sin la premisa de que este se relacionaba directamente con características anatómicas de la madera. La demostración de este enfoque se sustentó de una forma más analítica, estimando la longitud del área ( $x_0$ ) cuando la rotura se debía puramente por tracción perpendicular (modo I de rotura), a partir de emplear la tensión media perpendicular en el cálculo del factor de intensidad de tensiones. Sin embargo en la mayoría de ocasiones la rotura en la madera se debe a una mezcla entre una apertura debido a tracciones axiales y deslizamiento debido a

esfuerzos cortantes, denominándose un *Modo Mixto* de rotura, cuyo ratio de mixicidad viene determinado por la relación entre estos esfuerzos ( $k = \tau/\sigma$ ). Por ello Gustafsson (2002), determinó del mismo modo que lo hizo Landaelius para el primer modo de rotura una forma de calcular la longitud del área finita ( $x_0$ ) en este caso de situaciones, empleando los mismos principios, proponiendo que el valor de  $x_0$  en coníferas oscilaba entre 18 y 40 mm dependiendo del grado de mixicidad. El inconveniente de este método, es que pese a que se sustenta en bases más analíticas que el propuesto por Masuda, la determinación del tamaño del área finita ha sido diseñada pensando en un campo tensional más o menos uniforme y un análisis plano, por lo que su aplicación en un análisis tridimensional en donde el ratio de mixicidad varía notablemente como en el campo que ocupa esta tesis, pierde su aplicación.

Puede concluirse por tanto que existe una gran diversidad en cuanto al modo de cuantificar la rotura en la madera, pero que cuando ésta carece de fisuras previas, en campos multiaxiales de tensión, y modelos tridimensionales, esta se reduce a:

- Enfoque probabilístico.
- Criterio fenomenológico en un punto.
- Criterio de la tensión media en una región finita, en concreto el enfoque de Masuda.

Como ya se comentó en los capítulos precedentes, en esa tesis no se llevará a cabo un análisis probabilístico de la rotura, sino que intenta determinar su magnitud en base a cuantificar la presencia de defectos y la desviación de fibra alrededor de ellos por lo que en esta sección se expondrá la aplicación de los criterios fenomenológicos en un punto, el enfoque de Masuda, y adicionalmente, siguiendo la premisa fundamental del criterio de la región finita, se analizará la aplicación de los principales criterios fenomenológicos detallados en el capítulo 2, en los tamaños elementales que más habitualmente se emplean en las simulaciones llevadas a cabo con el método de los elementos finitos, por lo que en cierto modo se llevará a cabo una ***conjunción de los principales criterios fenomenológicos en la madera y el método del área finita en base a los tamaños elementales más habitualmente empleados***. En resumidas cuentas en este apartado se discutirá:

- El empleo del criterio de Tsai-Wu (Liu), Tsai-Wu (experimental), Norris, Yamada-Sun extendido, Hoffmann, Tsai-Hill, Tsai-Azzi y Hashin, aplicados en un punto (valores nodales de tensión), con un tamaño elemental de  $2 \times 2 \times 2$  mm.
- La utilización de los criterios de Tsai-Wu (Liu), Tsai-Wu (experimental), Norris, Yamada-Sun extendido, Hoffmann, Tsai-Hill, Tsai-Azzi y Hashin, aplicados en el límite inferior propuesto por Masuda, es decir utilizando la tensión media en elementos de dimensiones  $1 \times 0,4 \times 0,4$  mm.
- Los criterios de Tsai-Wu (Liu), Tsai-Wu (experimental), Norris, Yamada-Sun extendido, Hoffmann, Tsai-Hill, Tsai-Azzi y Hashin, aplicados en el límite superior de Masuda, es decir utilizando la tensión media en elementos de dimensiones  $2 \times 0,4 \times 0,4$  mm.
- Por último, la discusión de los criterios de Tsai-Wu (Liu), Tsai-Wu (experimental), Norris, Yamada-Sun extendido, Hoffmann, Tsai-Hill, Tsai-Azzi y Hashin, aplicados en los tamaños elementales más habitualmente empleados en las simulaciones con madera:  $2 \times 2 \times 2$  mm;  $4 \times 4 \times 4$  mm;  $6 \times 6 \times 6$  mm;  $8 \times 8 \times 8$  mm; y  $10 \times 10 \times 10$  mm.

De modo que finalmente, podrá estimarse el grado conservadurismo, y qué diferencias cuantitativas existen, al emplear los principales criterios fenomenológicos de la madera en los distintos enfoques que se pueden considerar.

## 8.1. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de $10 \times 10 \times 10$ mm

A continuación se resumen en una tabla y una gráfica las predicciones realizadas con los distintos criterios fenomenológicos tanto en carga de rotura, como en errores porcentuales, al llevar a cabo las simulaciones con elementos hexaédricos de un volumen aproximado de  $10 \times 10 \times 10$  mm:

Nº de viga / F Rot. (kN)	F Rotura predicha (kN) / % de Error							
	Tsai-Wu (Exp.)	Hashin	Hoffmann	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yamada
1 13,89	12,60	15,50	14,90	15,85	14,50	14,35	17,20	15,90
	-9,29	11,59	7,27	14,11	4,39	3,31	23,83	14,47
2 11,5	9,60	11,55	11,15	11,95	11,05	11,20	12,95	11,75
	-16,52	0,43	-3,04	3,91	-3,91	-2,61	12,61	2,17
3 11,38	10,15	12,40	11,90	12,75	11,85	11,75	13,90	12,60
	-10,81	8,96	4,57	12,04	4,13	3,25	22,14	10,72
4 11,41	10,30	12,45	12,15	12,95	11,90	12,10	14,15	12,65
	-9,73	9,11	6,49	13,50	4,29	6,05	24,01	10,87
5 11,31	10,20	12,25	12,10	13,10	12,00	12,05	13,65	12,40
	-9,81	8,31	6,98	15,83	6,10	6,54	20,69	9,64
6 13,53	9,15	11,05	12,45	14,10	12,85	12,55	12,80	12,20
	-32,37	-18,33	-7,98	4,21	-5,03	-7,24	-5,40	-9,83
7 12,58	9,40	11,05	10,90	11,75	10,90	11,55	12,65	11,25
	-25,28	-12,16	-13,35	-6,60	-13,35	-8,19	0,56	-10,57
8 14,25	11,30	13,50	14,40	15,30	14,75	14,95	15,80	14,00
	-20,70	-5,26	1,05	7,37	3,51	4,91	10,88	-1,75
9 13,02	9,05	11,20	12,65	13,50	13,50	13,20	15,20	13,25
	-30,49	-13,98	-2,84	3,69	3,69	1,38	16,74	1,77
<b>Media Abs. Error</b>	<b>18,33</b>	<b>9,79</b>	<b>5,95</b>	<b>9,03</b>	<b>5,38</b>	<b>4,83</b>	<b>15,21</b>	<b>7,98</b>
<b>Media no Abs. Error</b>	<b>-18,33</b>	<b>-1,26</b>	<b>-0,10</b>	<b>7,56</b>	<b>0,42</b>	<b>0,82</b>	<b>14,01</b>	<b>3,05</b>

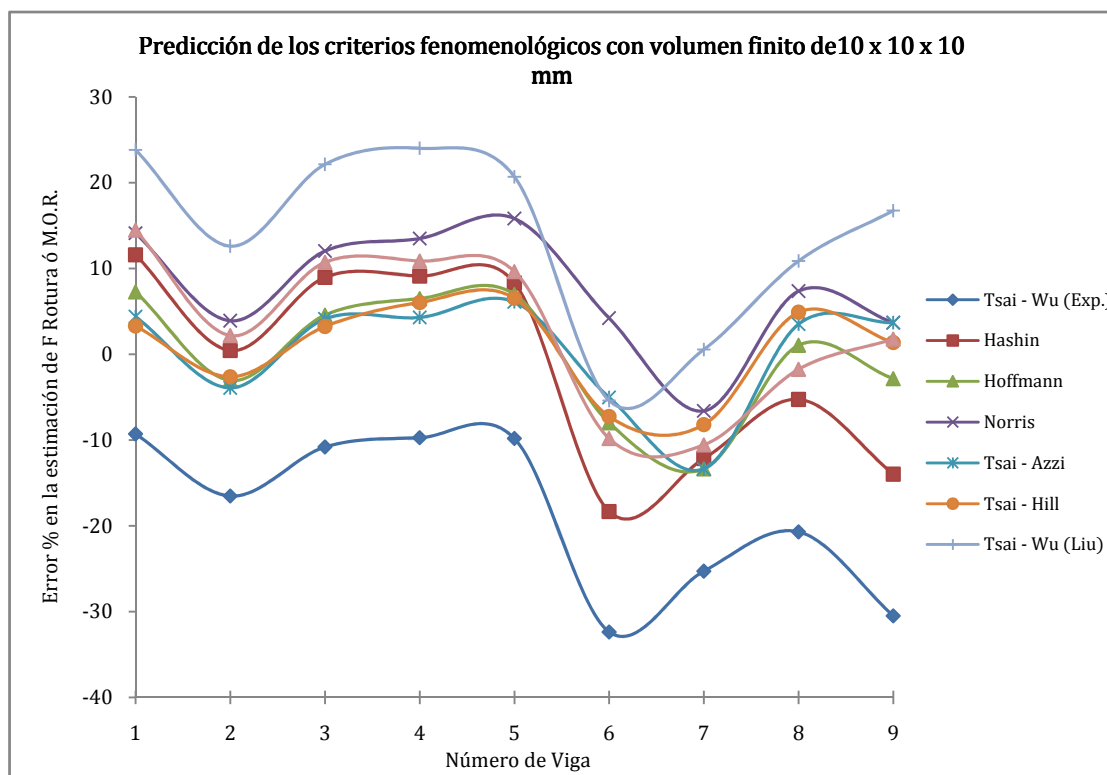
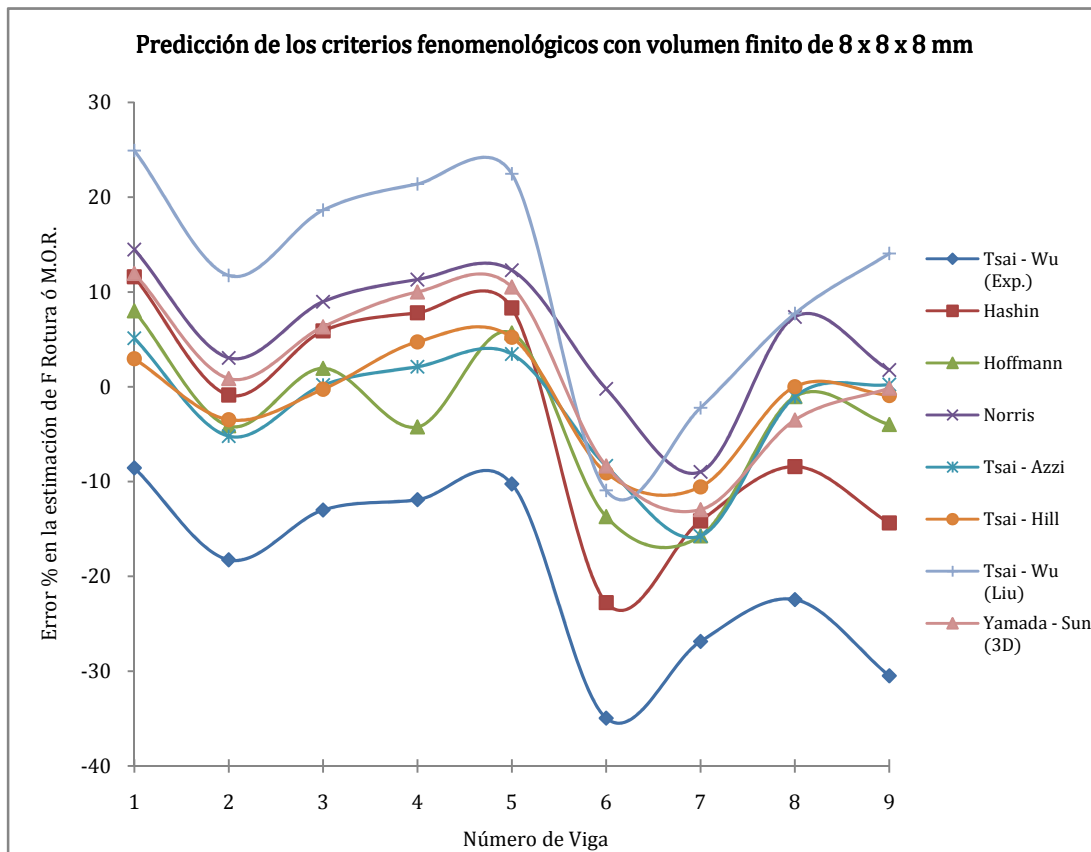


Figura 7.16. Errores de cada criterio fenomenológico en cada viga (E. P.)

## 8.2. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 8x8x8mm

Cuantificando las tensiones en volúmenes finitos hexaédricos de aproximadamente 8 mm de lado:

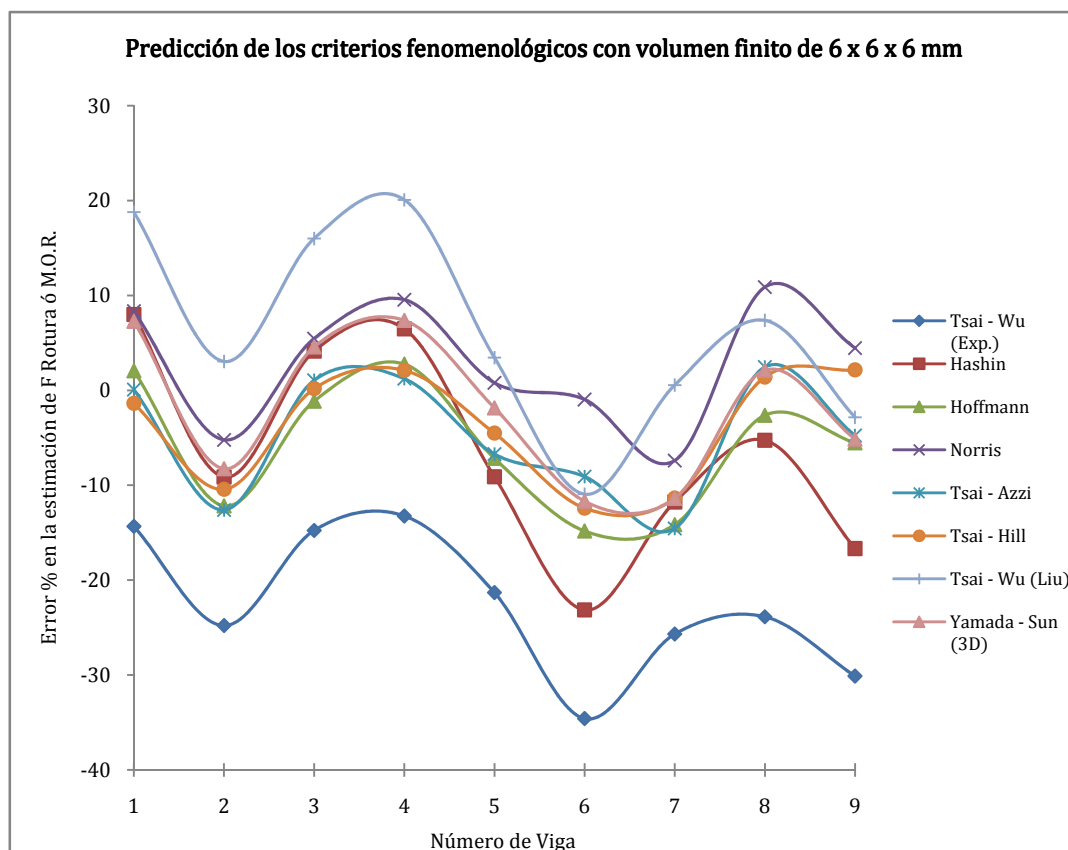
Nº de viga / F Rot. (kN)	F Rotura predicha (kN) / % de Error							
	Tsai-Wu (Exp.)	Hashin	Hoffmann	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yamada
1 13,89	12,70	15,50	15,00	15,90	14,60	14,30	17,35	15,55
	-8,57	11,59	7,99	14,47	5,11	2,95	24,91	11,95
2 11,5	9,40	11,40	11,03	11,85	10,90	11,10	12,85	11,60
	-18,26	-0,87	-4,13	3,04	-5,22	-3,48	11,74	0,87
3 11,38	9,90	12,05	11,60	12,40	11,40	11,35	13,50	12,10
	-13,01	5,89	1,93	8,96	0,18	-0,26	18,63	6,33
4 11,41	10,05	12,30	10,93	12,70	11,65	11,95	13,85	12,55
	-11,92	7,80	-4,25	11,31	2,10	4,73	21,38	9,99
5 11,31	10,15	12,25	11,95	12,70	11,70	11,90	13,85	12,50
	-10,26	8,31	5,66	12,29	3,45	5,22	22,46	10,52
6 13,53	8,80	10,45	11,68	13,50	12,40	12,30	12,05	12,40
	-34,96	-22,76	-13,71	-0,22	-8,35	-9,09	-10,94	-8,35
7 12,58	9,20	10,80	10,60	11,45	10,60	11,25	12,30	10,95
	-26,87	-14,15	-15,74	-8,98	-15,74	-10,57	-2,23	-12,96
8 14,25	11,05	13,05	14,10	15,30	14,10	14,25	15,35	13,75
	-22,46	-8,42	-1,05	7,37	-1,05	0,00	7,72	-3,51
9 13,02	9,05	11,15	12,50	13,25	13,05	12,90	14,85	13,00
	-30,49	-14,36	-3,99	1,77	0,23	-0,92	14,06	-0,15
<b>Media Abs. Error</b>	<b>19,64</b>	<b>10,46</b>	<b>6,50</b>	<b>7,60</b>	<b>4,60</b>	<b>4,14</b>	<b>14,90</b>	<b>7,18</b>
<b>Media no Abs. Error</b>	<b>-19,64</b>	<b>-3,00</b>	<b>-3,03</b>	<b>5,56</b>	<b>-2,14</b>	<b>-1,27</b>	<b>11,97</b>	<b>1,63</b>



### 8.3. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 6x6x6mm

Estimando un volumen aproximado de 6x6x6 mm, se obtuvieron los siguientes resultados:

Nº de viga / F Rot. (kN)	F Rotura predicha (kN) / % de Error							
	Tsai-Wu (Exp.)	Hashin	Hoffmann	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yamada
1 13,89	11,90 -14,33	15,00 7,99	14,18 2,05	15,05 8,35	13,90 0,07	13,70 -1,37	16,50 18,79	14,90 7,27
2 11,5	8,65 -24,78	10,45 -9,13	10,10 -12,17	10,90 -5,22	10,05 -12,61	10,30 -10,43	11,85 3,04	10,55 -8,26
3 11,38	9,70 -14,76	11,85 4,13	11,25 -1,14	12,00 5,45	11,50 1,05	11,40 0,18	13,20 15,99	11,90 4,57
4 11,41	9,90 -13,23	12,15 6,49	11,73 2,76	12,50 9,55	11,55 1,23	11,65 2,10	13,70 20,07	12,25 7,36
5 11,31	8,90 -21,31	10,28 -9,11	10,50 -7,16	11,40 0,80	10,55 -6,72	10,80 -4,51	11,70 3,45	11,10 -1,86
6 13,53	8,85 -34,59	10,40 -23,13	11,53 -14,82	13,40 -0,96	12,30 -9,09	11,85 -12,42	12,05 -10,94	11,95 -11,68
7 12,58	9,35 -25,68	11,10 -11,76	10,80 -14,15	11,65 -7,39	10,75 -14,55	11,15 -11,37	12,65 0,56	11,15 -11,37
8 14,25	10,85 -23,86	13,50 -5,26	13,88 -2,63	15,80 10,88	14,60 2,46	14,45 1,40	15,30 7,37	14,55 2,11
9 13,02	9,10 -30,11	10,85 -16,67	12,30 -5,53	13,60 4,45	12,40 -4,76	13,30 2,15	12,65 -2,84	12,35 -5,15
<b>Media Abs. Error</b>	<b>22,52</b>	<b>10,41</b>	<b>6,94</b>	<b>5,89</b>	<b>5,84</b>	<b>5,10</b>	<b>9,23</b>	<b>6,62</b>
<b>Media no Abs. Error</b>	<b>-22,52</b>	<b>-6,27</b>	<b>-5,87</b>	<b>2,88</b>	<b>-4,77</b>	<b>-3,81</b>	<b>6,17</b>	<b>-1,89</b>

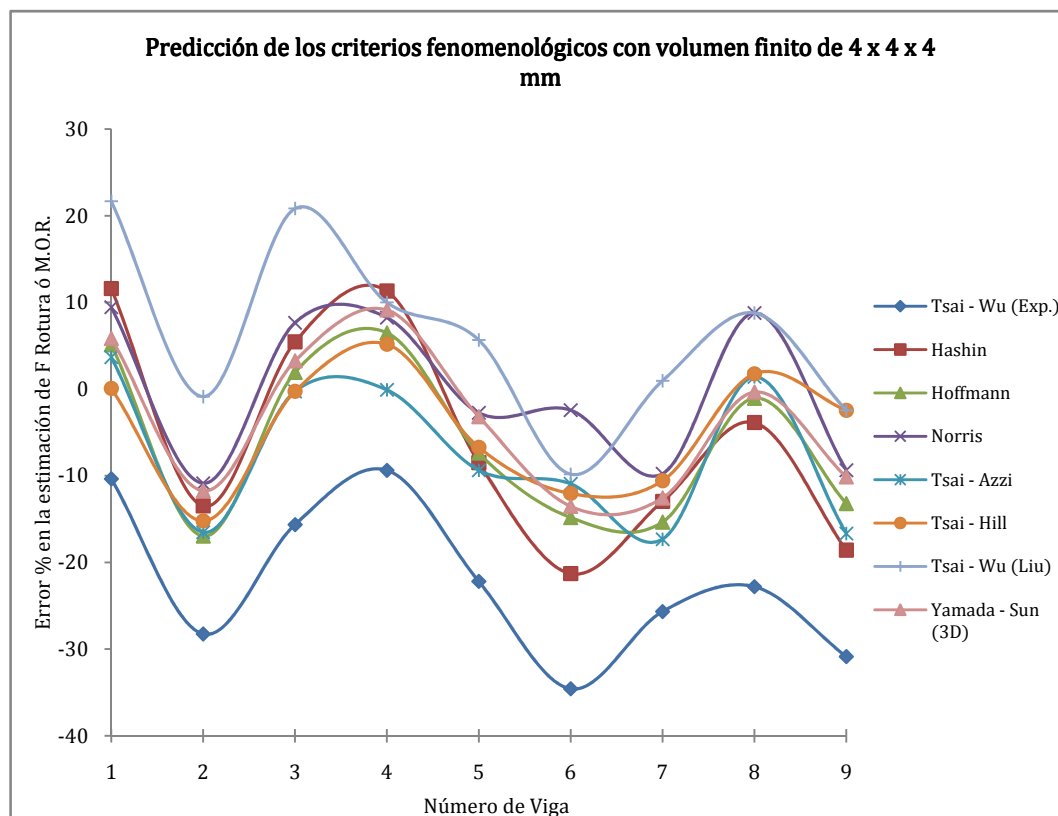




## 8.4. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 4x4x4mm

Con este tamaño elemental se predicen las siguientes cargas:

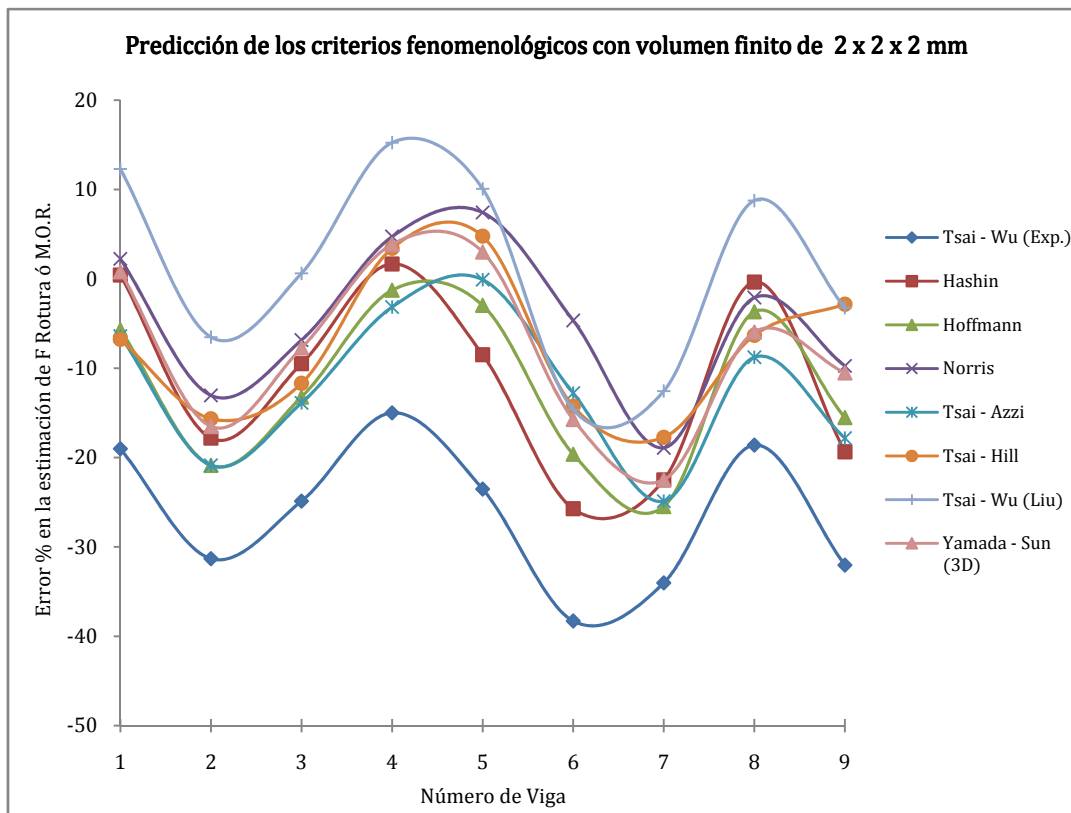
Nº de viga / F Rot. (kN)	F Rotura predicha (kN) / % de Error							
	Tsai-Wu (Exp.)	Hashin	Hoffmann	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yamada
1 13,89	12,45	15,50	14,60	15,20	14,40	13,90	16,90	14,70
	-10,37	11,59	5,11	9,43	3,67	0,07	21,67	5,83
2 11,5	8,25	9,95	9,55	10,25	9,60	9,75	11,40	10,15
	-28,26	-13,48	-16,96	-10,87	-16,52	-15,22	-0,87	-11,74
3 11,38	9,60	12,00	11,60	12,25	11,35	11,35	13,75	11,75
	-15,64	5,45	1,93	7,64	-0,26	-0,26	20,83	3,25
4 11,41	10,34	12,70	12,15	12,35	11,40	12,00	12,55	12,45
	-9,38	11,31	6,49	8,24	-0,09	5,17	9,99	9,11
5 11,31	8,80	10,35	10,48	11,00	10,25	10,55	11,95	10,95
	-22,19	-8,49	-7,38	-2,74	-9,37	-6,72	5,66	-3,18
6 13,53	8,85	10,65	11,53	13,20	12,05	11,90	12,20	11,70
	-34,59	-21,29	-14,82	-2,44	-10,94	-12,05	-9,83	-13,53
7 12,58	9,35	10,95	10,65	11,35	10,40	11,25	12,70	11,00
	-25,68	-12,96	-15,34	-9,78	-17,33	-10,57	0,95	-12,56
8 14,25	11,00	13,70	14,10	15,50	14,45	14,50	15,50	14,20
	-22,81	-3,86	-1,05	8,77	1,40	1,75	8,77	-0,35
9 13,02	9,00	10,60	11,30	11,80	10,85	12,70	12,70	11,70
	-30,88	-18,59	-13,21	-9,37	-16,67	-2,46	-2,46	-10,14
<b>Media Abs. Error</b>	<b>22,20</b>	<b>11,89</b>	<b>9,14</b>	<b>7,70</b>	<b>8,47</b>	<b>6,03</b>	<b>9,00</b>	<b>7,74</b>
<b>Media no Abs. Error</b>	<b>-22,20</b>	<b>-5,59</b>	<b>-6,14</b>	<b>-0,12</b>	<b>-7,34</b>	<b>-4,48</b>	<b>6,08</b>	<b>-3,70</b>



## 8.5. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 2x2x2mm

Se obtuvieron los siguientes resultados:

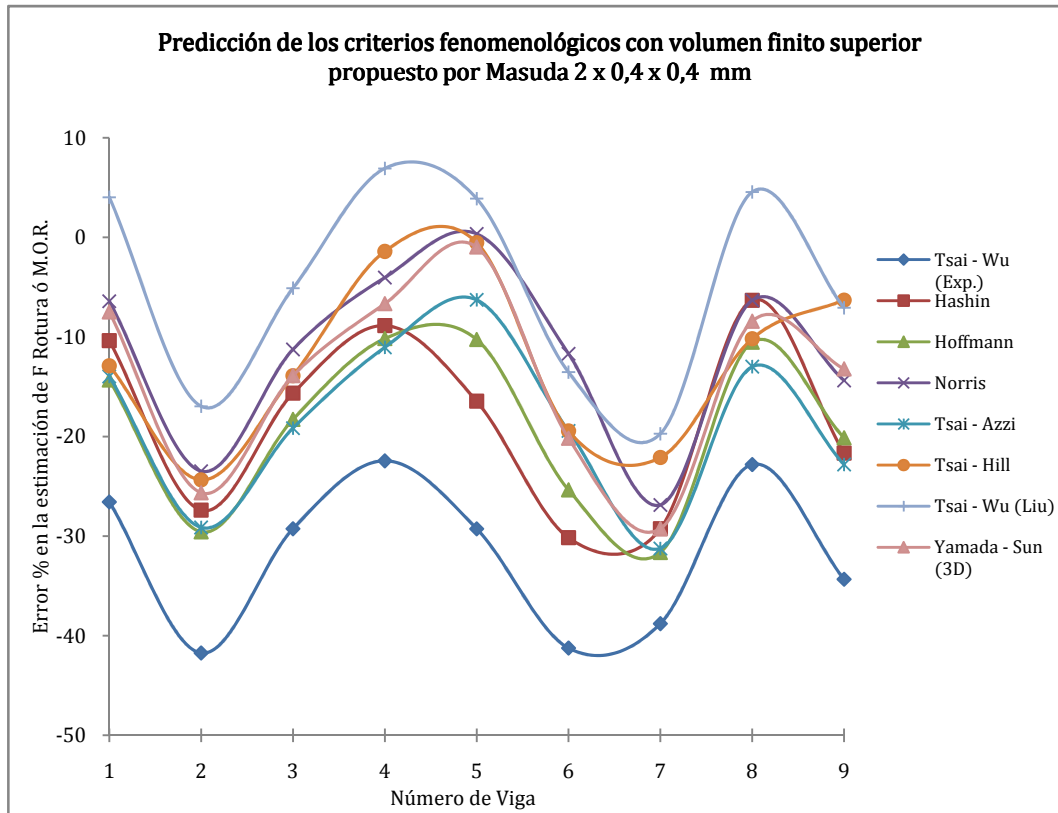
Nº de viga / F Rot. (kN)	F Rotura predicha (kN) / % de Error							
	Tsai-Wu (Exp.)	Hashin	Hoffmann	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yamada
1	11,25	13,95	13,10	14,20	13,00	12,95	15,60	14,00
13,89	-19,01	0,43	-5,69	2,23	-6,41	-6,77	12,31	0,79
2	7,90	9,45	9,10	10,00	9,10	9,70	10,75	9,60
11,5	-31,30	-17,83	-20,87	-13,04	-20,87	-15,65	-6,52	-16,52
3	8,55	10,30	9,88	10,60	9,80	10,05	11,45	10,50
11,38	-24,87	-9,49	-13,22	-6,85	-13,88	-11,69	0,62	-7,73
4	9,70	11,60	11,27	11,95	11,05	11,80	13,15	11,85
11,41	-14,99	1,67	-1,27	4,73	-3,16	3,42	15,25	3,86
5	8,65	10,35	10,98	12,15	11,30	11,85	12,45	11,65
11,31	-23,52	-8,49	-2,96	7,43	-0,09	4,77	10,08	3,01
6	8,35	10,05	10,88	12,90	11,80	11,60	11,55	11,40
13,53	-38,29	-25,72	-19,62	-4,66	-12,79	-14,26	-14,63	-15,74
7	8,30	9,75	9,38	10,20	9,45	10,35	11,00	9,75
12,58	-34,02	-22,50	-25,48	-18,92	-24,88	-17,73	-12,56	-22,50
8	11,60	14,20	13,73	13,95	13,00	13,35	15,50	13,40
14,25	-18,60	-0,35	-3,68	-2,11	-8,77	-6,32	8,77	-5,96
9	8,85	10,50	11,00	11,75	10,70	12,65	12,60	11,65
13,02	-32,03	-19,35	-15,51	-9,75	-17,82	-2,84	-3,23	-10,52
<b>Media Abs. Error</b>	<b>26,29</b>	<b>11,76</b>	<b>12,03</b>	<b>7,75</b>	<b>12,07</b>	<b>9,27</b>	<b>9,33</b>	<b>9,63</b>
<b>Media no Abs. Error</b>	<b>-26,29</b>	<b>-11,29</b>	<b>-12,03</b>	<b>-4,55</b>	<b>-12,07</b>	<b>-7,45</b>	<b>1,12</b>	<b>-7,93</b>



## 8.6. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 2x0,4x0,4mm (Límite Superior de Masuda)

Con este tamaño elemental se efectuaron las siguientes predicciones:

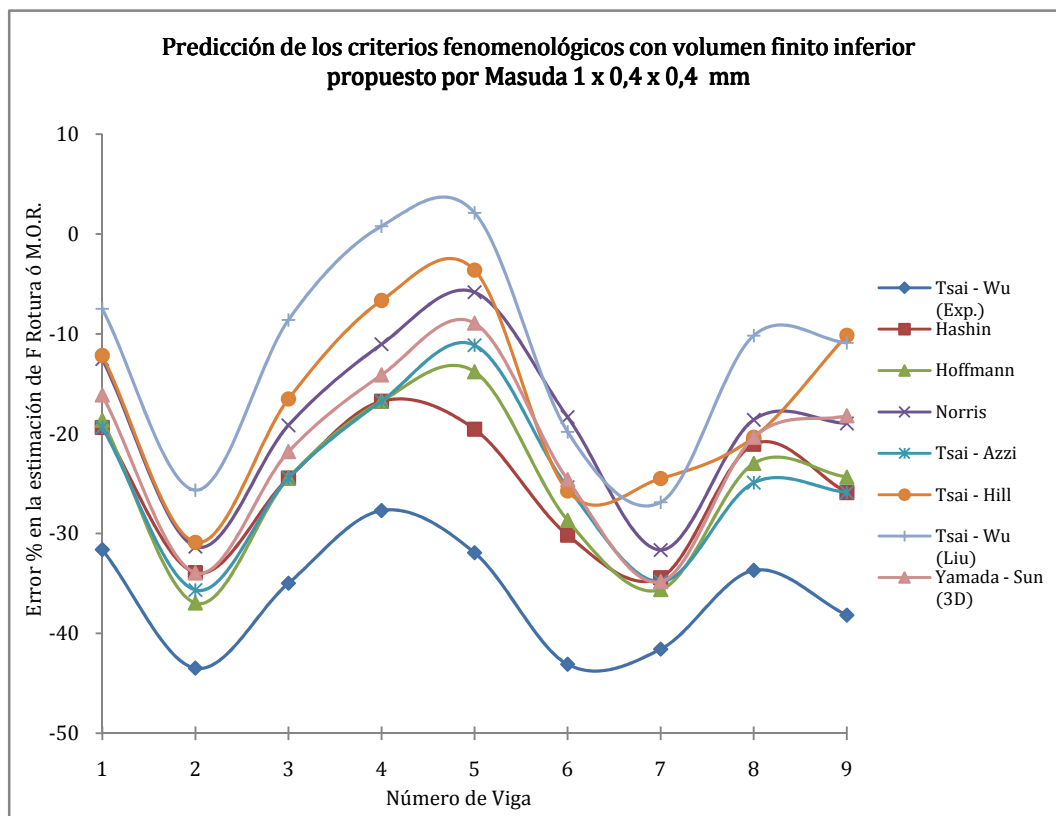
Nº de viga / F Rot. (kN)	F Rotura predicha (kN) / % de Error							
	Tsai-Wu (Exp.)	Hashin	Hoffmann	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yamada
1 13,89	10,20	12,45	11,90	13,00	11,95	12,10	14,45	12,85
	-26,57	-10,37	-14,33	-6,41	-13,97	-12,89	4,03	-7,49
2 11,5	6,70	8,35	8,10	8,80	8,15	8,70	9,55	8,55
	-41,74	-27,39	-29,57	-23,48	-29,13	-24,35	-16,96	-25,65
3 11,38	8,05	9,60	9,30	10,10	9,20	9,80	10,80	9,80
	-29,26	-15,64	-18,28	-11,25	-19,16	-13,88	-5,10	-13,88
4 11,41	8,85	10,40	10,25	10,95	10,15	11,25	12,20	10,65
	-22,44	-8,85	-10,17	-4,03	-11,04	-1,40	6,92	-6,66
5 11,31	8,00	9,45	10,15	11,35	10,60	11,25	11,75	11,20
	-29,27	-16,45	-10,26	0,35	-6,28	-0,53	3,89	-0,97
6 13,53	7,95	9,45	10,10	11,95	10,90	10,90	11,70	10,80
	-41,24	-30,16	-25,35	-11,68	-19,44	-19,44	-13,53	-20,18
7 12,58	7,70	8,90	8,60	9,20	8,65	9,80	10,10	8,90
	-38,79	-29,25	-31,64	-26,87	-31,24	-22,10	-19,71	-29,25
8 14,25	11,00	13,35	12,75	13,35	12,40	12,80	14,90	13,05
	-22,81	-6,32	-10,53	-6,32	-12,98	-10,18	4,56	-8,42
9 13,02	8,55	10,20	10,40	11,15	10,05	12,20	12,10	11,30
	-34,33	-21,66	-20,12	-14,36	-22,81	-6,30	-7,07	-13,21
<b>Media Abs. Error</b>	<b>31,83</b>	<b>18,45</b>	<b>18,91</b>	<b>11,64</b>	<b>18,45</b>	<b>12,34</b>	<b>9,09</b>	<b>13,97</b>
<b>Media no Abs. Error</b>	<b>-31,83</b>	<b>-18,45</b>	<b>-18,91</b>	<b>-11,56</b>	<b>-18,45</b>	<b>-12,34</b>	<b>-4,77</b>	<b>-13,97</b>



### 8.7. Los criterios fenomenológicos en la madera estimando un volumen de integración de 1x0,4x0,4mm (Límite Inferior de Masuda)

Con este tamaño elemental se efectuaron las siguientes predicciones:

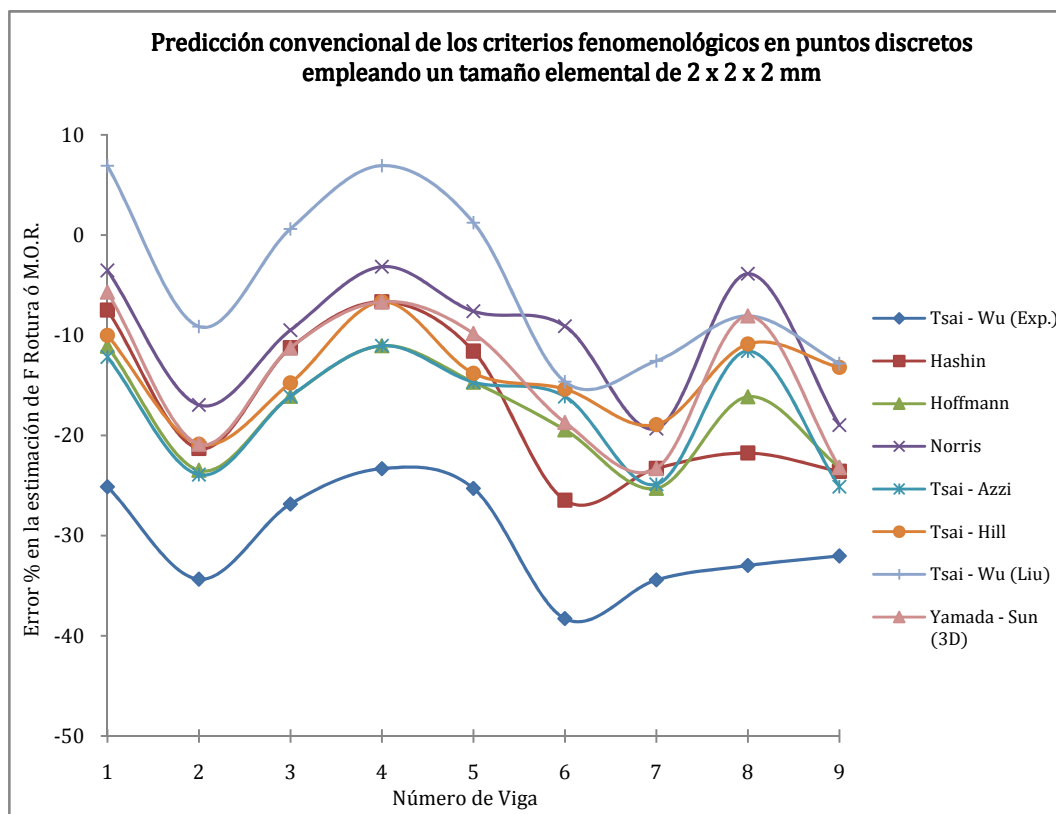
Nº de viga / F Rot. (kN)	F Rotura predicha (kN) / % de Error							
	Tsai-Wu (Exp.)	Hashin	Hoffmann	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yamada
1 13,89	9,50	11,20	11,30	12,15	11,20	12,20	12,85	11,65
	-31,61	-19,37	-18,65	-12,53	-19,37	-12,17	-7,49	-16,13
2 11,5	6,50	7,60	7,25	7,90	7,40	7,95	8,55	7,60
	-43,48	-33,91	-36,96	-31,30	-35,65	-30,87	-25,65	-33,91
3 11,38	7,40	8,60	8,60	9,20	8,60	9,50	10,40	8,90
	-34,97	-24,43	-24,43	-19,16	-24,43	-16,52	-8,61	-21,79
4 11,41	8,25	9,50	9,50	10,15	9,50	10,65	11,50	9,80
	-27,70	-16,74	-16,74	-11,04	-16,74	-6,66	0,79	-14,11
5 11,31	7,70	9,10	9,75	10,65	10,05	10,90	11,55	10,30
	-31,92	-19,54	-13,79	-5,84	-11,14	-3,63	2,12	-8,93
6 13,53	7,70	9,45	9,65	11,05	10,10	10,05	10,85	10,20
	-43,09	-30,16	-28,68	-18,33	-25,35	-25,72	-19,81	-24,61
7 12,58	7,35	8,25	8,10	8,60	8,20	9,50	9,20	8,20
	-41,57	-34,42	-35,61	-31,64	-34,82	-24,48	-26,87	-34,82
8 14,25	9,45	11,25	10,98	11,60	10,70	11,35	12,80	11,35
	-33,68	-21,05	-22,98	-18,60	-24,91	-20,35	-10,18	-20,35
9 13,02	8,05	9,65	9,85	10,55	9,65	11,70	11,60	10,65
	-38,17	-25,88	-24,35	-18,97	-25,88	-10,14	-10,91	-18,20
<b>Media Abs. Error</b>	<b>36,24</b>	<b>25,06</b>	<b>24,69</b>	<b>18,60</b>	<b>24,25</b>	<b>16,73</b>	<b>12,49</b>	<b>21,43</b>
<b>Media no Abs. Error</b>	<b>-36,24</b>	<b>-25,06</b>	<b>-24,69</b>	<b>-18,60</b>	<b>-24,25</b>	<b>-16,73</b>	<b>-11,84</b>	<b>-21,43</b>



## 8.8. Los criterios fenomenológicos en la madera aplicados en puntos discretos

En este apartado se llevó a cabo el enfoque más convencional, considerando las tensiones producidas en puntos discretos (nodos), correspondientes a los vértices de elementos hexaédricos de 2x2x2 mm, obteniendo los siguientes resultados:

Nº de viga / F Rot. (kN)	F Rotura predicha (kN) / % de Error							
	Tsai-Wu (Exp.)	Hashin	Hoffmann	Norris	Tsai-Azzi	Tsai-Hill	Tsai-Wu (Liu)	Yamada
1 13,89	10,40	12,85	12,35	13,40	12,20	12,50	14,85	13,10
	-25,13	-7,49	-11,09	-3,53	-12,17	-10,01	6,91	-5,69
2 11,5	7,55	9,05	8,80	9,55	8,75	9,10	10,45	9,10
	-34,35	-21,30	-23,48	-16,96	-23,91	-20,87	-9,13	-20,87
3 11,38	8,33	10,10	9,55	10,30	9,55	9,70	11,45	10,10
	-26,85	-11,25	-16,08	-9,49	-16,08	-14,76	0,62	-11,25
4 11,41	8,75	10,65	10,15	11,05	10,15	10,65	12,20	10,65
	-23,31	-6,66	-11,04	-3,16	-11,04	-6,66	6,92	-6,66
5 11,31	8,45	10,00	9,65	10,45	9,65	9,75	11,45	10,20
	-25,29	-11,58	-14,68	-7,60	-14,68	-13,79	1,24	-9,81
6 13,53	8,35	9,95	10,90	12,30	11,35	11,45	11,55	11,00
	-38,29	-26,46	-19,44	-9,09	-16,11	-15,37	-14,63	-18,70
7 12,58	8,25	9,65	9,40	10,15	9,45	10,20	11,00	9,65
	-34,42	-23,29	-25,28	-19,32	-24,88	-18,92	-12,56	-23,29
8 14,25	9,55	11,15	11,95	13,70	12,60	12,70	13,10	13,10
	-32,98	-21,75	-16,14	-3,86	-11,58	-10,88	-8,07	-8,07
9 13,02	8,85	9,95	10,00	10,55	9,75	11,30	11,35	10,00
	-32,03	-23,58	-23,20	-18,97	-25,12	-13,21	-12,83	-23,20
<b>Media Abs. Error</b>	<b>30,29</b>	<b>17,04</b>	<b>17,82</b>	<b>10,22</b>	<b>17,29</b>	<b>13,83</b>	<b>8,10</b>	<b>14,17</b>
<b>Media no Abs. Error</b>	<b>-30,29</b>	<b>-17,04</b>	<b>-17,82</b>	<b>-10,22</b>	<b>-17,29</b>	<b>-13,83</b>	<b>-4,61</b>	<b>-14,17</b>



## 8.9. Discusión de los distintos criterios fenomenológicos y enfoques para piezas estructurales de madera sometidas a solicitaciones multiaxiales

La utilización de los principales criterios de rotura fenomenológica en la madera de acuerdo a la consideración de tensiones discretas, ó integración de tensiones en distintos volúmenes elementales se resume en las siguientes gráficas. Considerando el error absoluto cometido:



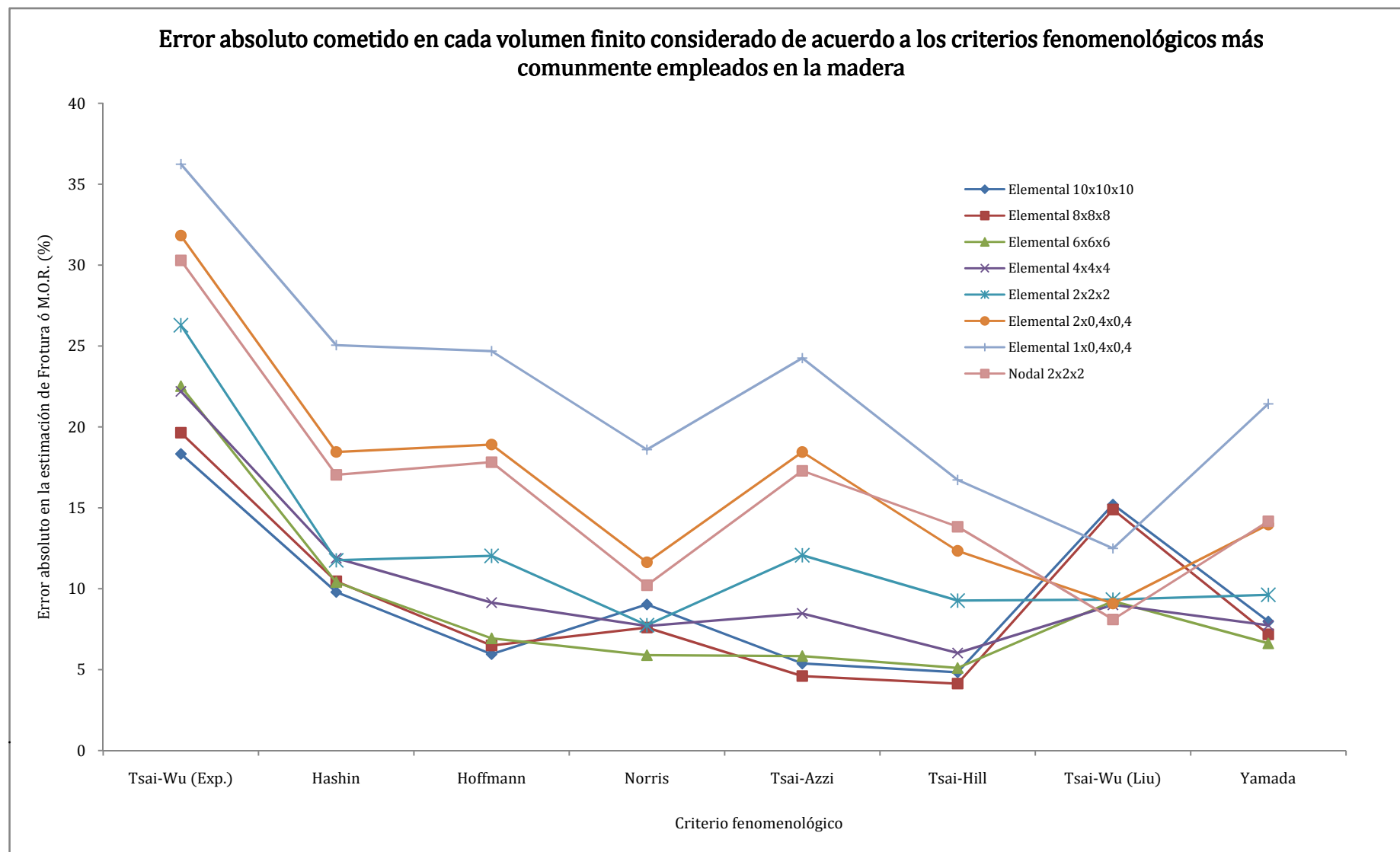


Figura 7.17. Errores absolutos de cada volumen de integración de acuerdo a cada criterio fenomenológico (E. P.)

Del mismo modo observando expresamente la variación de cada criterio en base al volumen de integración:

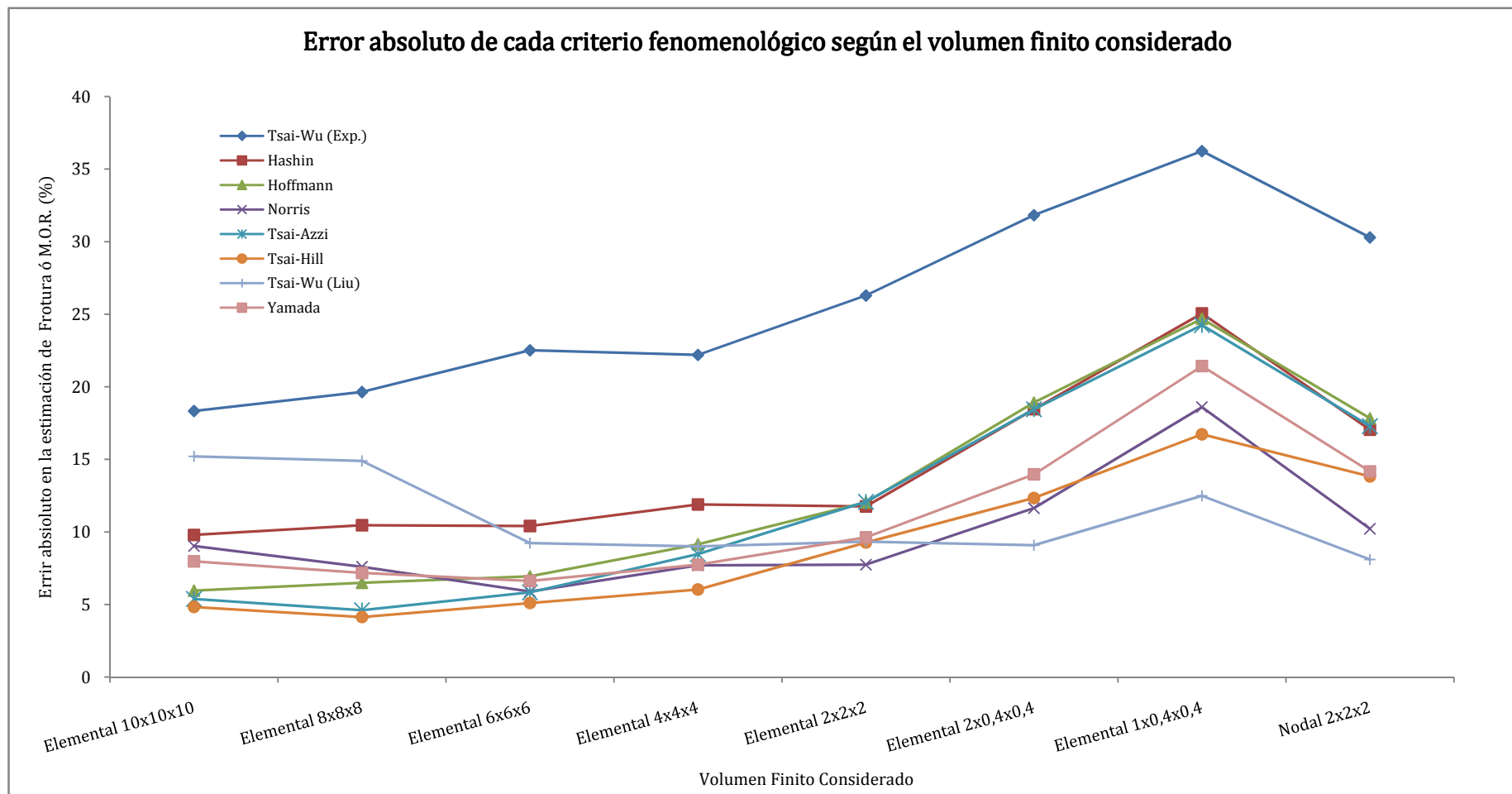


Figura 7.18. Errores absolutos de cada criterio fenomenológico de acuerdo a cada volumen de integración de tensiones (E. P.)

De forma completamente análoga, si tenemos en cuenta los errores medios no absolutos, se obtiene:

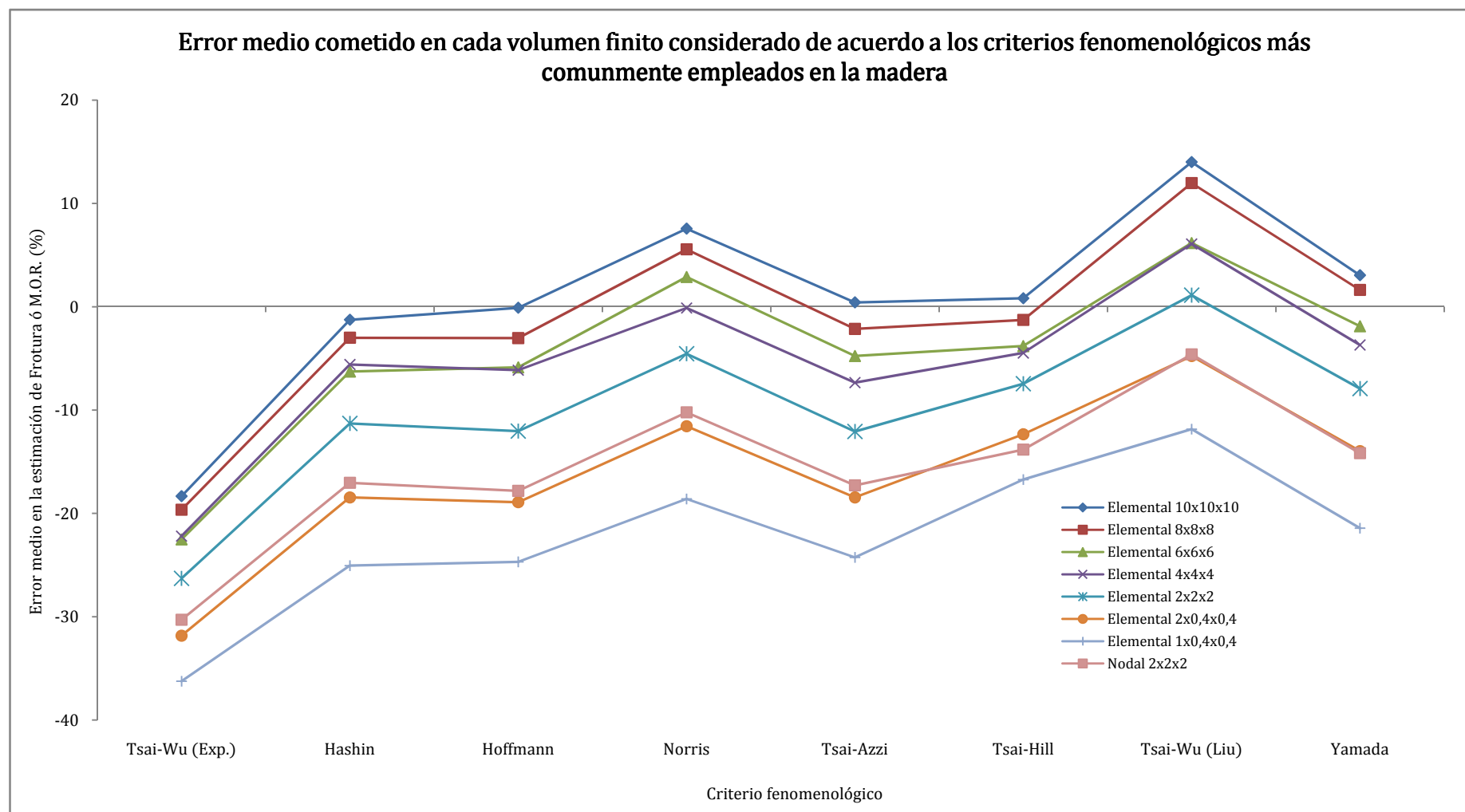


Figura 7.19. Errores medios de cada volumen de integración de tensiones de acuerdo a cada criterio fenomenológico (E. P.)

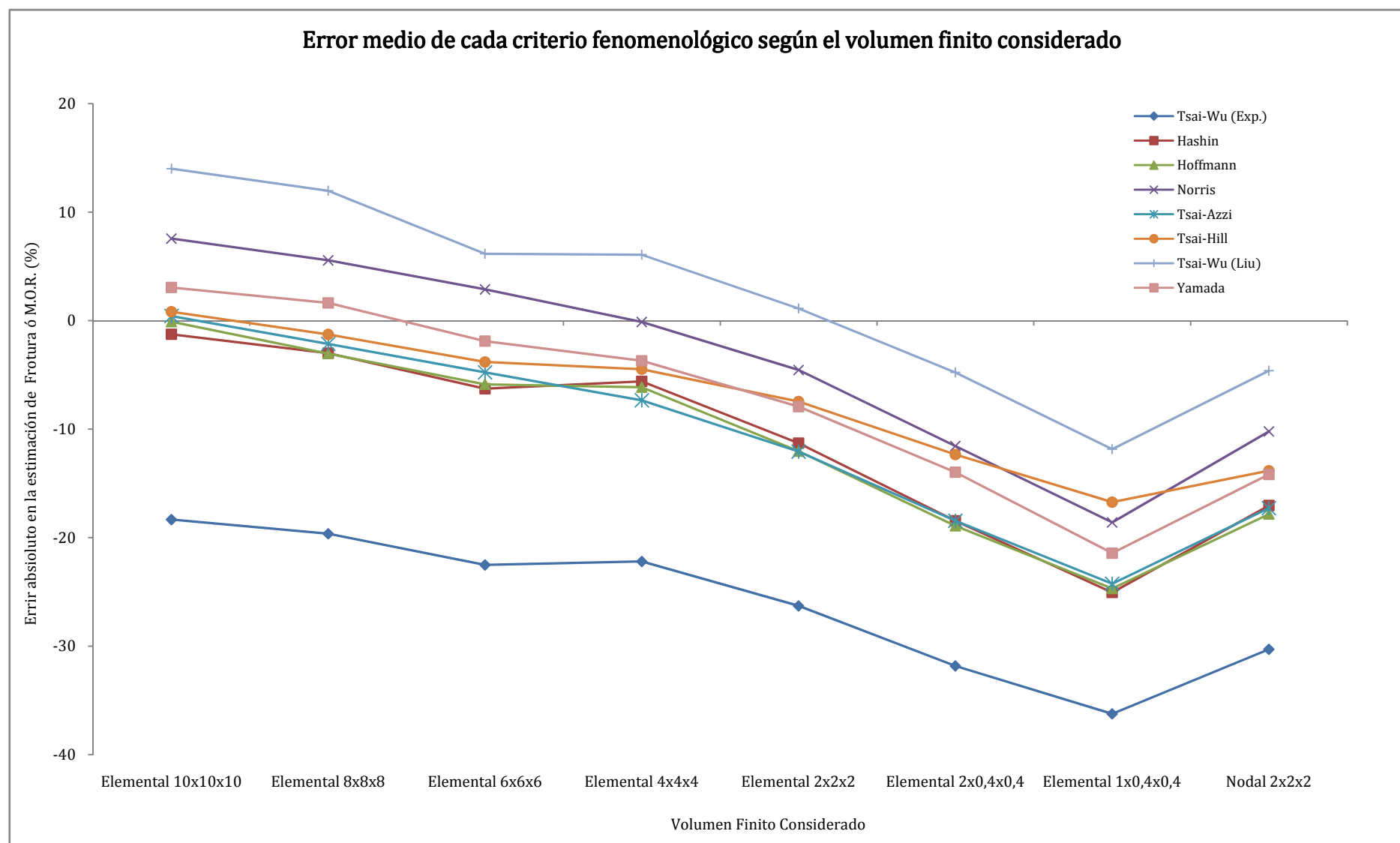


Figura 7.20. Errores medios de cada criterio fenomenológico de acuerdo a cada volumen de integración de tensiones (E. P.)

De lo cual es posible concluir lo siguiente:

### *Enfoques y Volumen de Integración*

---

Tradicionalmente los criterios fenomenológicos en la madera han sido criticados por el gran conservadurismo que han demostrado en muchas aplicaciones, sin embargo este inconveniente puede verse atenuado mediante el enfoque del volumen finito de integración de tensiones; véase como en las gráficas de errores medios no absolutos se observa claramente, como la solución nodal produce estimaciones de carga de rotura siempre inferiores a la acción real que causa el fallo del material, en todos y cada uno de los criterios. En contraposición, los errores medios obtenidos mediante la integración de tensiones, se muestra creciente hasta alcanzar valores próximos a 0, para elementos de longitudes entre 8 y 10mm, salvando las obvias diferencias entre los criterios de los diversos autores.

El fondo analítico en esta divergencia de enfoques podría considerarse, y estar originado en parte por la propia anatomía, heterogeneidad y estructura de la madera, ya que, ¿el fallo del material realmente se origina cuando uno de los enlaces de sus moléculas falla provocando un “fallo en cadena” de las estructuras de orden superior?, y por tanto lo más apropiado sería cuantificar las tensiones nodales, ó bien, como propone Masuda (1988), se debe de superar la superficie límite tensional en varias traqueidas al mismo tiempo para que este fallo desencadene en la rotura, y por tanto lo conveniente es integrar un volumen de tensiones en una región mínima determinada.

En cualquier caso tal como demostró Landaelius (1989), y corroboró Gustafsson (2002), empleando exclusivamente criterios físicos demostrables, los criterios fenomenológicos pueden asimilarse a la mecánica de la fractura, prediciendo las mismas cargas, no solo en disposiciones tensionales de “no concentración”, sino también en estructuras que incluyen singularidades y contienen por tanto importantes “acumulaciones singulares”, cuando éstos son integrados en un área finita. Por otra parte debe también remarcarse la ventaja que este enfoque supone en su aplicación por el método de los elementos finitos, ya que la aplicación de los criterios fenomenológicos en puntos discretos puede ser muy útil en distribuciones tensionales

más o menos homogéneas, sin embargo cuando existen singularidades, o importantes gradientes de esfuerzos, se tornan altamente sensibles, y vulnerables a predecir cargas de rotura muy prematuras.

En este caso las soluciones nodales de elementos de 2mm, han predicho agotamientos similares a los generados por el límite superior de Masuda en el que los elementos tienen un tamaño de tan sólo  $0,32 \text{ mm}^3$ . En ambos enfoques, todos los criterios se muestran conservadores, proponiendo cargas de rotura de entre el -5 y el -30% respecto la fuerza de rotura real, cuando se toman puntos discretos, y entre el -32 y el -5% empleando el tamaño superior de Masuda, valores que obviamente coinciden con los errores absolutos cometidos. Debe de tenerse en cuenta que el criterio nodal ha proporcionado valores parejos al límite superior de Masuda, e incluso bastante superiores al límite inferior, debido a que el tamaño elemental utilizado en la solución nodal ( $8 \text{ mm}^3$ ) es 25 veces más grande que el elemento superior ( $0,32 \text{ mm}^3$ ) y 50 veces mayor que el inferior ( $0,16 \text{ mm}^3$ ).

Más conservadores aún han sido los resultados predichos por el límite inferior de Masuda, de elementos de  $0,16 \text{ mm}^3$ , en donde el error se sitúa en torno al 12-36%. La predicción en los distintos criterios es bastante paralela al caso nodal y el límite superior de Masuda, precediendo de forma global una carga de rotura un 7% menor.

El tamaño de 2mm es el primero de los criterios que empieza a proporcionar errores medios positivos, generando cargas de rotura de entre el -26 y el +1%, en términos absolutos entre el 26 y el 7%. El error medio en los distintos criterios también es bastante paralelo a los anteriores, aportando en líneas generales valores un 6% mayor que la solución nodal. Ya que el tamaño elemental en este caso sí es el mismo, en esta situación sí se puede hacer una comparación directa entre los resultados nodales y elementales, pudiendo concluir por tanto la diferencia entre considerar un punto discreto del volumen entero de integración en un tamaño de 2mm ha sido del 6% menor en los resultados nodales, aunque tal valor únicamente refleja el grado de no homogeneidad en la distribución de tensiones.

Los hexaedros de 4 y 6mm también producen resultados que discurren de forma muy paralela a los anteriores, generando cargas de rotura entorno al 5% mayor que los de 2 mm. En este caso los errores medios han coincidido en ambos tamaños situándose entre el -22 y 6%, y

entre 22-6% y 22-5% en términos absolutos de los volúmenes superiores e inferiores respectivamente. En cualquier caso los criterios de 6mm han generado resultados ligeramente superiores en líneas generales.

Finalmente los volúmenes de 8 y 10 mm de lado, también generaron errores bastante paralelos a las series anteriores, siendo respectivamente un 2 y un 4% mayores a los que predijeron los hexaedros de 6mm. Los errores absolutos de los elementos menores se situaron en un intervalo del 4-20%, y los volúmenes mayores un 18-5%. Puede decirse por tanto en cierto modo que la diferencia del efecto volumen de integración cada vez es menor; cuando los volúmenes estimados son muy pequeños p. ej. los propuestos por Masuda, un cambio en el volumen afecta más fuertemente que cuando los elementos son mayores en donde el efecto gradiente de tensiones es cada vez menor.

### *Criterios fenomenológicos*

---

Tal como refleja la última gráfica generada, los errores medios cometidos por los distintos criterios fenomenológicos discurren de una forma relativamente paralela a lo largo de los distintos volúmenes de integración, por lo que en el caso que ocupa a esta tesis, se puede establecer en cierto modo una jerarquía de conservacionismo, tal y como se cita a continuación:

- El criterio de Tsai-Wu experimental, que en este caso particular representa el mayor coeficiente de interacción posible con las resistencias uniaxiales del *Pinus sylvestris*, ha generado los resultados más conservadores prediciendo fuerzas de rotura entre un -18 y -36% inferiores a la carga real, deduciendo por tanto que el efecto volumen de integración ha tenido una influencia del 18%. Ya que las predicciones han sido siempre a la baja, estos valores coinciden en magnitud con los resultados absolutos.
- Tsai-Azzi, Hoffmann, y Hashin, producen errores muy similares en todos los tamaños elementales, con unos errores medios de entre el 0 y el -24%, por lo que puede decirse que el efecto volumen de integración en este caso ha sido un 6% superior al criterio de Tsai-Wu.

Por otra parte los errores absolutos en la predicción han sido respectivamente 5-24%; 6-25%; 10-25%.

- El error medio del criterio de Yamada-Sun extendido a 3 dimensiones, discurre de forma bastante paralela a los criterios comentados anteriormente, estando contenidos en un intervalo de aproximadamente el -21+3%, por lo que puede estimarse que el efecto volumen de integración es similar a los anteriores, pero con la diferencia de que este criterio es un 3% menos conservador. Asimismo los errores absolutos se encuentran entre el 7 y el 21%.
- Del mismo modo, el criterio de Norris ha resultado menos conservador que el de Yamada, siendo más o menos paralelo a este con unos errores de entre el -19 y el +7%, por tanto con un efecto volumen de integración un 2% superior, y prediciendo cargas de rotura aproximadamente un 3% mayores. Los errores absolutos de este criterio han resultado entorno al 6-19%.
- El criterio de Tsai-Wu con el coeficiente de interacción según la teoría de Liu, ha sido el criterio menos conservador en esta especie arbórea, representando a su vez el límite inferior del  $F_{12}$ . Sus errores medios son entre -12 y +14%, teniendo por tanto el efecto volumen un efecto similar al comentado anteriormente. Los errores absolutos son de aproximadamente entre el 9-15%.
- Finalmente en el criterio de Tsai-Hill el que el error medio no discurre tan paralelamente al resto de criterios estudiados, de modo que su orden jerárquico no permanece constante; cuando el tamaño elemental es superior a 4mm, los valores predichos son similares a los de Tsai-Azzi, Hoffmann y Hashin, sin embargo en tamaños más pequeños, ó soluciones nodales, este criterio se asemeja más a Yamada-Sun o Norris. El error medio cometido está entre el -17 y el +5%, por tanto el efecto del tamaño es inferior a los criterios comentados anteriormente, y más similar al de Tsai-Wu experimental. Los errores absolutos fueron de entre 4-17%.

Por otra parte, basándose en los resultados obtenidos, es posible determinar cuál fue el enfoque ó el tamaño elemental más acertado para cada criterio:



- Tsai-Wu experimental, Hashin y Hoffmann, tuvieron las mejores predicciones medias y absolutas con un tamaño de 10mm.
- Norris tuvo los mejores errores medios con un tamaño de 4mm, aunque el menor error absoluto medio fue con 6mm.
- Para Tsai-Azzi y Tsai-Hill, los mejores errores medios fueron con un tamaño de 10mm, aunque el menor error absoluto medio fue con 8mm.
- Tsai-Wu según Liu, tuvo las mejores predicciones medias con 2mm, aunque el error mínimo absoluto se cometió con la solución nodal de un tamaño elemental de 2mm.
- Yamada los mínimos errores medios y absolutos fueron 8 y 6 mm respectivamente.

Asimismo, además de comentar la cuantía de los errores cometidos y el efecto volumen de integración, es conveniente resaltar algunos aspectos prácticos de cada uno de los criterios:

- El criterio de Tsai-Wu, es un criterio cómodo de programar, porque únicamente contiene una ecuación que engloba los términos de tracción y compresión, sin embargo este hecho provoca que no sea posible identificar directamente el modo de rotura. Por otra parte, la determinación del valor del factor de interacción resulta muy complicada como es conocido, y su influencia en la predicción de rotura no es ni mucho menos menor, tal como puede observarse en este trabajo, en el que se han empleado los valores extremos que este parámetro puede adquirir.
- El criterio de Hashin requiere programar 4 ecuaciones, que a su vez permiten distinguir entre 4 modos de rotura: la tracción paralela, compresión paralela, tracción perpendicular y compresión perpendicular. Por lo que en este aspecto, es relativamente fácil de programar y aporta bastante información.
- El criterio de Hoffmann, sólo requiere programar una única ecuación por lo que es muy cómodo en este sentido, no obstante este hecho provoca que no sea posible identificar directamente el modo de fallo.

- Los criterios de Tsai-Azzi, Tsai-Hill, Yamada-Sun y Norris requieren de 12 ecuaciones cada uno, por lo que resulta bastante engorroso programarlos, sin embargo permiten discernir si el agotamiento se produce en una región traccionada ó comprimida, transversal ó longitudinalmente, y también en cuál de los planos de ortotropía se ha producido la rotura.

## 9. Discusión del modelo

Aunque en el modelo diseñado intervienen numerosas variables geométricas que combinadas permiten la simulación de infinitas geometrías, en este apartado se discutirá de modo global en qué medida afectan cada una de estas variables en la predicción de rotura del modelo, pudiendo así comparar los resultados con la normativa estructural correspondiente. Se debe de mencionar que para poder discernir coherentemente la influencia de cada una de ellas, se partirá de una serie de parámetros que definirán un modelo “estándar”, que no será modificado a no ser que se cite expresamente en cada sección, y que consiste en lo siguiente:

Especie	<i>Pinus sylvestris</i>
Piezas estructurales	Vigas
Acción/Coacción	Flexión a 4 Puntos según U.N.E. 408
Tamaño de Pieza (mm)	2850 x 150 x 50
Dimensión Modelos	3D
Teoría Mecánica	Isotropía transv. + Plast. Anisótropa
M.O.E. (N/mm <sup>2</sup> )	9700
E <sub>tl</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	10650
E <sub>cl</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	8875
E <sub>r</sub> =E <sub>t</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	620
G <sub>lr</sub> =G <sub>lt</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	655
$\nu_{lt}=\nu_{lr}$ (N/mm <sup>2</sup> )	0,41
$\nu_{rt}=\nu_{tr}$ (N/mm <sup>2</sup> )	0,41
Límite plástico en dirección L (N/mm <sup>2</sup> )	-39
Módulo tangente L (N/mm <sup>2</sup> )	1100
Límite plástico R,T (N/mm <sup>2</sup> )	-4,94
Módulo tangente R,T (N/mm <sup>2</sup> )	139
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	530
Tamaño elemental (mm)	8 x 8 x 8
Criterio de Rotura Fenomenológica	Tsai-Hill - Solución Elemental
f <sub>lt0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	89
f <sub>cl0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	57
f <sub>cl90</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	4
f <sub>cl90</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	7,6
f <sub>vt0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	9,5
f <sub>vt90</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	13,3
Desviación Global de Fibra en Caras	0°
Desviación Global de Fibra en Bordes	0°
Sentido de crecimiento	De izquierda a derecha
Ángulo de inserción de rama	90°

Figura 7.21. Características “estándar” en la discusión del modelo (E. P.)

Nótese que las variables descritas son similares a las empleadas para la simulación experimental, excepto el módulo tangente longitudinal empleado en el tramo elásto-plástico, debido a que como ya se comentó anteriormente, las vigas experimentales poseían nudos muy notables que forzaban una rotura muy prematura, por lo que únicamente se alcanzaban los primeros estadios de la curva elasto-plástica uniaxial de compresión longitudinal, así un módulo tangente de 3190 N/mm<sup>2</sup> resultaba el valor más adecuado para simular bilinealmente ese comportamiento.

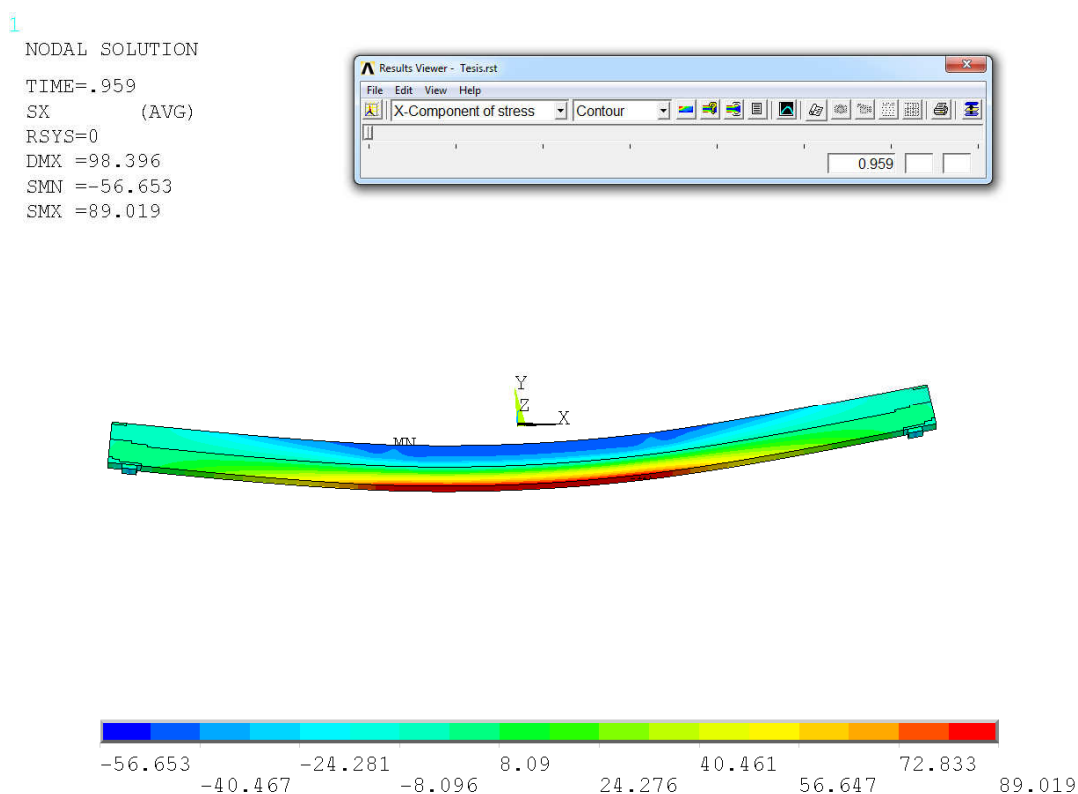
Sin embargo en la discusión que ahora se realiza, habrán nudos que no influirán tan negativamente en la resistencia por lo que no se tratará únicamente de simular una “entrada” en

plasticidad, sino un comportamiento elasto-plástico que puede llegar hasta los valores finales de rotura uniaxial, de ahí que para simular todo este tramo resulte más adecuado emplear un módulo tangente de  $1100 \text{ N/mm}^2$ .

Debe de recordarse, que aunque se indique cuál es la clasificación resistente y el M.O.R. predicho por el modelo, ambos datos no son directamente comparables, ya que el modelo predice *la iniciación de la rotura provocada por el nudo simulado*, mientras que el M.O.R. emplea la  $F_{\max}$  que se produce en el ensayo, y tal como se vio en la parte experimental, en esta especie de conífera estos datos rara vez coinciden.

## 9.1. Viga limpia

Una viga “ideal”, sin ningún tipo de discontinuidad, defecto material, o desviación de fibra con las propiedades anteriormente citadas, estaría sometida fundamentalmente a esfuerzos axiales, por lo que su resistencia vendría determinada fundamentalmente por el momento en el cual las tensiones extremas se acercasen a sus resistencias uniaxiales correspondientes tal como se muestra en la siguiente figura:



En el momento de la rotura el elemento con mayor índice de agotamiento, muestra los índices parciales (respecto de su resistencia uniaxial) que a continuación se detallan:

SX (%)	SY (%)	SZ (%)	SXY (%)	SXZ (%)	SYZ (%)
100	0	0	0	0	0

De modo que podría resistir hasta una carga teórica de 31,1 kN, valor que aunque no se puede dar en la realidad en una viga de este tamaño, será considerado como el 100% de su resistencia para la discusión de variables que a continuación se describe.

## 9.2. Cómo afecta el tamaño y la posición de los nudos pasantes de cara y de borde

En esta sección se discute cuál es la influencia del tamaño y la posición de nudos pasantes, cilíndricos y con idéntica geometría circular en ambas caras, se habla por tanto de nudos pasantes de cara y de borde. Es conocido que su influencia en compresión es muy reducida, pero por otra parte se sabe que el tamaño y la proximidad al borde traccionado son factores muy determinantes en la resistencia de la pieza.

Basando la discusión en las diferenciaciones normativas de la madera respecto de la clasificación visual de su país de procedencia (INSTA 142) y la normativa española (UNE 56544), a continuación se describe cuál sería la resistencia de vigas con nudos de diámetros  $h/6$  (25 mm),  $h/5$  (30 mm),  $h/4$  (37,5 mm),  $2h/5$  (60 mm),  $h/2$  (75 mm) en diferentes posiciones de la zona de tracción respecto de la fibra neutra, así como su correspondiente valor resistente según la normativa vigente. No obstante debe de remarcarse que la resistencia predicha aquí, se corresponde a vigas con nudos perfectamente circulares, perpendiculares a las caras y con influencia exclusiva en la rotura.

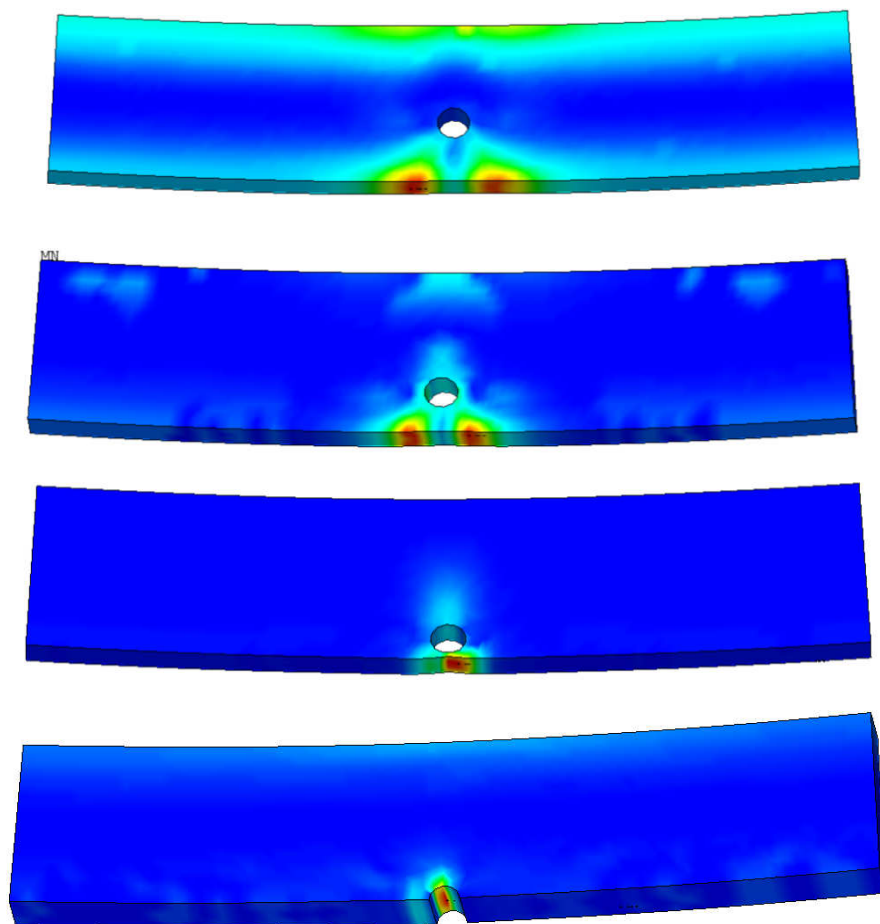


Figura 7.22. Agotamiento característico en vigas con nudos cilíndricos perpendiculares a las caras (E. P.)

- A) Los nudos de diámetro  $h/6$  (25 mm) situados a una distancia vertical respecto de la fibra neutra de  $-0,125 h$  (-18,75 mm);  $-0,250 h$  (-37,50 mm);  $-0,375 h$  (-56,25 mm);  $-0,500 h$  (-75,00 mm), generan las siguientes cargas de rotura, pérdidas de resistencia respecto de la viga limpia, M.O.R., índices de agotamiento uniaxial (componentes uniaxiales en el elemento más desfavorable / tensión uniaxial de rotura correspondiente), y clasificaciones visuales:

Posic.	F Rotura (kN)	Pérd. Resist. (%)	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo*
-0,125	15,6	49,84	37,44	47,24	83,69	37,21	0,14	1,95	0,57	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Pasante Cara
-0,25	11,1	64,31	26,64	36,78	84,01	44,16	0,11	8,37	0,27	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Pasante Borde
-0,375	6,3	79,74	15,12	18,82	80,82	59,12	0,04	20,5	0,18	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Pasante Borde
-0,5	6,8	78,14	16,32	17,82	56,96	91,66	0,02	35,45	0,93	T0 (C14)	ME-1 (C27)	Pasante Borde

\*Especificado de acuerdo prINSTA 142:2008, si la distancia a la arista de la pieza es menor que el diámetro es considerado como nudo de borde. Se debe de resaltar que no ocurre así en la UNE 56544:2007 en la que se elimina el concepto de nudo de margen.

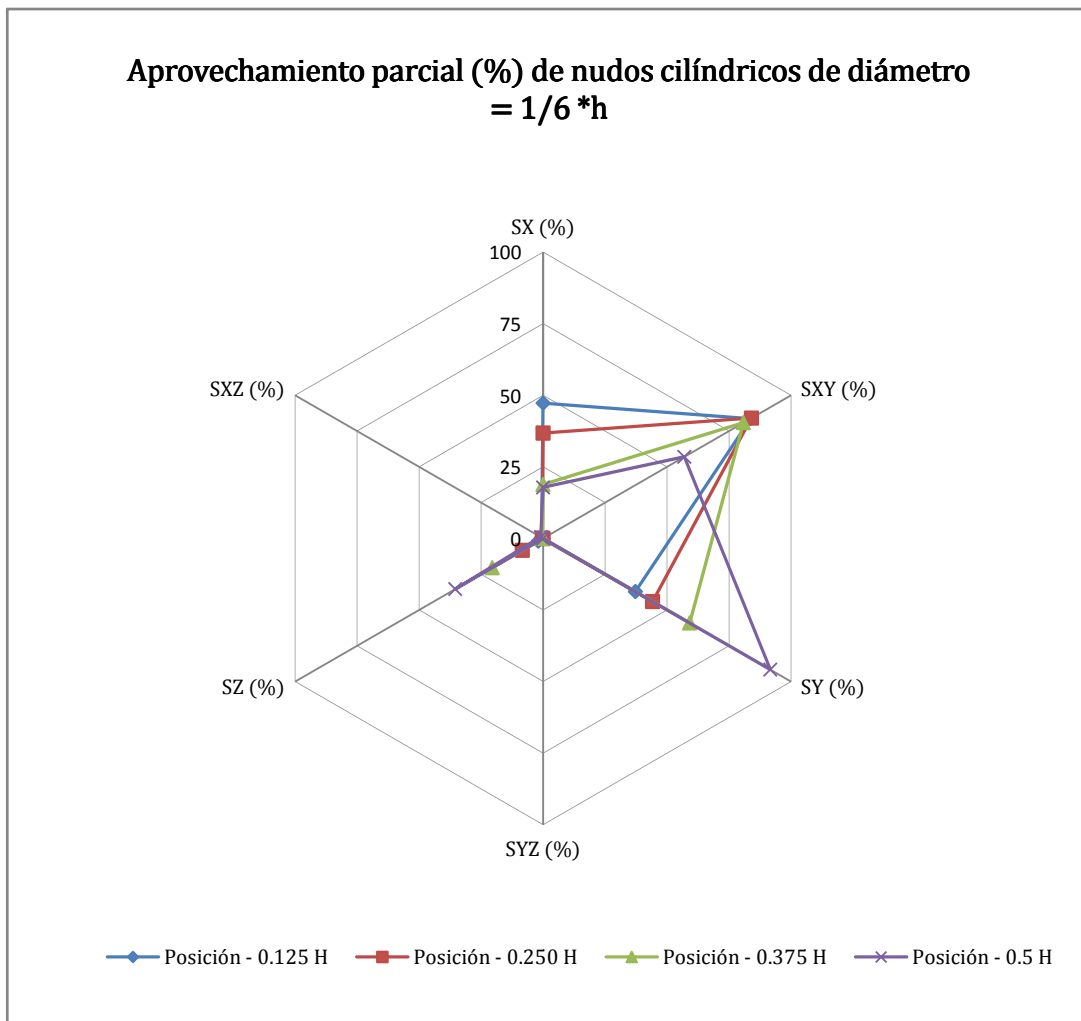
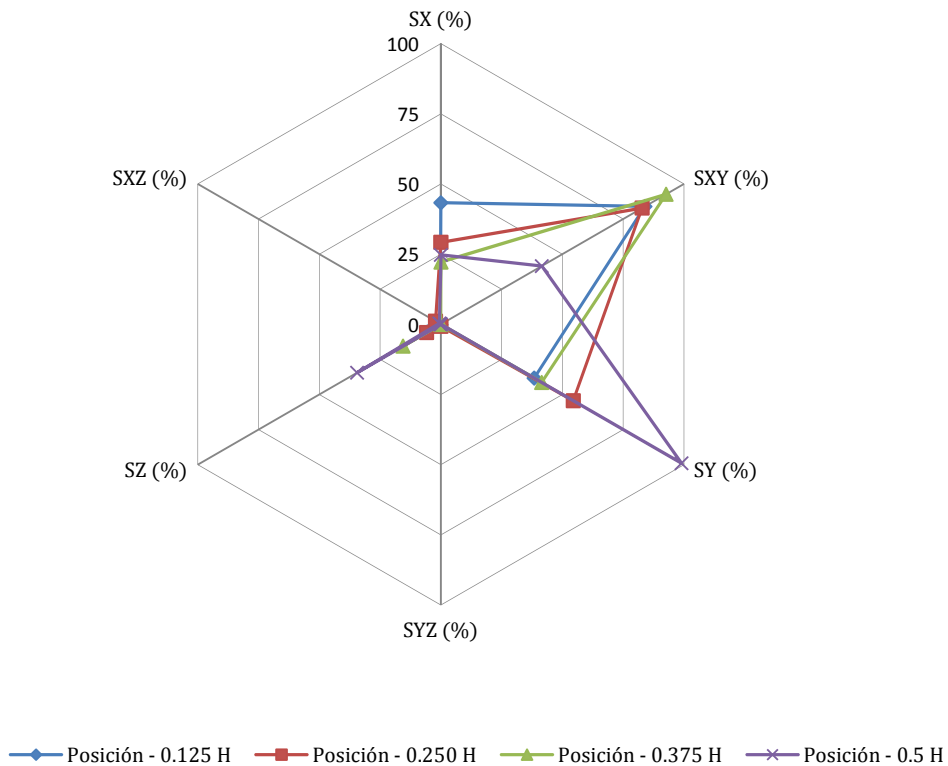


Figura 7.23. Diagrama de Agotamientos en las componentes tensionales (E. P.)

B) Por su parte los nudos de diámetro  $h/5$  (30 mm):

Posic.	F Rotura (kN)	Pérd. Resist. (%)	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	14,1	54,66	33,84	43,3	83,95	38,37	0,16	5,5	0,32	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Pasante Cara
-0,25	9,6	69,13	23,04	29,18	82,75	54,44	0,71	5,89	2,2	T1 (C18)	ME-1 (C27)	Pasante Borde
-0,375	4,9	84,24	11,76	22,17	92,61	41,44	0,08	15,6	0,04	T1 (C18)	ME-1 (C27)	Pasante Borde
-0,5	7,2	76,85	17,28	24,72	41,49	96,99	0,04	34,47	0,61	T0 (C14)	ME-1 (C27)	Pasante Borde

**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos de diámetro =  $1/5 \cdot h$**

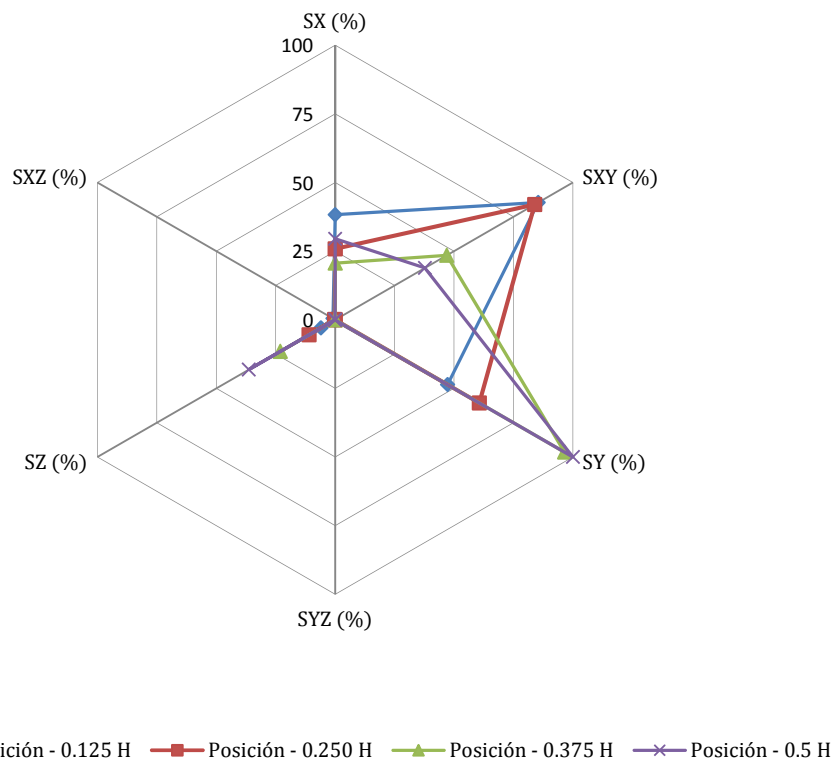




C) Los nudos de diámetro  $h/4$  (37,5 mm):

Posic.	F Rotura (kN)	Pérd. Resist. (%)	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	12,1	61,09	29,04	38,26	85,4	47,27	0,28	5,98	0,94	T1 (C18)	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,25	7,6	75,56	18,24	25,83	83,9	60,61	0,03	10,99	0,24	T1 (C18)	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,375	4,7	84,89	11,28	20,62	46,92	96,47	0,01	23,1	0,08	T1 (C18)	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,5	7,1	77,17	17,04	29,47	37,72	97,98	0,06	36,35	0,04	T0 (C14)	ME-1 (C27)	Pasante Borde

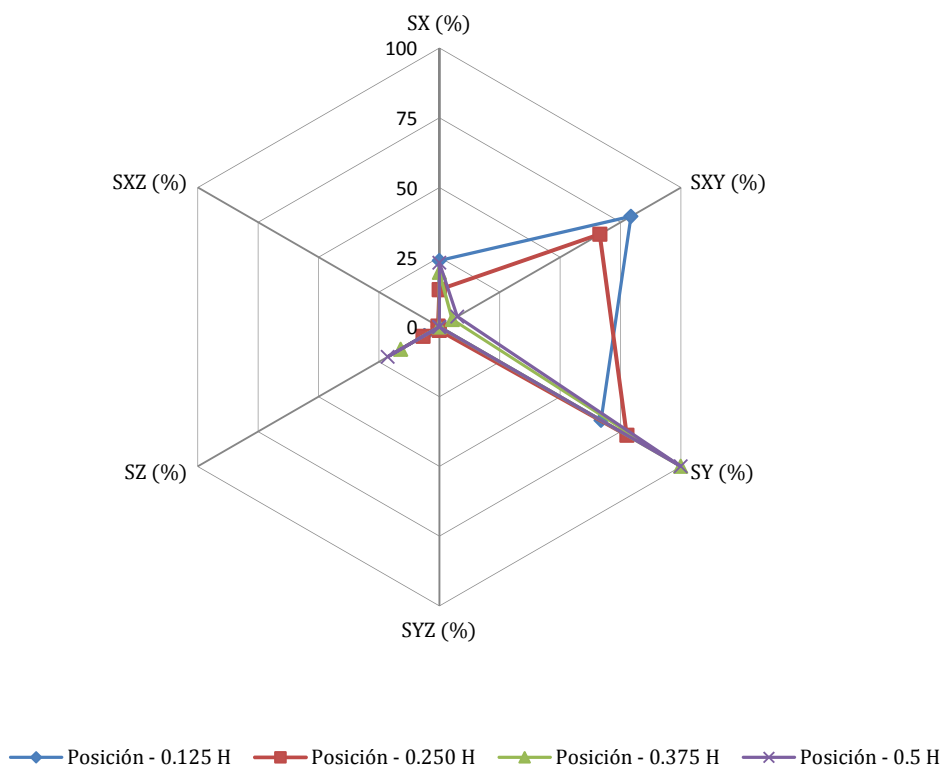
**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos de diámetro =  $1/4 \cdot h$**



D) Los nudos de diámetro  $2h/5$  (60 mm):

Posic.	F Rotura (kN)	Pérd. Resist. (%)	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	7,6	75,56	18,24	23,81	79,32	66,95	0,05	6,13	0,41	Recha z.	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,25	4,6	85,21	11,04	13,36	66,434	77,61	1,24	6,72	0,54	Recha z.	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,375	4,3	86,17	10,32	19,55	5,35	96,9	0,01	16,04	0,08	T0 (C14)	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,5	6,1	80,39	14,64	23,03	7,43	96,9	0,02	21,4	0,03	T0 (C14)	ME-1 (C27)	Pasante Borde

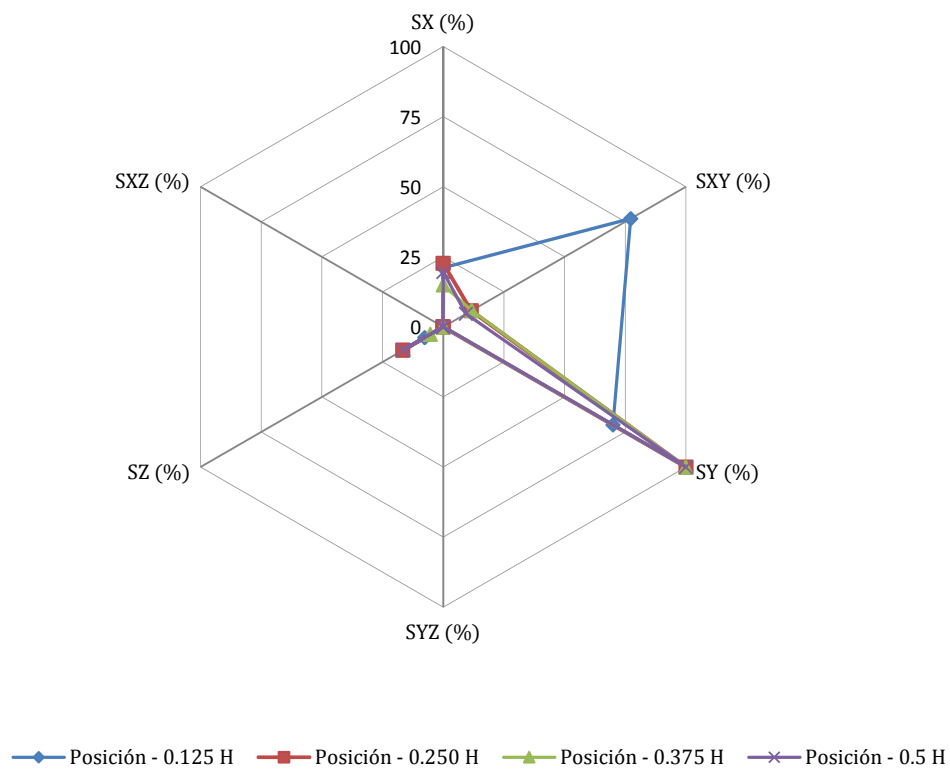
**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos de diámetro =  $2/5 * h$**



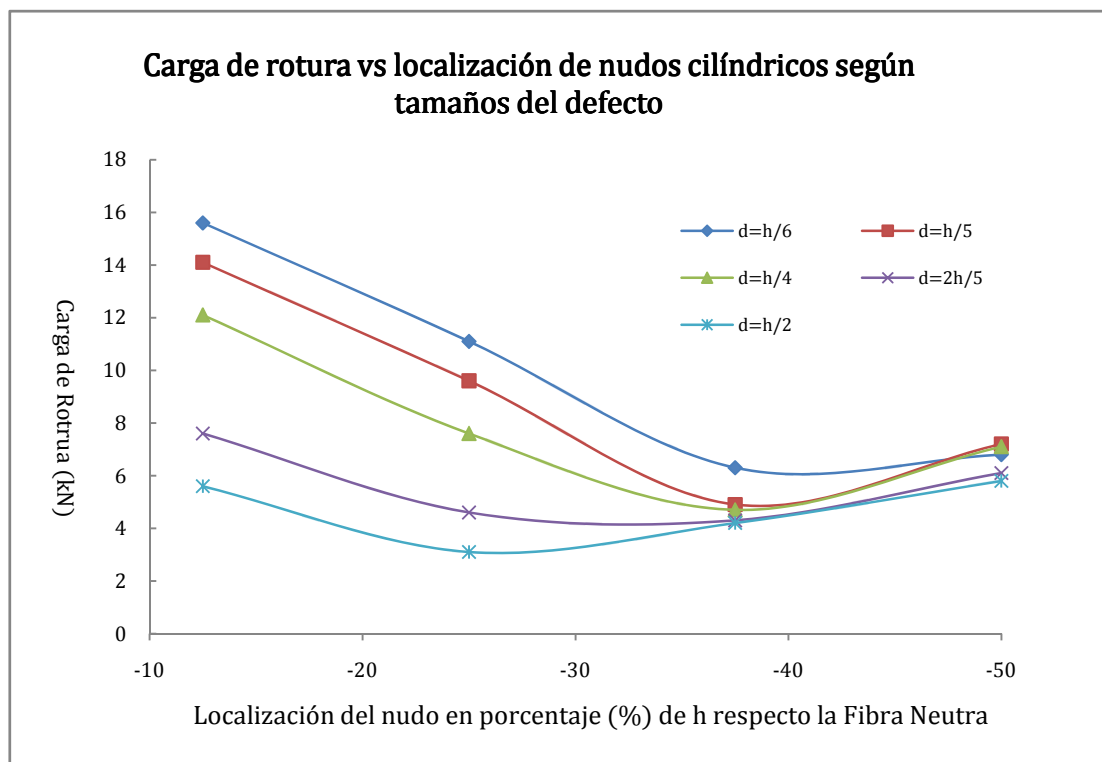
E) Los nudos de diámetro  $h/2$  (75 mm):

Posic.	F Rotura (kN)	Pérd. Resist. (%)	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	5,6	81,99	13,44	21,07	77,24	69,93	0,02	7,62	0,13	Rechaz.	ME-2 (C18)	Pasante
-0,25	3,1	90,03	7,44	22,64	11,54	95,98	0,01	16,64	0,09	Rechaz.	ME-2 (C18)	Pasante
-0,375	4,2	86,50	10,08	14,94	11,72	96,57	0,01	5,35	0	Rechaz.	ME-2 (C18)	Pasante
-0,5	5,8	81,35	13,92	19,54	9,34	97,28	0,01	16,34	0,02	T0 (C14)	ME-2 (C18)	Pasante

**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos de diámetro =  $1/2 \cdot h$**



De este modo es posible recoger cuál es la carga de rotura de acuerdo a la posición que los nudos de distinto tamaño ocupan en la pieza:



Y cuál es la resistencia en función del tamaño de nudo para las distintas posiciones de los defectos:

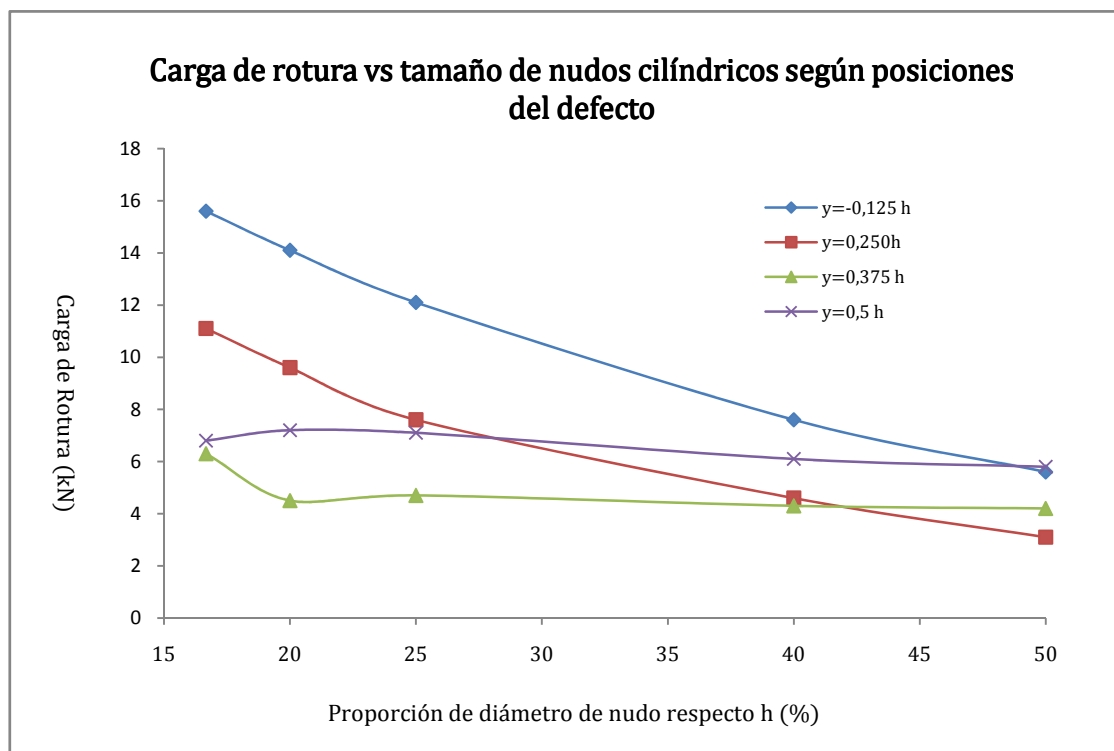


Figura 7.24. Agotamiento por nudos cilíndricos perpendiculares a las caras (E. P.)

### *Resistencia*

---

De modo que es posible deducir claramente que la resistencia es menor cuanto mayor es el tipo de nudo y más cerca se encuentra este del borde traccionado, pero se debe puntualizar que la influencia de la posición es menor cuanto mayor es el nudo, y también que la influencia del tamaño también es menor al descender la localización de la singularidad.

El efecto del tamaño es decreciente debido a que cuando el nudo deja únicamente una pequeña franja de material limpio en su parte inferior, se produce una importante concentración de tensiones que minimiza la importancia del tamaño del nudo (generalmente en la posición - 37,5% de h), y también cuando se posiciona en el borde traccionado (posición de nudo de borde - 50% de h), ya que únicamente la “mitad” del nudo influye en la pieza, y también se produce una importante concentración de tensiones en su parte superior por lo que el efecto del tamaño también se hace menor. En ambos casos puede observarse como la concentración de tensiones es especialmente crítica en cuanto a la tracción perpendicular.

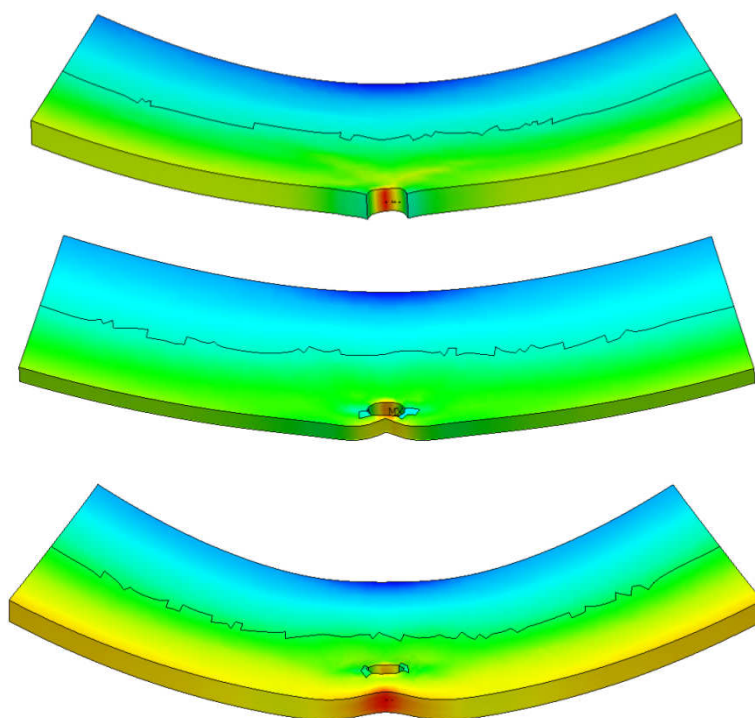
Por otro lado como resulta lógico la influencia de la posición también decrece con el tamaño, debido a que cuando un nudo es muy grande se produce una drástica reducción de la sección eficaz, y por otro lado aunque su centro geométrico se encuentre en posiciones cercanas a la fibra neutra, su gran tamaño provoca que su influencia llegue a afectar a zonas próximas al borde traccionado por lo que su presencia se convierte al igualmente en un factor crítico. Asimismo debe considerarse que si el nudo es muy grande al ir aproximando este defecto a la arista inferior, dado su gran diámetro, pronto empieza a perder presencia ya que su parte inferior comienza a sobresalir de la pieza. En contraposición en defectos de pequeño tamaño la resistencia debido a la posición puede variar en más de un 50% por lo que parece razonable incluir este motivo en la normativa de clasificación visual, ya que el hecho de no considerar ni tan siquiera una aproximación de cuál es la posición del nudo, puede suponer infravalorar ó sobrevalorar la resistencia en más de un 50%.

---

 $S_x$ 


---

El agotamiento por tracción longitudinal tiene generalmente menos presencia que el agotamiento por tracción perpendicular o cortante en el plano, y su magnitud, como es lógico está estrechamente vinculada de forma directamente proporcional a la carga de rotura. De ahí que cuando los nudos son grandes, ó son pequeños pero se encuentran cercanos al borde traccionado su importancia es inferior. Véase en la siguiente figura como la concentración de tensiones  $S_x$  de los casos 0,375 h y 0,5 h y la entrada en flexión es muy inferior al caso en el que el defecto está en 0,125 h ó 0,250 h:

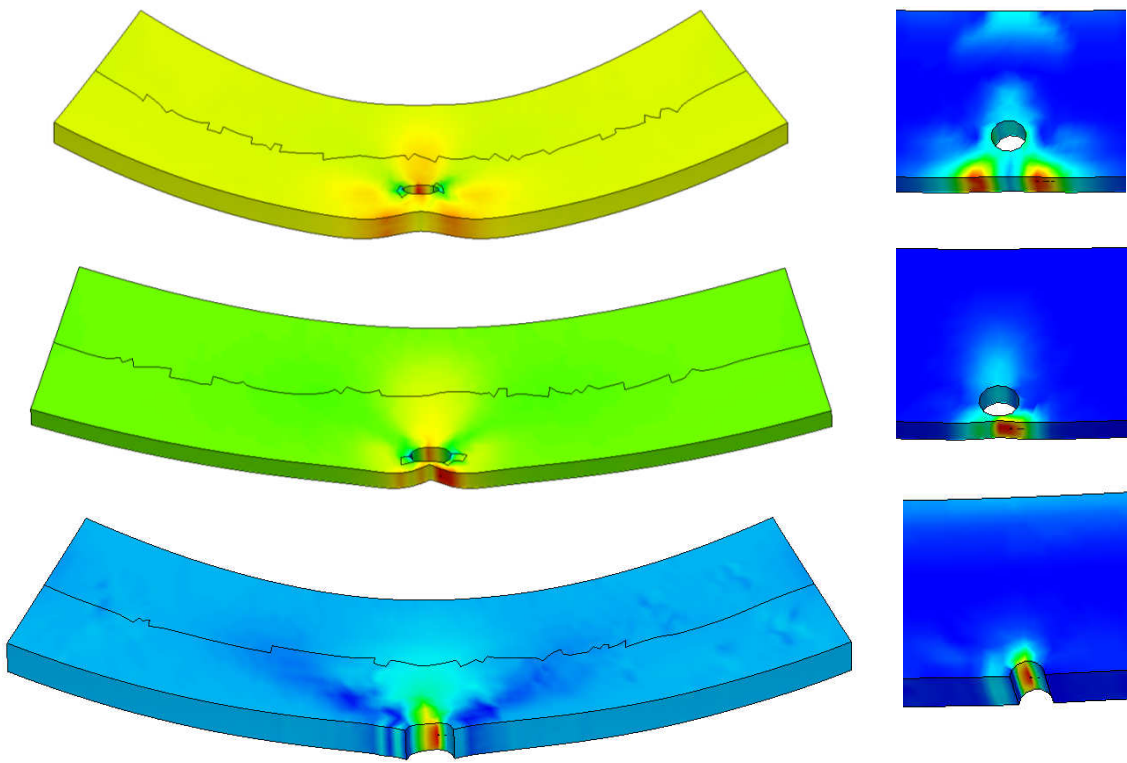



---

 $S_y$ 

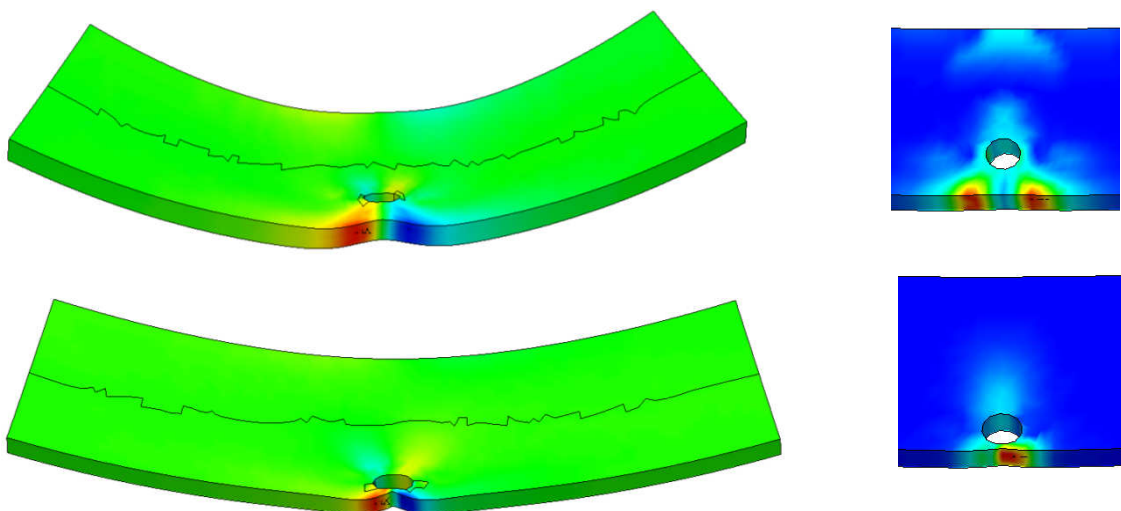

---

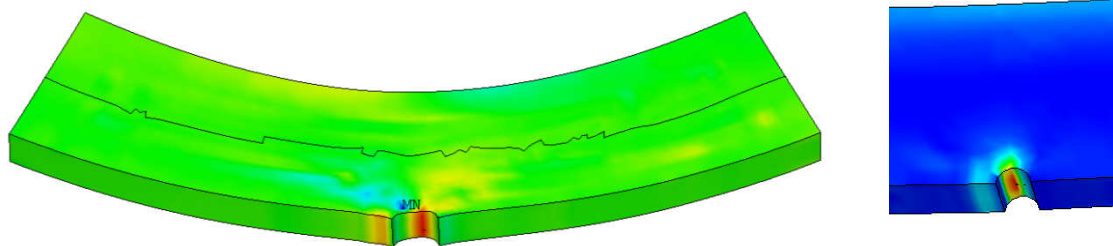
El agotamiento por tracción perpendicular aumenta con el tamaño y el descenso de la posición, de modo que cuando se producen las concentraciones de tensiones en los casos 0,375 h y 0,5 h, éste se vuelve el factor más crítico de todos; véase como en la siguiente figura como la distribución de tensiones perpendiculares en los casos 0,375 h y 0,5 h coinciden en gran parte con los índices de agotamiento de un criterio fenomenológico (p.ej Tsai-Hill), mientras que en el caso 0,250 h no es así:



$S_{xy}$

Este factor puede considerarse en cierto modo como “opuesto” al anterior, ya que disminuye ligeramente con el tamaño de nudo, y su magnitud aumenta muy notablemente al ir acercando el defecto a la fibra neutra, hasta el punto de que en nudos con diámetros  $\leq h/4$ , esta componente es más crítica incluso que la  $S_y$  en posiciones de  $0,125 h$  y  $0,250 h$ , véase en la siguiente figura como en nudos pequeños y posiciones cercanas a la fibra su distribución es similar a la distribución de agotamiento global:



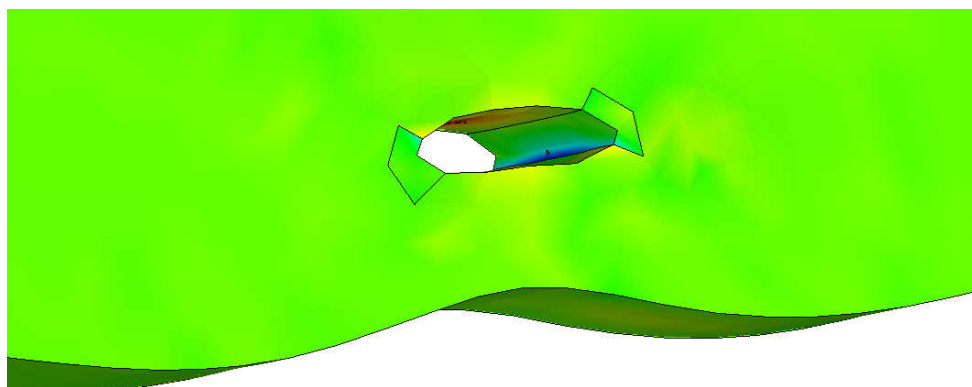


---


$$S_{yz}, S_{xz} \text{ y } S_z$$


---

Los cortantes  $S_{xz}$  y  $S_{yz}$  carecen de importancia, sin embargo sí se produce una componente singular de tensiones perpendiculares al plano en el contorno inmediato del nudo en todos los casos. De este modo en situaciones de 0,125 h y 0,250 h dado que el elemento más agotado se encuentra lejos del nudo (generalmente en el borde traccionado), esta concentración local carece de influencia, sin embargo en las posiciones 0,375 h y 0,500 h, dado que el elemento causante de la rotura se sitúa próximo al defecto esta concentración local si surte efecto por lo que la componente  $S_z$  no se vuelve nada despreciable. Por tanto aún trabajando en situaciones de nudo perfectamente pasante, si el defecto se encuentra cerca del borde traccionado, sería poco acertada la simulación bidimensional en tensión plana. En la siguiente imagen se muestra la distribución de tensiones  $S_z$  singular alrededor del defecto:





### 9.3. Cómo afecta el tamaño y la posición de los nudos de cara y arista con la médula próxima a la cara interna

Cuál es exactamente la diferencia entre considerar un nudo “cilíndrico” o pasante de cara, de un nudo “cónico” de arista ó de cara. Como ya se comentó, tradicionalmente los análisis numéricos de nudos siempre se han realizado concibiendo éstos como defectos pasantes llevando a cabo análisis planos, sin embargo estos tipos de nudos no han podido ser simulados anteriormente y es lo que se pretende hacer en este apartado. En esta sección se discute, con una estructura similar a la expuesta anteriormente, cuál es la influencia de los nudos de cara en los que la médula puede estimarse que se encuentra cercana a la cara posterior del defecto.

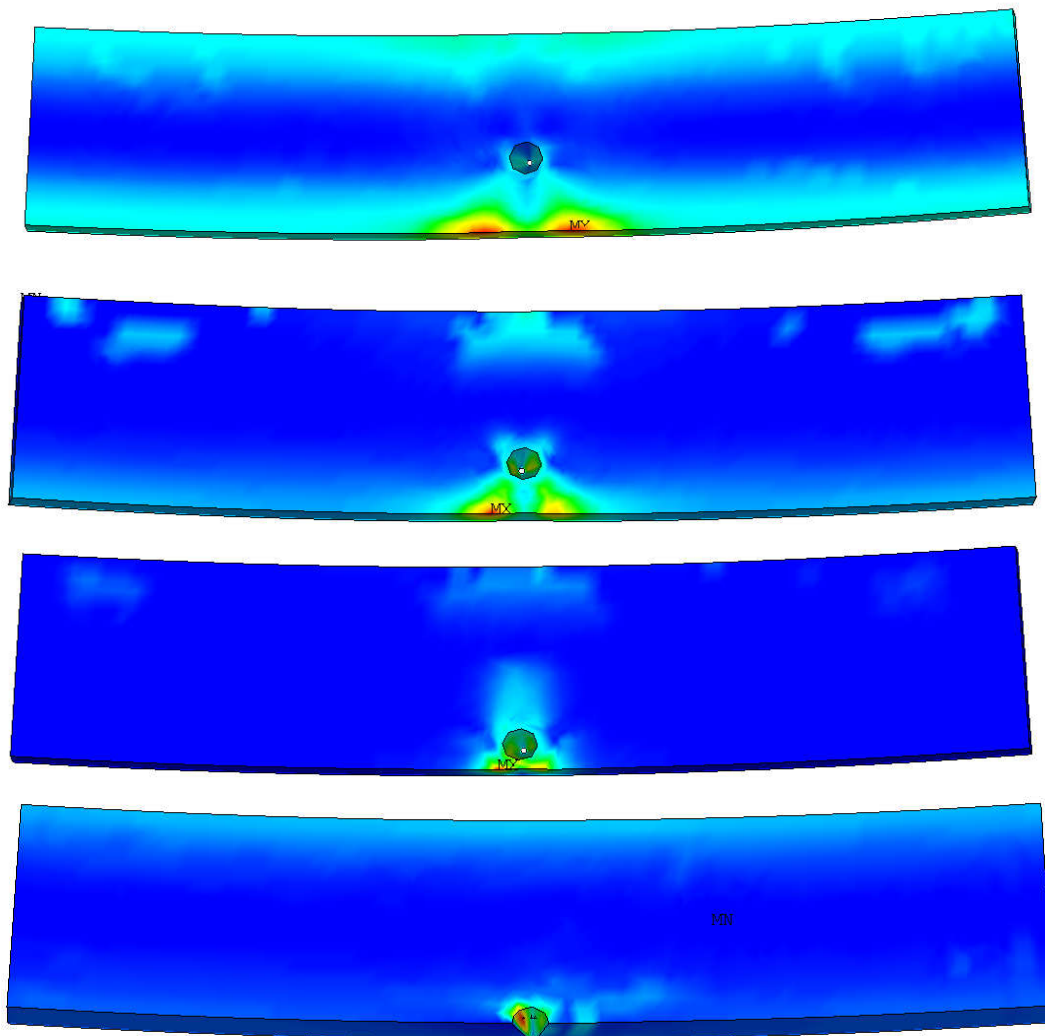


Figura 7.25. Agotamiento característico de nudos tronco-cónicos, perpendiculares a las caras, con médula próxima a uno de los cantos (E. P.)

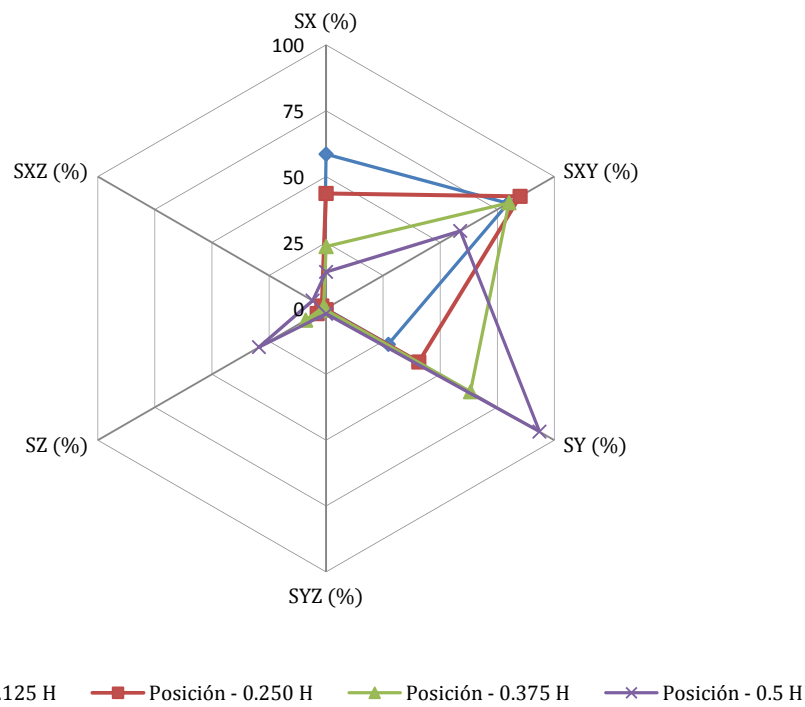
Las tablas que se presentan a continuación tienen pues la misma estructura que se presentó en la sección anterior, con la diferencia de que se indica expresamente en una columna cuál es el incremento de carga de rotura ó M.O.R. que supone en cada caso, considerar la conicidad del nudo respecto de su homólogo cilíndrico. En cualquier caso, se recuerda que los resultados aquí expuestos son para nudos circulares, perpendiculares a las caras y con influencia exclusiva en la rotura.

- A) Los nudos cónicos con la médula próxima a la cara interior, y diámetro mayor igual a  $h/6$  (25 mm) situados a una distancia vertical respecto de la fibra neutra de  $-0,125 h$ ,  $-0,250 h$ ,  $-0,375 h$ ,  $-0,500 h$ , que entroncan perpendicularmente a la médula, siendo su generatriz paralela a los bordes de las piezas, generan las cargas de rotura, pérdidas de resistencia respecto de la viga limpia, incrementos de resistencia respecto sus cilindros homólogos, M.O.R., índices de agotamiento uniaxial y clasificaciones visuales que a continuación se especifican:

Posic.	F Rot. / Péridid kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo*
-0,125	18,6 40,19	+19,23	44,64	58,56	79,82	27,3	0,22	2,22	1,00	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Pasante Cara
-0,25	13,0 58,20	+17,12	31,2	43,61	85,04	40,63	0,48	3,89	1,88	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Pasante Cara
-0,375	7,9 74,60	+25,40	18,96	23,47	80,17	63,29	0,71	8,94	1,09	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Pasante Cara
-0,5	7,6 75,56	+11,76	18,24	13,84	58,8	93,54	2,04	29,42	5,90	T0 (C14)	ME-1 (C27)	Pasante Borde

\*Según pr INSTA 142:2008, si el nudo es visible en ambas caras éste es pasante, sin embargo si el diámetro interior es inferior a  $3/4$  del diámetro exterior, como en los casos aquí propuestos, el nudo es pasante de cara aunque la distancia entre nudo y arista sea inferior al diámetro del defecto, de modo que en este caso el tipo de nudo coincide con la norma española.

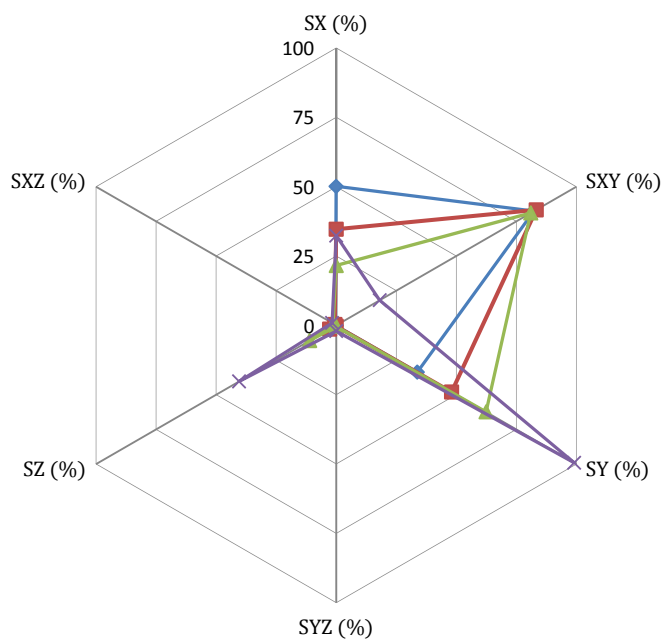
**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cónicos con médula cercana a cara interna y diámetro =  $1/6 \cdot h$**



B) Los nudos cónicos con la médula próxima a la cara interior, de diámetro mayor igual a  $h/5$  (30 mm) :

Posic.	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	16,6 46,62	+17,73	39,84	50,12	82,34	33,77	0,15	1,83	0,27	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Pasante Cara
-0,25	11,6 62,70	+20,83	27,84	34,66	83,28	48,05	0,3	2,74	0,58	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Pasante Cara
-0,375	5,9 81,03	+20,41	14,16	21,56	81,01	62,41	0,4	11,07	1,22	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Pasante Cara
-0,5	7,8 74,92	+8,33	18,72	32,3	18,1	98,05	2,07	40,43	1,74	T0 (C14)	ME-1 (C27)	Pasante Borde

**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cónicos con médula ceracana a cara interna y diámetro =  $1/5 \cdot h$**

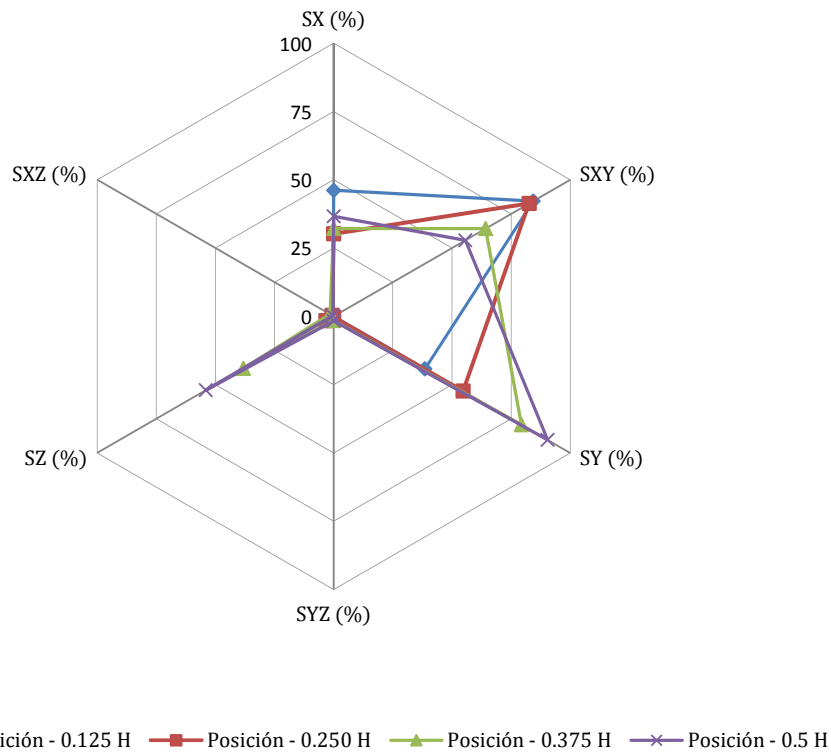


—◆— Posición - 0.125 H    —■— Posición - 0.250 H    —▲— Posición - 0.375 H    —×— Posición - 0.5 H

C) Los nudos cónicos con la médula próxima a la cara interior, de diámetro mayor igual a  $h/4$  (37,5 mm) :

Posic.	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	15,1 51,45	+24,79	36,24	46,14	84,36	38,54	0,09	1,5	0,3	T2 (C24)	ME-2 (C18)	Pasante Cara
-0,25	10,1 67,52	+32,89	24,24	30,2	82,61	54,72	0,33	3,23	0,67	T2 (C24)	ME-2 (C18)	Pasante Cara
-0,375	4,6 85,21	-2,13	11,04	32,17	64,24	79,4	1,55	38,2	1,55	T1 (C18)	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,5	6,4 79,42	-9,86	15,36	36,61	55,67	90,45	1,66	54,1	0,42	T0 (C14)	ME-1 (C27)	Pasante Borde

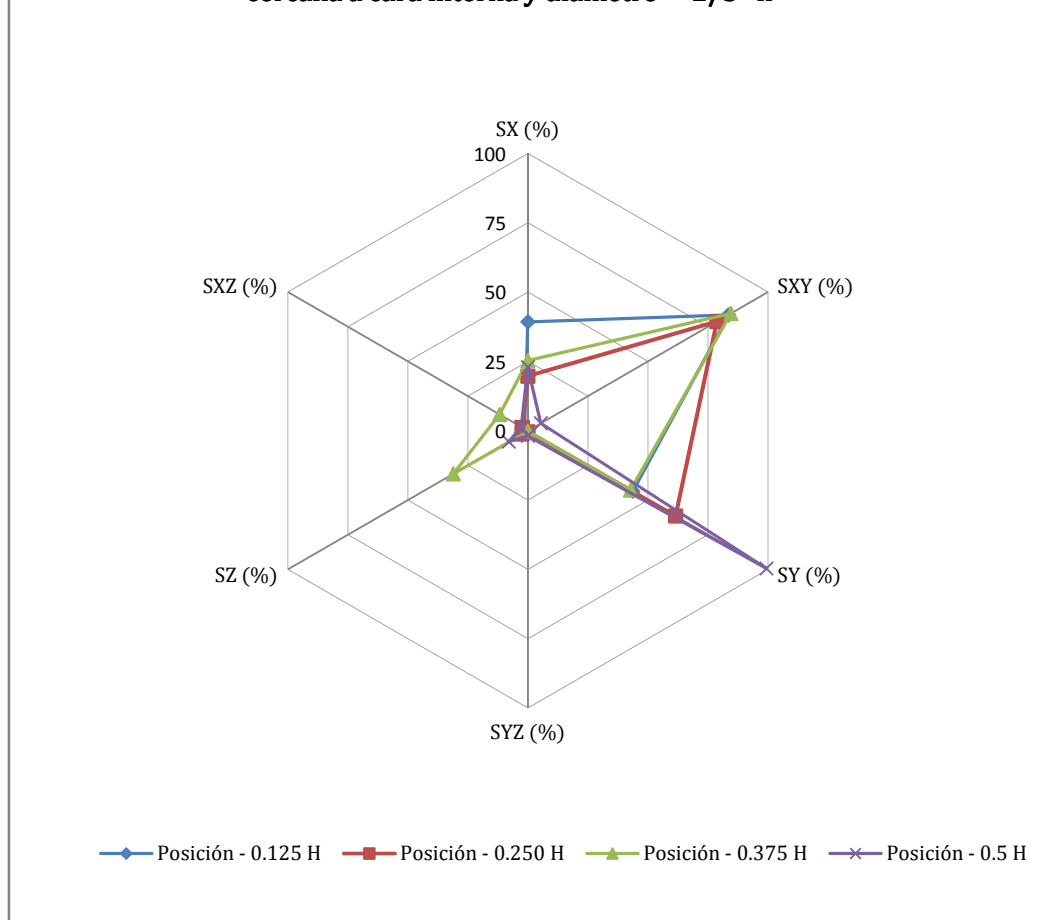
**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos con médula cercana a cara interna y diámetro =  $1/4 \cdot h$**



D) Nudos cónicos con la médula próxima a la cara interior, de diámetro mayor igual a  $2h/5$  (60 mm):

Posic.	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	11,8 62,06	+55,26	28,32	39,28	83,59	43,69	0,38	2,16	1,38	T1 (C18)	ME-2 (C18)	Pasante Cara
-0,25	7,1 77,17	+54,35	17,04	19,65	78,71	61,51	0,42	2,4	2,32	T1 (C18)	ME-2 (C18)	Pasante Cara
-0,375	4,7 84,89	+9,30	11,28	25,31	84,56	42,76	0,2	31,05	11,76	T0 (C14)	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,5	5,1 83,60	-16,39	12,24	22,91	5,37	99,38	1,84	7,95	2,73	T0 (C14)	ME-1 (C27)	Pasante Borde

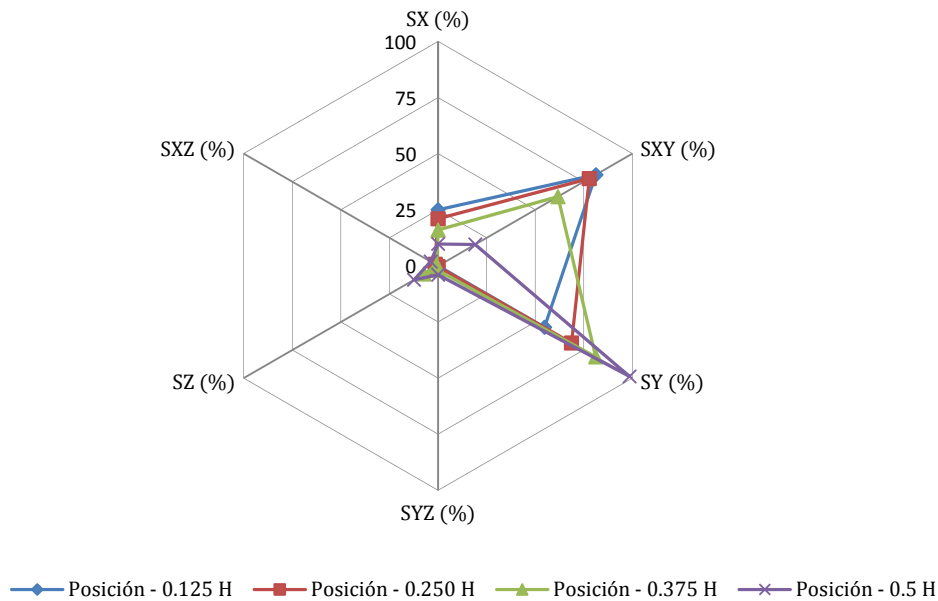
**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos con médula cercana a cara interna y diámetro =  $2/5 \cdot h$**



E) Nudos cónicos con la médula próxima a la cara interior, de diámetro mayor igual a  $h/2$  (75 mm) :

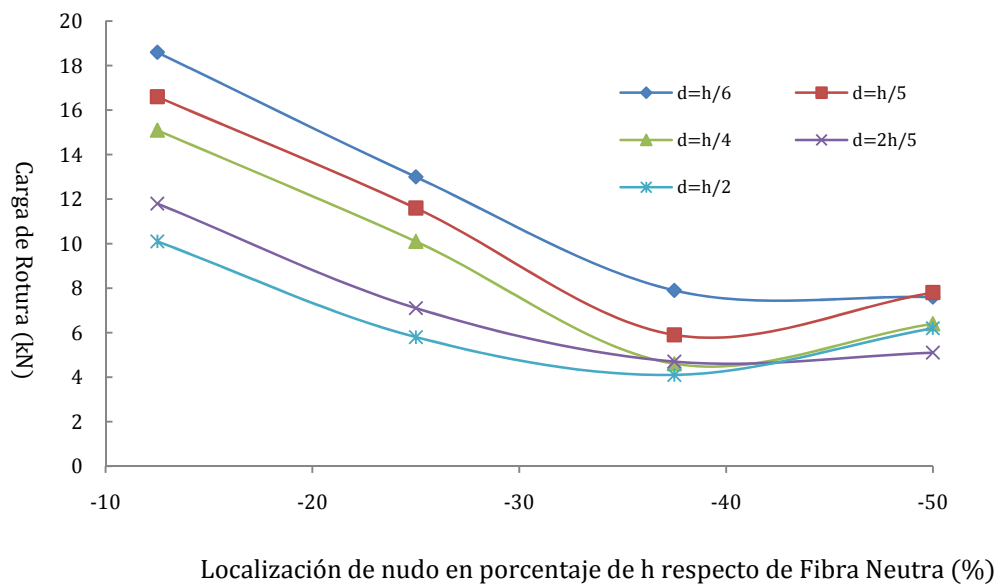
Posic.	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo*
-0,125	10,1 67,52	+80,36	24,24	25,01	81,19	54,77	0,05	1,69	1,32	T0 (C14)	ME-2 (C18)	Pasante Cara
-0,25	5,8 81,35	+87,10	13,92	20,99	77,8	68,67	0,34	1,15	1,43	Rechaz .	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,375	4,1 86,82	-2,38	9,84	15,98	61,67	81,11	2,02	7,26	0,77	Rechaz .	ME-2 (C18)	Pasante Borde
-0,5	6,2 80,06	+6,90	14,88	9,78	19,15	98,5	3,94	12,4	3,8	T0 (C14)	ME-2 (C18)	Pasante Borde

### Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos con médula cercana a cara interna y diámetro = $1/2 \cdot h$



Resumiendo, la carga de rotura predicha en las distintas posiciones y tamaños de nudos cónicos con médula próxima a la cara interna:

### Carga de rotura vs localización de nudos cónicos con médula próxima a cara interna según tamaños del defecto



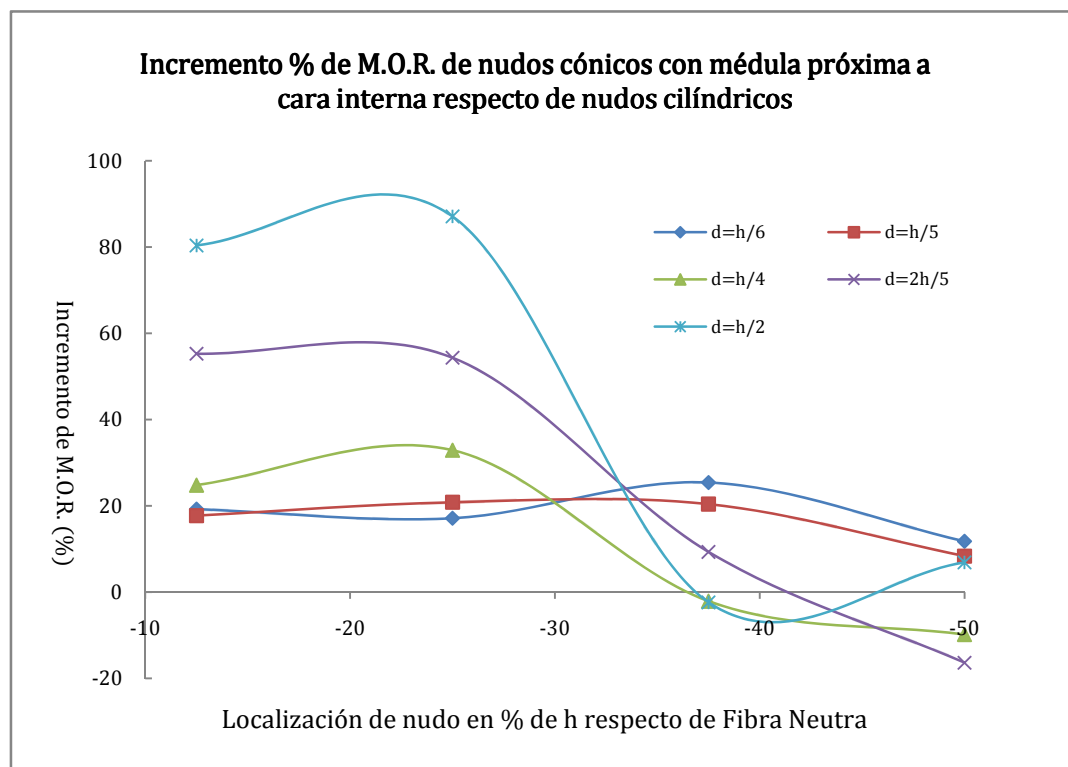
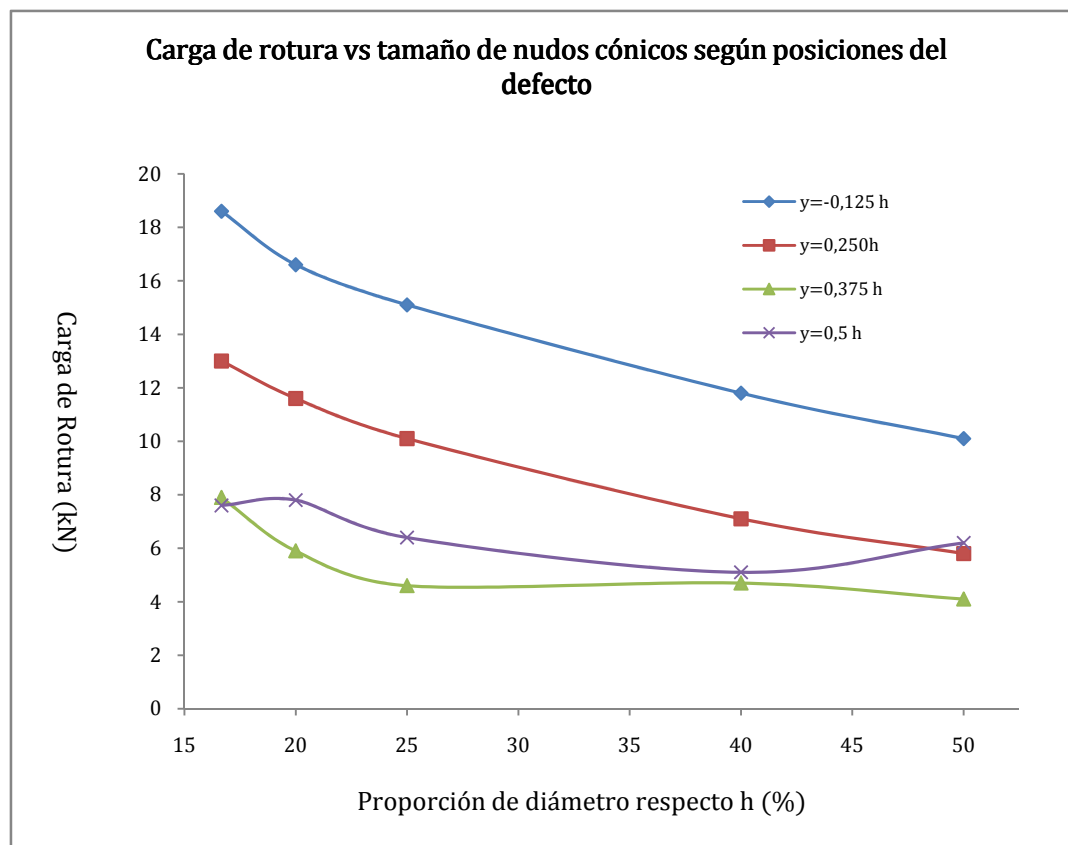


Figura 7.26. Agotamiento de nudos tronco-cónicos, perpendiculares a las caras, con médula próxima a uno de los cantos (E. P.)



---

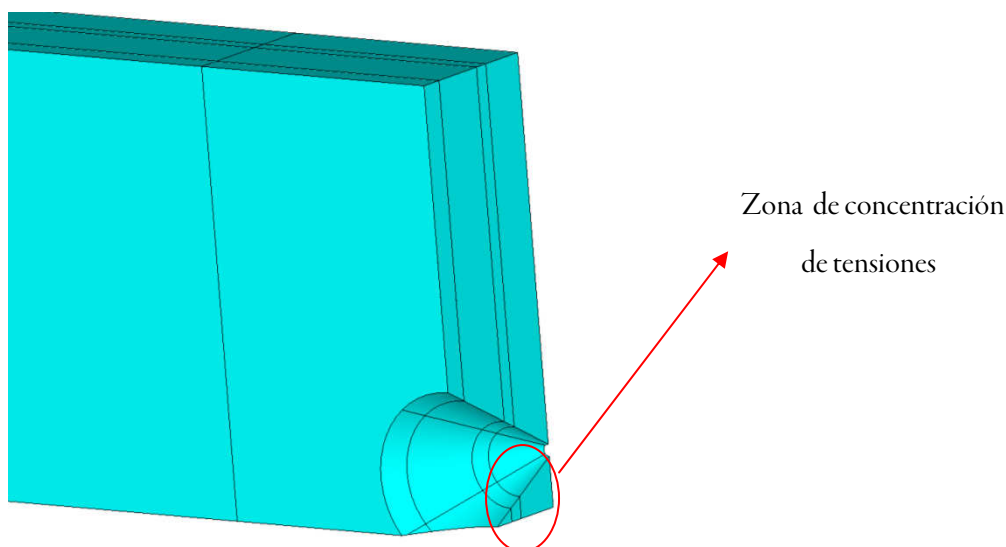
*Resistencia*

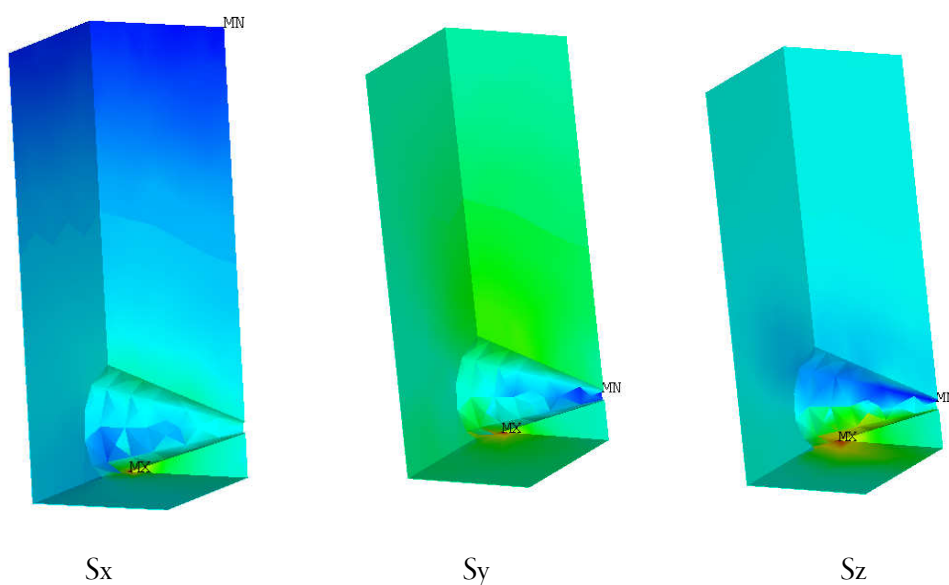
---

En líneas generales el comportamiento es similar al de los nudos pasantes cilíndricos, es decir la resistencia disminuye con el tamaño del nudo y con el descenso de posición del mismo., mostrando en los dos casos diferencias cada vez menores.

Lo que sí se puede diferenciar respecto de la serie anterior, es que los defectos de menor tamaño ( $d=h/6$  y  $d=h/5$ ) muestran aproximadamente un 20% más de resistencia de forma bastante estable e independiente de la posición que el nudo ocupe, sin embargo en los nudos de mayor tamaño este comportamiento difiere; los nudos de diámetro  $h/4$ ,  $2h/5$ , y  $h/2$  muestran en las posiciones de “no concentración” de tensiones ( $-0.125h$  y  $-0.250h$ ) una resistencia adicional de aproximadamente un 30%, un 55% y un 80% respectivamente, en cambio, cuando las inmediaciones más próximas de los nudos son las causantes de la rotura, en las posiciones de concentración  $-0.375h$  y  $-0.5h$ , exhiben resistencias similares a sus homólogas cilíndricas.

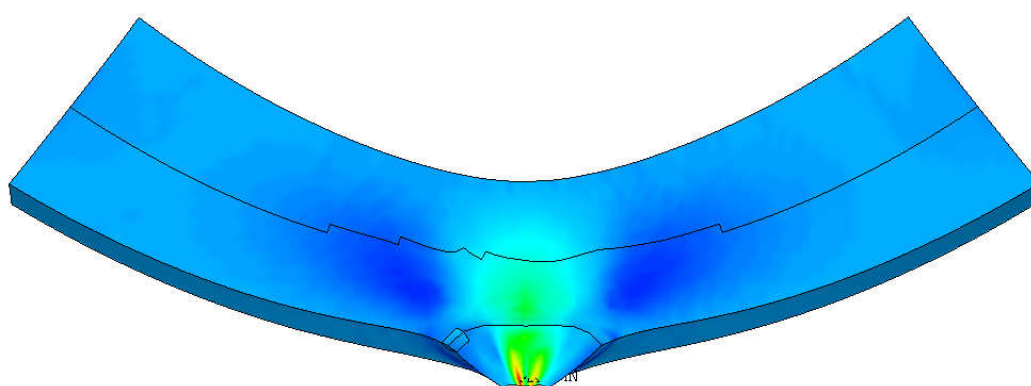
Esta similitud con los nudos cilíndricos, es debido a que por un lado, cuando los nudos de gran tamaño se encuentran en la posición  $-0.375h$  y llegan a tocar el borde traccionado, aunque exista “más madera”, la conicidad del nudo hace que en un punto de la sección transversal, únicamente unas pocas fibras se encuentren por debajo del nudo creando una considerable concentración de todo tipo de tensiones:





Llegando a ser incluso más favorables los nudos cilíndricos de gran tamaño por no producirse tal concentración.

Y por otro lado cuando el nudo se encuentra en la posición  $-0.5h$ , la alta conicidad (diferencia entre diámetros mostrados en ambas caras) provoca un estado de deformación que igualmente genera una considerable tracción perpendicular en la parte posterior de la zona superior al nudo, por lo que la carga de rotura también se aproxima al caso cilíndrico. Véase en la siguiente figura el estado de deformación exagerado de un nudo de diámetro  $h/2$ , situado en el borde traccionado ( $-0.5h$ ):



En cualquier caso tal como se ha expuesto, la diferencia positiva de considerar la conicidad de un nudo pasante respecto de un cilindro puede llegar a ser un 87% mayor cuando las inmediaciones más próximas del nudo no son los causantes de la rotura, por lo que sería razonable introducir este concepto en las directrices de clasificación estructural.

$$S_x$$

---

No existen grandes diferencias de esta componente respecto del apartado anterior, únicamente se debe señalar que dado que en la mayoría de nudos la carga soportada es superior, el agotamiento axial también se torna ligeramente incrementado.

$$S_y$$

---

En esta componente debe señalarse que el agotamiento en la posición  $-0.375h$  es generalmente inferior, esto es debido a que como ya se indicó anteriormente se produce una importante concentración global de tensiones, por lo que la importancia primordial de la tensión  $S_y$  disminuye ligeramente.

$$S_{xy}$$

---

En este caso este factor también es en cierto modo opuesto a  $S_y$ , debido a que por el mismo motivo indicado anteriormente la importancia de este factor en la posición  $-0.375h$  crece considerablemente.

$$S_{yz}, S_{xz} \text{ y } S_z$$

---

$S_{yz}$  carece de importancia.

$S_{xz}$  en este caso sí comienza a tener presencia debido a la conicidad del defecto, pero en cualquier caso su importancia no es comparable a los factores anteriores.

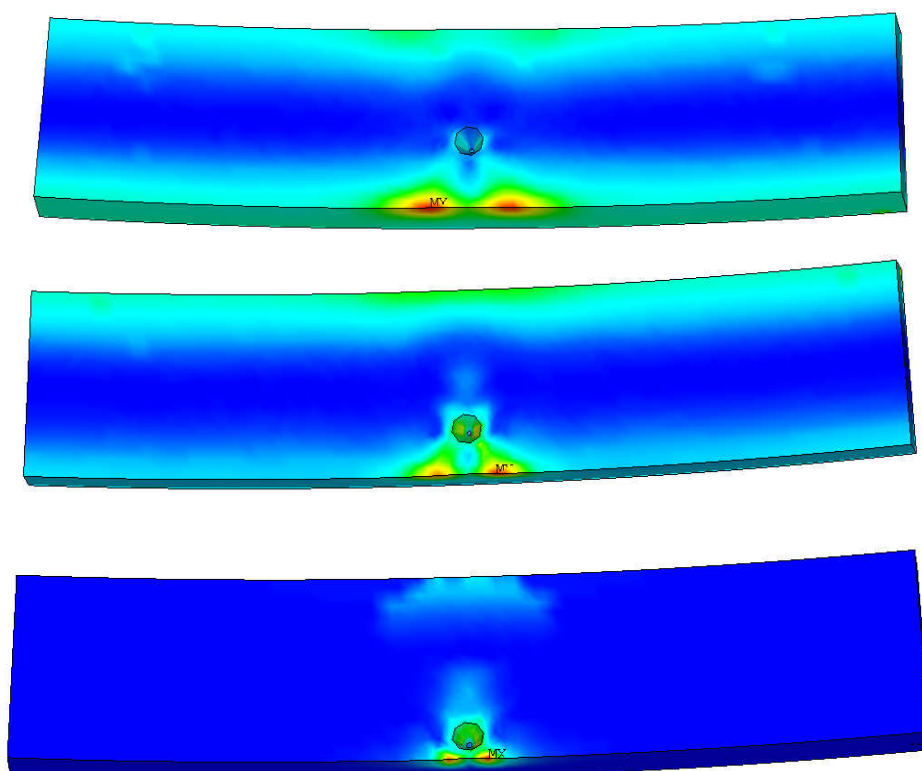
$S_z$  sufre ciertas fluctuaciones no muy drásticas respecto de los nudos cilíndricos, de todos modos esta componente está estrechamente vinculada a los casos de concentración de tensiones ( $-0.375h$  y  $-0.5h$ ), por lo que la discusión de este parámetro en el elemento más desfavorable de cada modelo pierde en parte su trascendencia.

#### 9.4. Cómo afecta el tamaño y la posición de los nudos de cara y arista con la médula próxima a la mitad del espesor de la pieza

En esta serie se discute cuál es la influencia del tamaño y la posición de nudos de cara con un ángulo de inserción de rama de  $90^\circ$ , cuya generatriz discurre paralelamente a los bordes de la pieza hasta entroncar perpendicularmente con la médula, la cual se sitúa aproximadamente a una distancia  $b/2$  de ambas caras.

Se pretende por tanto simular un caso que difiere respecto del apartado anterior aún más de los nudos cilíndricos propuestos inicialmente, ya que además de presentar un grado de conicidad mayor, una de las mitades de la sección transversal, carecerá de desviación de fibra, y consolidará o impedirá en cierto modo las distorsiones singulares en la deformación que se puedan producir en las inmediaciones de los conos.

La presentación es completamente análoga a la anterior, indicándose expresamente el incremento respecto de los casos cilíndricos, y con las mismas consideraciones de circularidad, perpendicularidad a las caras, y únicos causantes de la rotura.



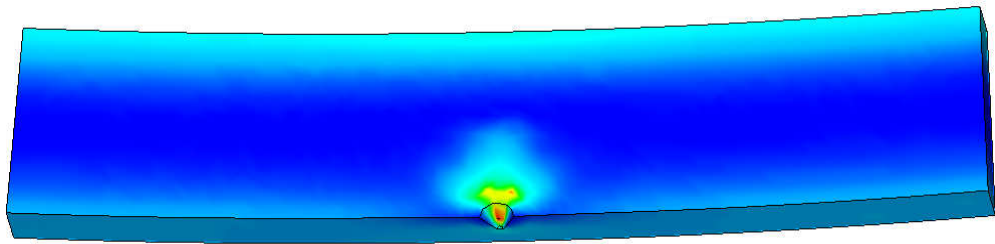
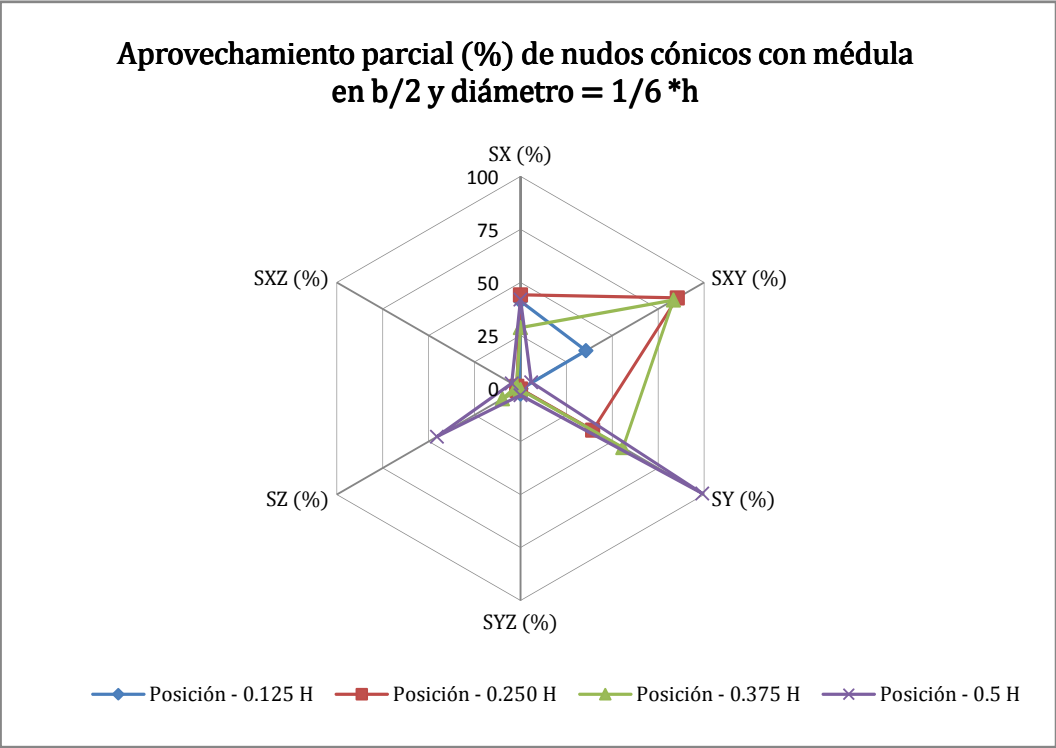


Figura 7.27. Distribución característica de agotamiento en nudos cónicos, perpendiculares a las caras, con médula próxima al centro de la sección transversal (E. P.)

A) Los nudos de diámetro  $h/6$  (25 mm) con la médula a una distancia  $b/2$  de las caras :

Posic.	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo*
-0,125	19,3 37,94	+23,72	46,32	41,1	35,66	0,34	2,69	0,54	0,68	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Cara
-0,25	14,8 52,41	+33,33	35,52	44,11	85,37	39,32	0,26	1,88	1,97	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Cara
-0,375	9,3 70,10	+47,62	22,32	28,69	83,31	55,76	0,58	9,8	2,15	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Cara
-0,5	9,7 68,81	+42,65	23,28	41,93	5,87	98,99	3,2	45,46	4,77	T1 (C18)	ME-1 (C27)	Arista

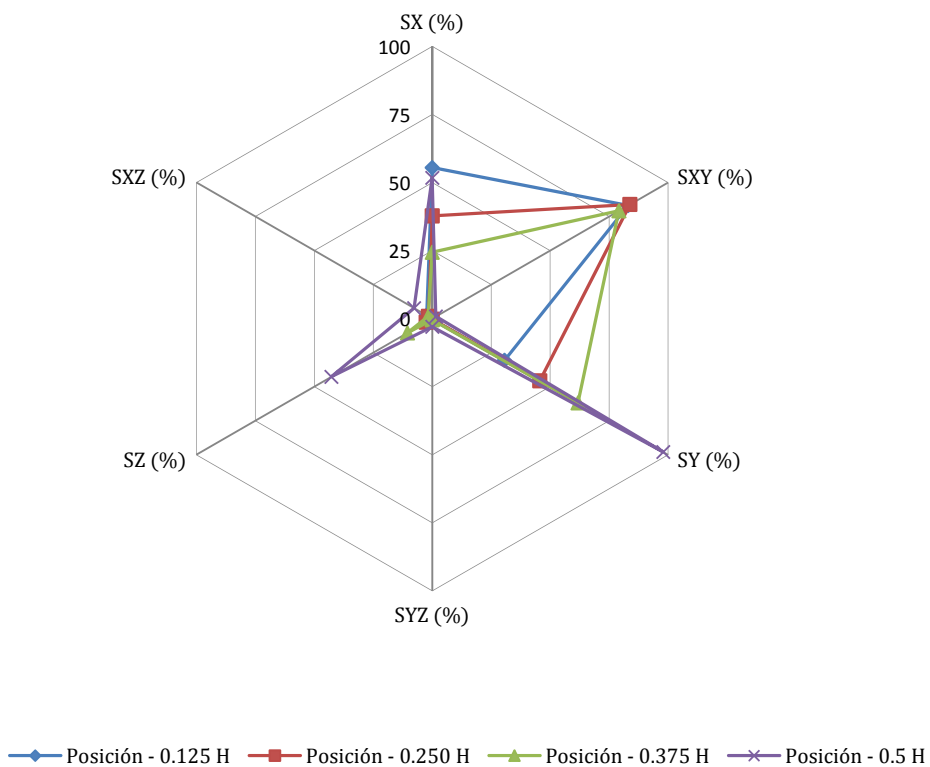
\*Según prINSTA 142:2008



B) Nudos de diámetro  $h/5$  (30 mm) con la médula a una distancia  $b/2$  de las caras :

Posic.	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	18,2 41,48	+29,08	43,68	55,48	83,1	30,66	0,37	0,39	2,35	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Cara
-0,25	13,4 56,91	+39,58	32,16	37,74	83,84	45,62	0,2	2,57	1,64	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Cara
-0,375	8,2 73,63	+67,35	19,68	24,38	79,2	61,84	0,41	10,52	1,67	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Cara
-0,5	11,4 63,34	+58,33	27,36	51,71	1,55	97,99	3	42,78	7,69	T1 (C18)	ME-1 (C27)	Arista

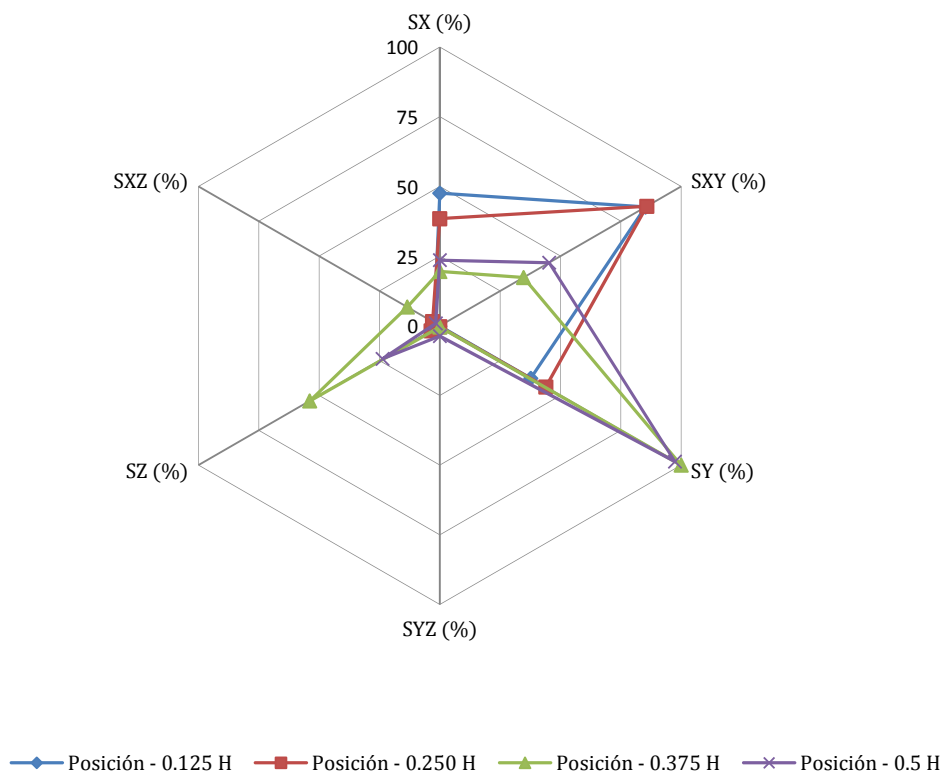
**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cónicos con médula  
en  $b/2$  y diámetro =  $1/5 * h$**



C) Nudos de diámetro  $h/4$  (37,5 mm) con la médula a una distancia  $b/2$  de las caras :

Posic.	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	16,7 46,30	+38,02	40,08	47,58	85,23	37,7	0,15	0,58	2,33	T2 (C24)	ME-2 (C18)	Cara
-0,25	13,2 57,56	+73,68	31,68	38,44	85,75	43,92	0,35	3,58	2,99	T2 (C24)	ME-2 (C18)	Cara
-0,375	5,3 82,96	+12,77	12,72	19,5	34,68	99,99	0,43	53,94	13,49	T2 (C24)	ME-2 (C18)	Cara
-0,5	12,1 61,09	+70,42	29,04	23,54	45,29	97,42	3,7	23,71	1,68	T1 (C18)	ME-1 (C27)	Arista

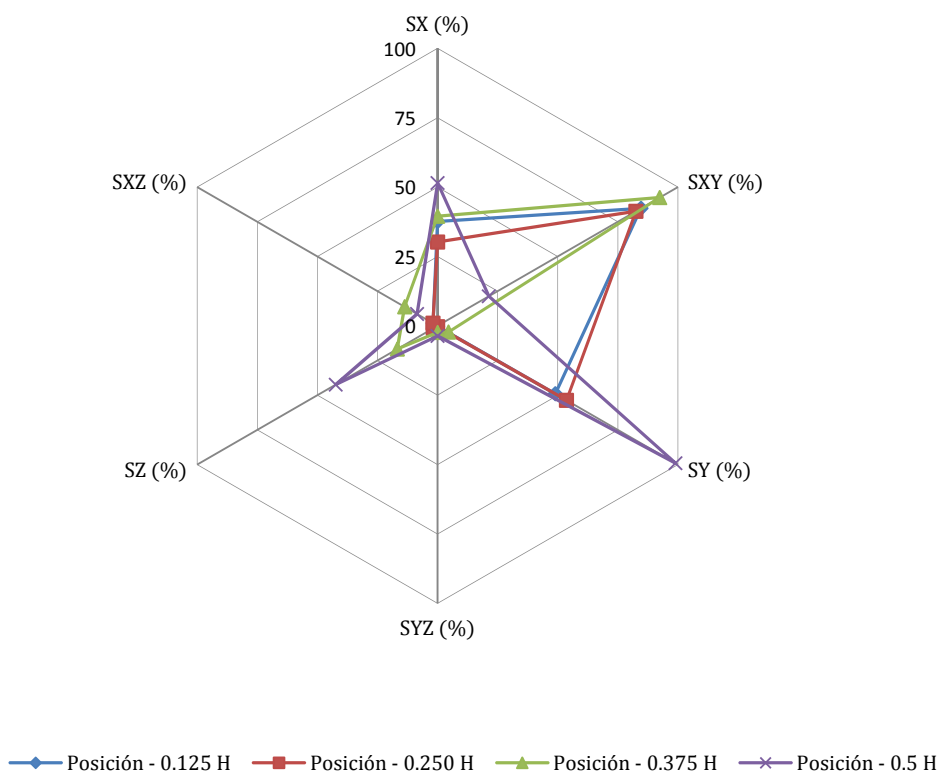
**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos con médula en  $b/2$  y diámetro =  $1/4 * h$**



D) Nudos de diámetro  $2h/5$  (60 mm) con la médula a una distancia  $b/2$  de las caras :

Posic.	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	13,7 55,95	+80,26	32,88	37,57	84,64	48,99	0,21	1,77	1,86	T1 (C18)	ME-2 (C18)	Cara
-0,25	11,0 64,63	+139,1 3	26,4	30,21	82,53	53,64	0,33	1,77	1,92	T1 (C18)	ME-2 (C18)	Cara
-0,375	5,6 81,99	+30,23	13,44	39,46	92,44	4,51	2,42	16,78	13,72	T1 (C18)	ME-2 (C18)	Arista
-0,5	12,6 54,49	+106,5 6	30,24	51,46	21,31	98,98	3,64	42,39	8,53	T1 (C18)	ME-1 (C27)	Arista

**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos con  
médula en  $b/2$  y diámetro =  $2/5 \cdot h$**

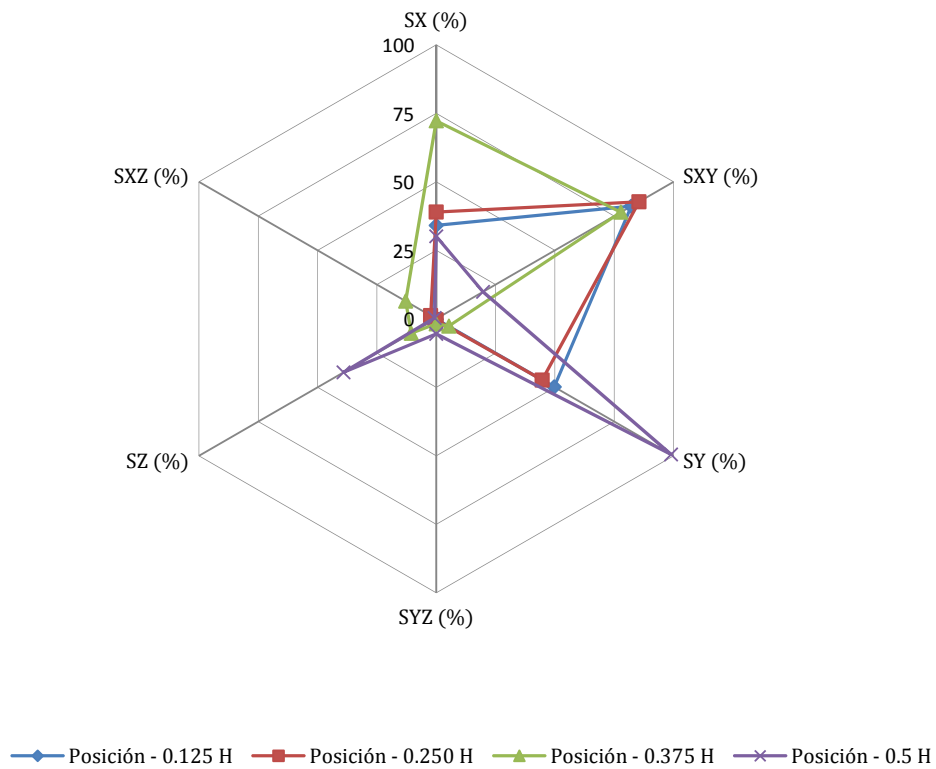




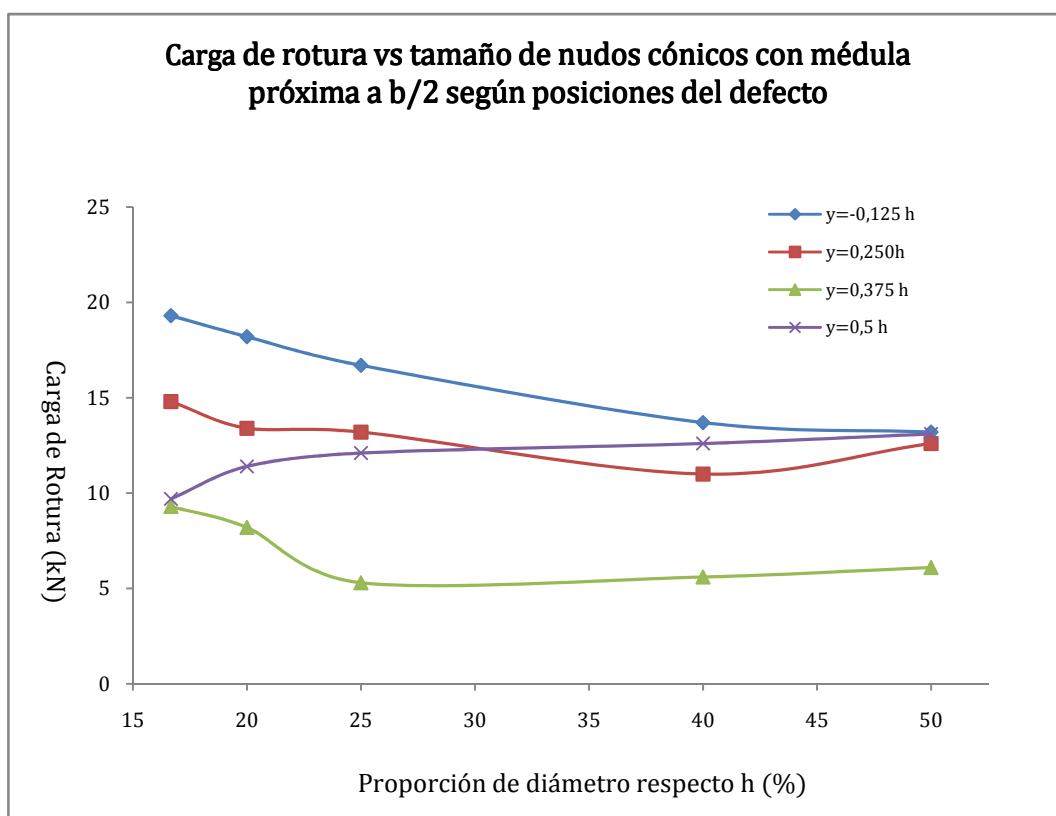
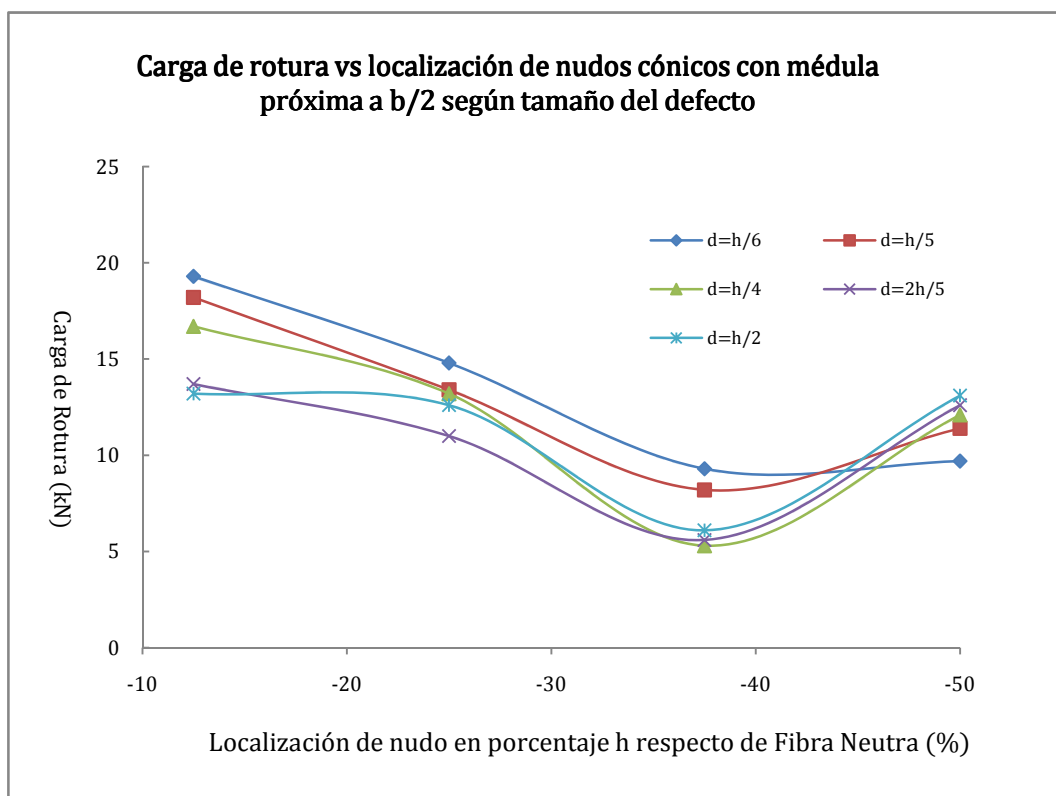
E) Nudos de diámetro  $h/2$  (75 mm) con la médula a una distancia  $b/2$  de las caras :

Posic.	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect. Cilindro	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
-0,125	13,2 57,56	+135,7	31,68	34,1	82,19	49,7	0,2	0,95	1,99	T0 (C14)	ME-2 (C18)	Cara
-0,25	12,6 59,49	+306,4	30,24	39	85,43	44,62	0,4	0,5	2,36	T0 (C14)	ME-2 (C18)	Cara
-0,375	6,1 80,39	+45,24	14,64	72,24	77,8	5,33	1,8	10,54	12,9	T0 (C14)	ME-2 (C18)	Arista
-0,5	13,1 57,88	+125,9	31,44	30,1	19,72	98,95	5,48	39,06	0,68	T0 (C14)	ME-2 (C18)	Arista

**Aprovechamiento parcial (%) de nudos cilíndricos con  
médula en  $b/2$  y diámetro =  $1/2 \cdot h$**



Resumiendo la predicción de resistencias y los incrementos respecto los nudos cilíndricos:



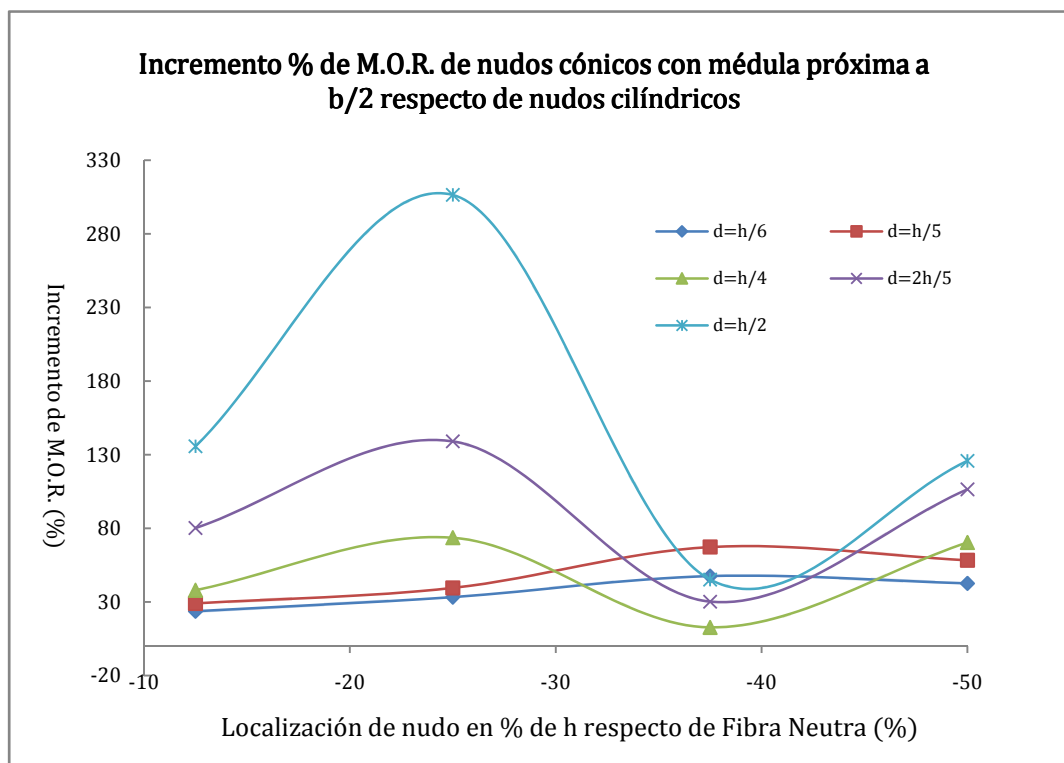


Figura 7.28. Agotamiento de nudos cónicos, perpendiculares a las caras, con médula próxima al centro de la sección transversal (E. P.)

### Resistencia

En líneas generales el comportamiento es parecido, pero existen claras diferencias.

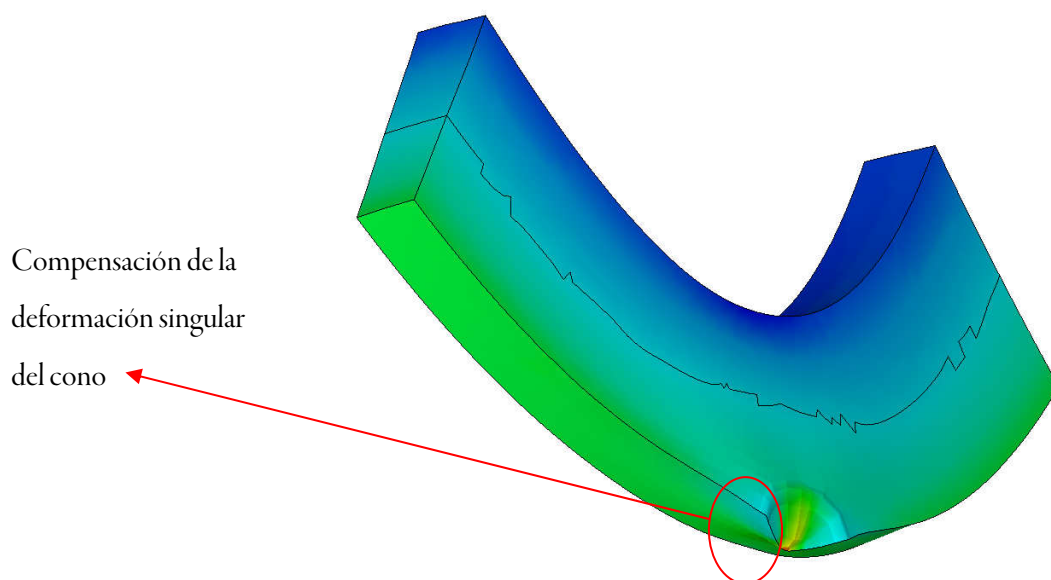
En primer lugar el efecto tamaño de nudo es mucho menos considerable que en los otros dos casos, mientras que en los nudos cilíndricos la máxima diferencia de cargas de rotura entre nudos localizados en la misma posición y de distinto tamaño alcanzaba los 10 kN aproximadamente, y en los nudos con médula próxima a la cara interior, los 9 kN, en esta diferencia está en torno a los 5,5 kN, por lo el efecto tamaño de nudo prácticamente se ha reducido a la mitad.

Por otra parte se debe de destacar también que el efecto tamaño de nudo se ha ido “homogeneizando” para las distintas posiciones; en los nudos cilíndricos podía observarse que el efecto tamaño lograba unas diferencias de carga de rotura en las posiciones  $-0.125 h$  y  $-0.250 h$  de 10 kN, mientras que en las posiciones  $-0.375 h$  y  $-0.5 h$ , esta influencia apenas alcanzaba los 2 kN de diferencia. En los nudos con médula próxima a la cara interna, se producían unos incrementos

en las dos primeras posiciones de unos 9 kN, y en las posiciones de concentración unos 2,5 kN. Sin embargo en este caso vemos como la diferencia pasa de unos 5,5 kN a unos 3,5 kN. Por lo que se puede concluir que en las posiciones cercanas a la fibra neutra el efecto tamaño del nudo es ciertamente inferior, mientras que las diferencias en las posiciones de concentración se hacen mayores, por lo que el efecto tamaño del nudo se torna en cierto modo más homogéneo.

En cuanto al efecto posición, se debe destacar que la diferencia entre las resistencias de las localizaciones  $-0.125 h$  y  $-0.250 h$ , no experimenta grandes variaciones a lo largo de las 3 series, si acaso puede decirse que la influencia de este factor en los nudos con médula próxima a  $b/2$  es ligeramente inferior a sus antecesoras.

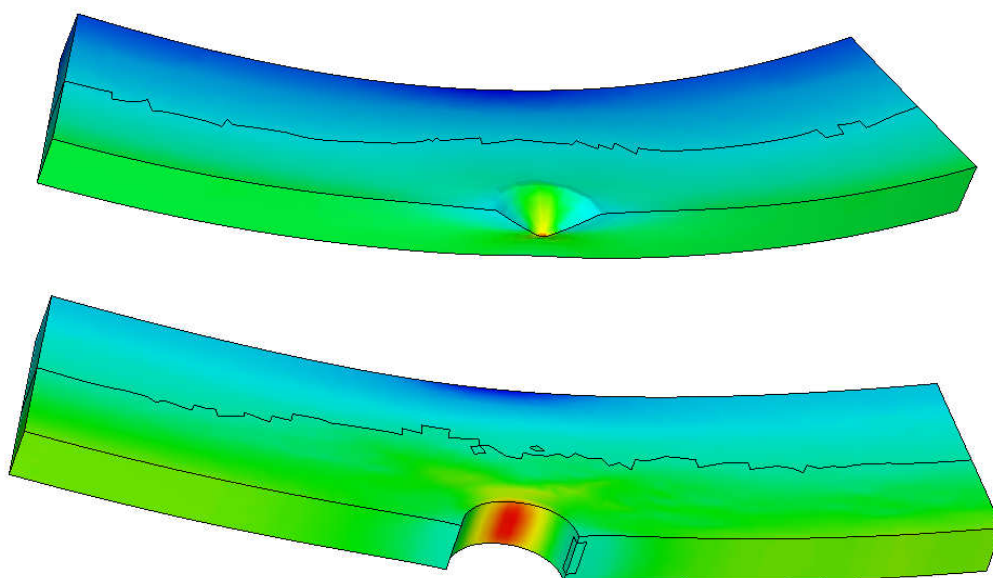
Por otra parte el comportamiento en la posición  $-0.5 h$ , es muy parecido a la de la primera serie, tornándose incluso más favorable que las dos primeras posiciones en los nudos de gran tamaño. Esto no ocurría en los nudos con médula próxima a la cara interna en donde el efecto de los nudos en esta localización era más desfavorable. Estas diferencias pueden ser debidas a que cuando los nudos tienen una gran conicidad, la concentración de tensiones que se produce en la zona próxima a la punta del cono debido a la distorsión en la deformación es muy elevada, sin embargo esta distorsión en los nudos con médula próxima a  $b/2$  se ve “reequilibrada”, por la mitad de la pieza que carece de desviación local de fibra y singularidades, por lo que este efecto singular se reduce en esta serie, equiparándose de nuevo al efecto de los nudos cilíndricos. Véase en la siguiente figura como la mitad de la sección que carece de desviación local, ni defecto compensa de algún modo la distorsión singular de la deformación creada por el cono en la parte anterior



La posición  $-0.375 h$ , sigue siendo tan desfavorable como en la serie anterior para aquellos nudos considerados como nudos de arista, por lo que el efecto de tener tan sólo unas “pocas fibras” debajo del nudo, por las que tienen que circular los dominantes esfuerzos axiles, se torna muy desfavorable. De hecho, como en este caso la resistencia del resto de posiciones se ha incrementado, la singularidad de los nudos de arista en esta serie se muestra aún más crítica que en la serie anterior.

Finalmente en los incrementos de resistencia mostrados respecto de los nudos cilíndricos puede concluirse lo siguiente:

- Los nudos de diámetro  $h/6$  con médula próxima a cara interna mostraban unos incrementos de M.O.R. más o menos estables de aproximadamente un 20%, mientras que en esta serie el incremento alcanza el 30%.
- Los de diámetro  $h/5$  en la segunda serie exhibían unos incrementos de entre el 10 - 20%, mientras que en este caso se sitúa en torno el 30-70%.
- Cuando la médula se encontraba próxima a la cara interna, en las posiciones de concentración los nudos de tamaños  $h/4$ ,  $2h/5$  y  $h/2$  tenían prácticamente las mismas resistencias que los nudos cilíndricos, incluso en algunos casos, éstas eran ligeramente inferiores, en esta serie, en la posición  $-0.375 h$  los incrementos son positivos entorno al 15-45%, y en la posición  $-0.500 h$  entre el 70-125%. Además, en esta última serie debe de destacarse que inversamente a la primera impresión esta resistencia crece proporcionalmente con el tamaño de los nudos. Este fenómeno es debido a que el grado de conicidad situando la médula en  $b/2$ , llega a alcanzar unos valores tan altos con estos diámetros de nudos, que la singularidad que creaba la “pared perpendicular” a los esfuerzos axiles que suponía el contorno de los nudos y que creaba una importante concentración de tensiones, se va convirtiendo más en una “pared paralela” a las caras, por lo que aunque la sección eficaz sea inferior, la concentración de esfuerzos en el contorno superior del nudo se reduce considerablemente. Véase en la siguiente figura la concentración de tensiones  $S_x$  que provoca la “pared vertical” de un nudo cilíndrico de diámetro  $h/2$ , y la provocada por la “pared paralela” de un nudo similar con la médula en  $b/2$ :



- Los tamaños  $h/4$ ,  $2h/5$ , y  $h/2$  producían con la médula próxima a la cara interna en la posición  $-0.125 h$  unos incrementos aproximados de 20%, 50% y 80% respectivamente, mientras que ahora generan unas ganancias de 30%, 80% y 130% respectivamente. En la posición  $-0.250 h$ , los incrementos de la serie anterior eran de 30%, 50% y 80% mientras que en esta serie alcanzan unos 70%, 140% y hasta 300%.

A la vista de todos estos resultados semeja imprescindible introducir este concepto en la normativa, donde no se considera la conicidad de los nudos.

---

$S_x$

---

Esta componente como es obvio, por lo general gana presencia respecto de los cilindros homólogos, puesto que la carga de rotura que alcanzan las vigas es mayor en todos los casos.

---

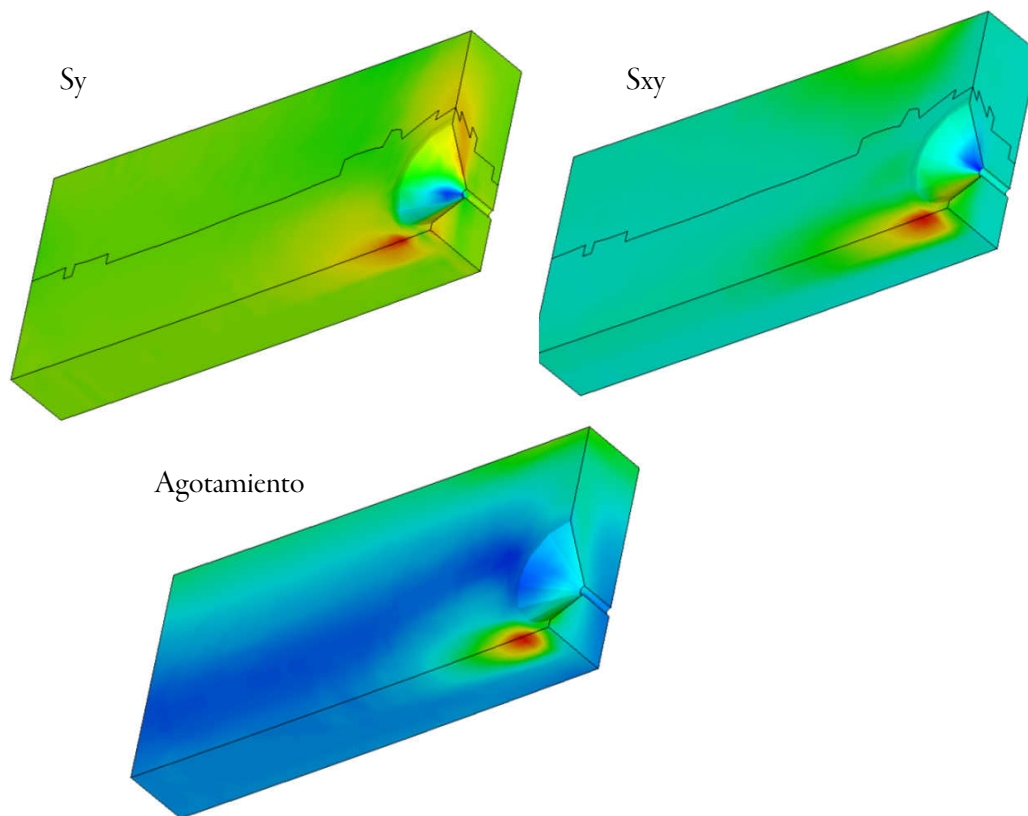
$S_y$

---

Sin duda la gran conicidad mengua la importancia de este factor, que por un lado proporciona desviaciones de fibra progresivamente inferiores y por el otro genera unas concentraciones verticales de tensión menos bruscas. La reducción es más significativa en nudos de gran tamaño, especialmente en nudos de arista.

$S_{xy}$ 

Como siempre, este factor se comporta de forma inversa a la tensión  $S_y$ , de modo que en general la gran conicidad de los nudos, propone una disposición de sus paredes más paralelas a la cara de las piezas y una desviación de fibra menos brusca, por lo que la importancia de este factor se incrementa considerablemente. Véase la distribución de tensiones  $S_y$ ,  $S_{xy}$  e índice de agotamiento en un nudo de alta conicidad y gran tamaño, como la distribución de tensiones cortantes ha cobrado más importancia sugiriendo una distribución de agotamiento muy similar:

 $S_{yz}$ ,  $S_{xz}$  y  $S_z$ 

$S_{yz}$  comienza a tener cierta presencia en las concentraciones de  $-0.500 h$ , en cualquier caso su importancia no es comparable a las componentes expuestas anteriormente.

$S_{xz}$  cobra cierta importancia en nudos de arista, pero el grado de agotamiento es igualmente muy holgado.

Sz sufre ciertas fluctuaciones no muy drásticas respecto de los nudos cilíndricos, de todos modos al igual que en la serie anterior la singularidad de esta componente propone una discusión menos trascendental.

## 9.5. Cómo afecta el tamaño y la posición de nudos de borde y arista con generatriz paralela a las caras

Hasta el momento se han presentado nudos que resultaban perpendiculares a las caras de las piezas. En esta serie se mostrará cuál es la influencia de nudos cónicos de tamaños  $b/3$  (16,67 mm);  $b/2$  (25 mm);  $2b/3$  (33,33 mm);  $4b/5$  (40mm); y  $b$  (50 mm), cuya generatriz parte desde el centro geométrico de la sección transversal ( $h/2, b/2$ ), ó desde el punto medio de la cara anterior ( $h/2, 0$ ) para cortar perpendicularmente a la superficie que constituye el borde de las piezas, representando por tanto nudos de borde y nudos de arista perpendiculares al borde. Los resultados serán presentados siguiendo el mismo esquema que en las series anteriores, y del mismo modo se debe de considerar la circularidad, perpendicularidad y exclusividad en la rotura.

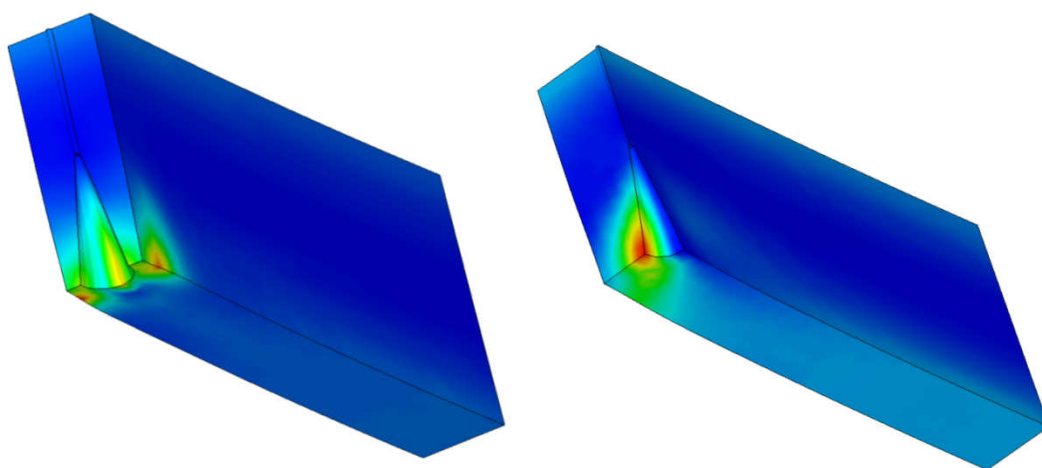


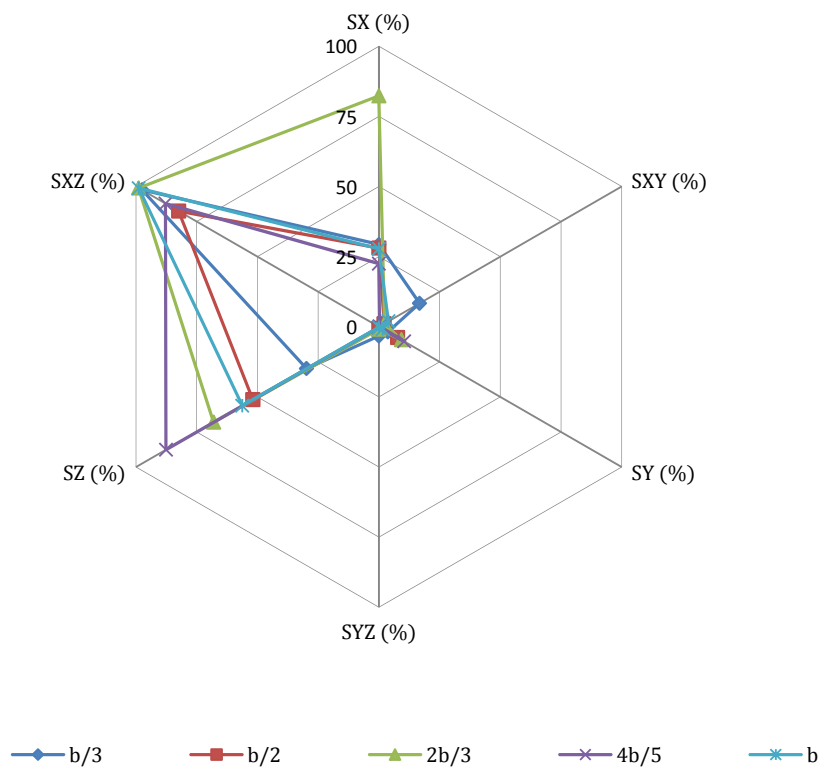
Figura 7.29. Distribución característica del agotamiento en nudos perpendiculares a los bordes, (E. P.)



## A) Nudos de diámetro perpendiculares al borde con médula próxima al centro de la pieza (b/2)

Tamaño	F Rotura (kN)	Pérd. Resist. (%)	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
b/3	12,1	61,09	29,04	29,34	16,74	3,69	3,28	29,81	97,59	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Borde
b/2	8,1	73,95	19,44	28,07	2,14	7,7	0,59	51,92	82,46	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Borde
2b/3	7,4	76,21	17,76	82,34	2,37	9,27	0,86	68,03	98,97	T2 (C24)	ME-2 (C18)	Borde
4b/5	6,3	79,74	15,12	22,51	0,28	10,38	0,25	87,66	87,85	T1 (C18)	Rechz .	Borde
b	5,8	81,35	13,92	27,81	3,94	1,56	0,19	56,25	98,87	T0 (C14)	Rechz .	Borde

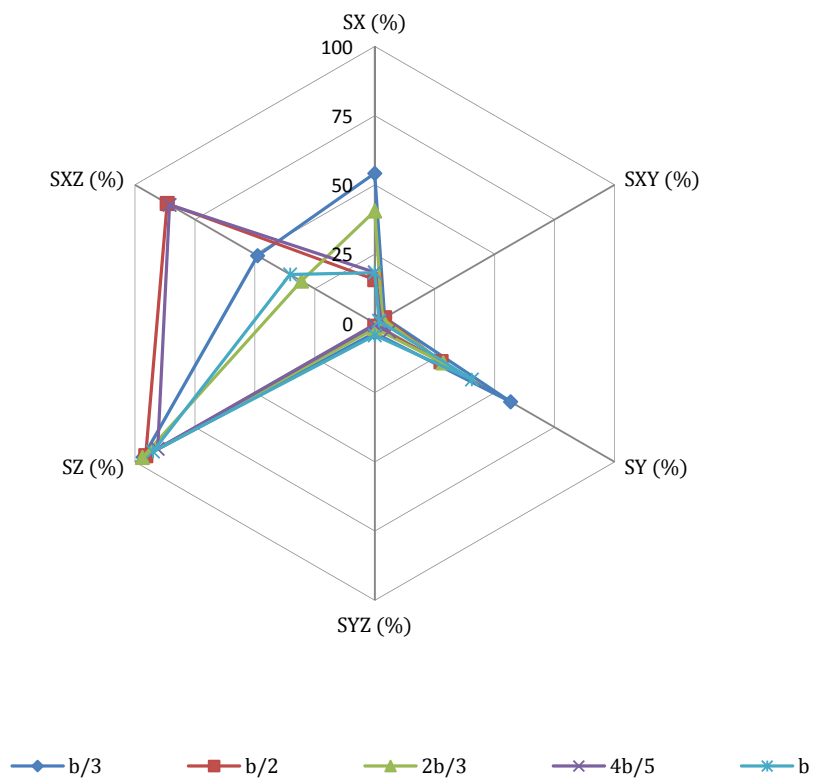
**Aprovechamiento parcial (%) de nudos de borde con médula en b/2**



B) Nudos de diámetro perpendiculares al borde con médula próxima al centro de la pieza (b/2)

Tamaño	F Rotura (kN)	Pérd. Resist. (%)	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE	Tipo Nudo
b/3	13,1	57,88	31,44	54,16	4,13	56,62	3,43	96,58	48,85	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Arista
b/2	8,6	72,35	20,64	15,8	4,06	27,63	1,06	95,5	86,55	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Arista
2b/3	8,1	73,95	19,44	40,54	3,27	28,56	1,83	96,84	30,54	T3 (C30)	ME-1 (C27)	Arista
4b/5	8,1	73,95	19,44	18,43	2,5	5,87	0,55	90,54	85,57	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Arista
b	7,6	75,56	18,24	18,3	1,78	40,52	4,32	92,5	35,3	T2 (C24)	ME-1 (C27)	Arista

**Aprovechamiento parcial (%) de nudos de arista perpendiculares al borde con médula próxima a las caras de la pieza**



Resumiendo las resistencias de estos tipos de nudos:

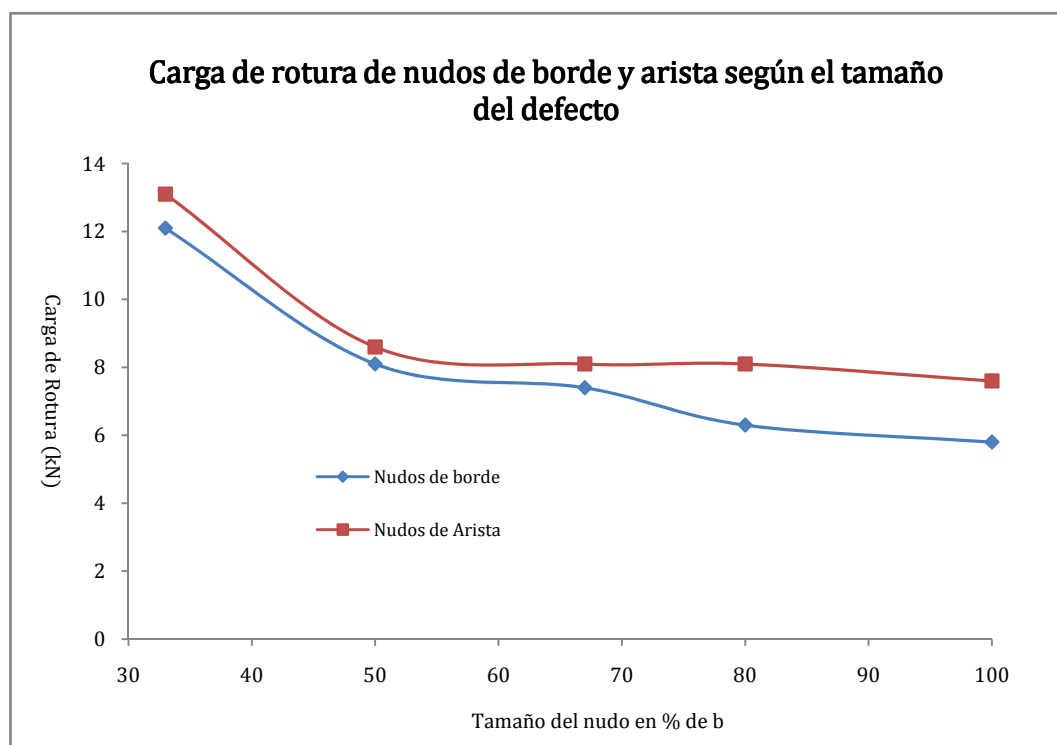


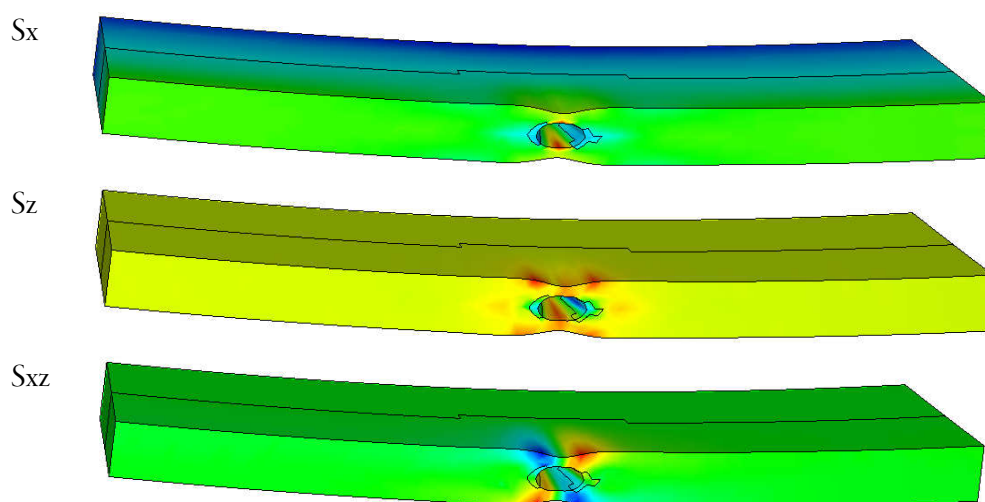
Figura 7.30. Agotamiento producido por nudos perpendiculares a los bordes, (E. P.)

### Resistencia

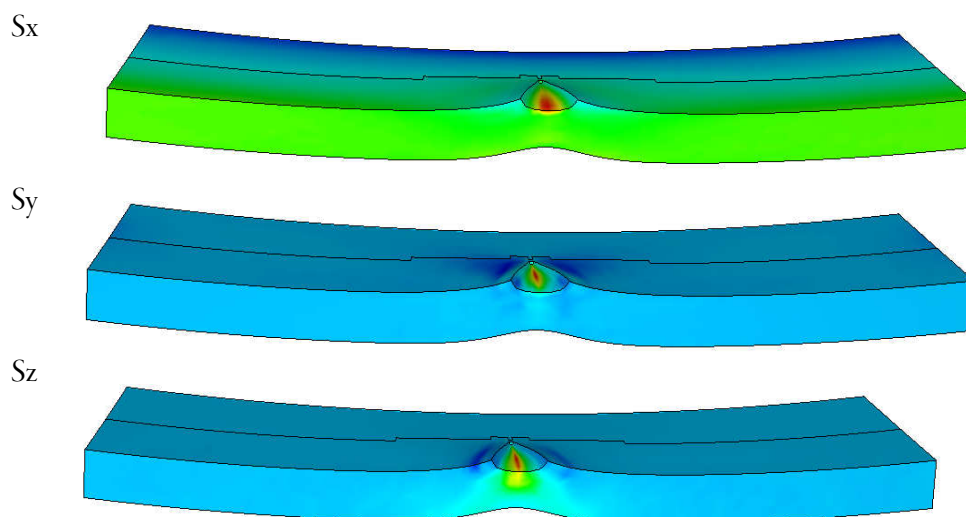
En teste tipo de piezas podrían identificarse dos estadios bien diferenciados, en cuanto a su comportamiento resistente; Cuando los nudos son pequeños, el efecto de aumentar el tamaño mengua rápidamente la resistencia, mientras que en un segundo estadio, cuando los nudos tienen un tamaño considerable en relación al espesor, la capacidad de soportar carga sufre cierta estabilización de modo que el efecto tamaño no resulta tan crítico.

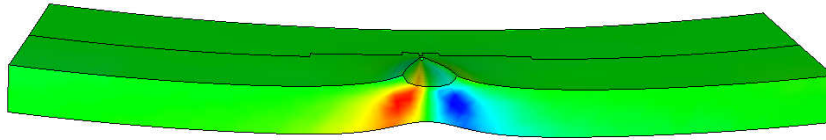
En los nudos de borde, este comportamiento se debe a que cuando los defectos son bastante pequeños, la desviación de los esfuerzos axiles no es muy brusca y las aristas de la pieza se encuentran alejadas de la singularidad, por lo que el efecto de concentración de tensiones no es elevado. Sin embargo cuando los nudos adquieren una dimensión próxima a  $0.5 b$ , rápidamente sufren concentraciones de tensión en su contorno y por otra parte la distancia a las aristas se hace pequeña, por lo que se generan igualmente considerables concentraciones que penalizan la resistencia de forma muy significativa, de tal manera que al igual que en las series anteriores, el

efecto tamaño pierde su relevancia. Tal y como se muestra en la siguiente figura, el efecto que produce esa “pared perpendicular” a los esfuerzos principales, se debe a la forma del nudo y repercute en su contorno, fundamentalmente en el agotamiento de  $S_x$  y  $S_z$ , mientras que el efecto de agotamiento en la arista se debe a la poca sección eficaz que hay entre el defecto y las caras de la pieza, y también a la desviación de la fibra alrededor de la singularidad, generando importantes tensiones  $S_{xz}$ . Ambos efectos son muy críticos, e incluso algunos de los criterios fenomenológicos discutidos en esta tesis, pueden predecir el efecto “pared perpendicular” más desfavorable incluso que la desviación en la arista.



En los nudos arista sin duda el factor determinante es el efecto singular de la “pared perpendicular”, generándose importantes concentraciones de tensiones  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_z$  y  $S_{xz}$  en el contorno del nudo, tal y como se muestra en la siguiente figura. De tal modo, que al igual que en la tipología anterior, el efecto tamaño rápidamente pierde relevancia.



$S_{xz}$  $S_x$ 

---

Tiene bastante importancia en todos los casos, pero como la rotura se produce en zonas concentración, la magnitud del agotamiento es muy sensible al elemento empleado en la rotura, de ahí que este índice muestre significativas fluctuaciones.

 $S_y$ 

---

Análogamente a  $S_z$  en los nudos perpendiculares a las caras, su presencia se aprecia fundamentalmente de forma singular en el contorno del nudo, de ahí que resulte más importante en los nudos de arista, en cualquier caso nada tiene que ver con las series expuestas anteriormente.

 $S_{xy}$ 

---

Su análogo en los nudos de cara es  $S_{xz}$ , e igualmente su relevancia en este caso es muy reducida.

 $S_z$ 

---

Cumple el papel de  $S_y$  en los nudos de cara, por lo que su importancia es altísima, especialmente determinante en los nudos de arista sin duda es el factor más determinante.

 $S_{xz}$ 

---

Del mismo modo que  $S_{xy}$  en nudos perpendiculares a las caras, es el factor más importante junto con  $S_z$ , es principal causante de las roturas en arista de los nudos de borde.

 $S_{yz}$ 

---

El cortante en la sección transversal de la viga sigue sin tener relevancia.

## 9.6. Cómo afecta la inclinación de los nudos

Los nudos discutidos en las secciones precedentes resultaban perfectamente perpendiculares a las secciones en las que se mostraban, por lo que resultaría interesante conocer cómo varía la influencia de estos defectos cuando aparecen con cierta inclinación. Para simular dicha situación, se han creado vigas con un nudo pasante de diámetro  $h/5$  (30 mm), perfectamente circular en ambas caras, que en la cara “a” o anterior de la viga, se sitúa en la posición de “no concentración” de tensiones  $-0.250 h$ , y en la posición de “concentración”  $-0.375 h$ , para desembocar en la cara posterior con una diferencia de posición de  $+0.125 h$  (inclinación  $\alpha=22,84^\circ$ ),  $+0.250 h$  ( $\alpha=40,97^\circ$ ),  $+0.375 h$  ( $\alpha=53,74^\circ$ ) y  $+0.5 h$  ( $\alpha=62,57^\circ$ ).

La presentación de los resultados es similar a las comentadas anteriormente, con la particularidad de que se mostrará expresamente en una columna cuál ha sido el incremento de resistencia respectivo a cada una de las inclinaciones.

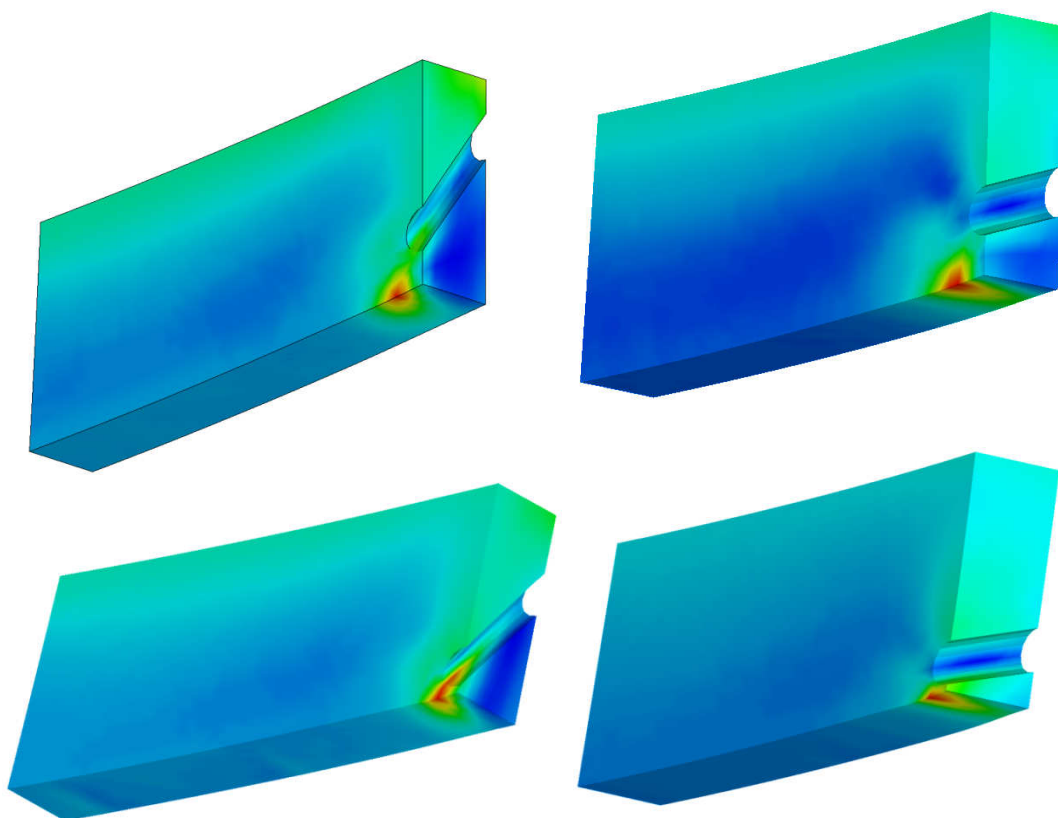
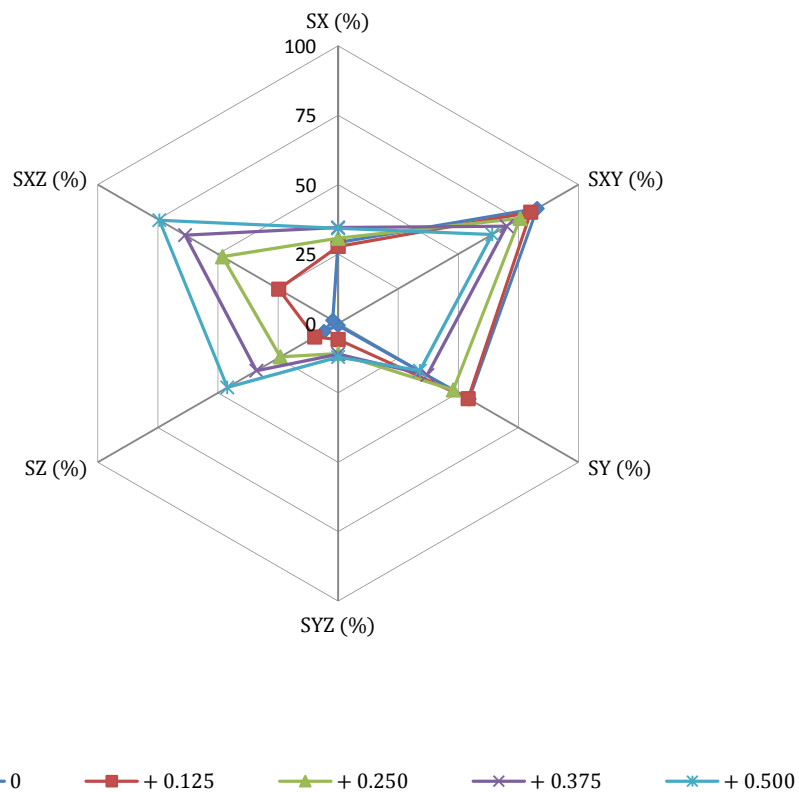


Figura 7.31. Cambios en la distribución característica de agotamiento debido a la inclinación de los nudos (E. P.)

A) Nudos situados en la posición de “no concentración” -0.250 h:

Dif. de posic./ Inclinac	F Rot. / Pérdida kN/%	Incr(%) Respect $\kappa=0$	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
0/0	9,6 69,13	-	23,04	29,18	82,75	54,44	0,71	5,89	2,2	T1 (C18)	ME-1 (C27)
+0.125 22,84°	9,9 68,17	+3,13	23,76	27,74	80,14	54,1	5,76	9,75	24,74	T1 (C18)	ME-1 (C27)
+0.250 40,97°	10,6 65,92	+10,42	25,44	30,72	75,69	47,88	10,83	24,06	48,11	T1 (C18)	ME-1 (C27)
+0.375 53,74°	10,8 65,27	+12,50	25,92	34,57	70,06	37,11	11,04	33,99	63,64	T1 (C18)	ME-1 (C27)
+0.500 62,57°	10,9 64,95	+13,54	26,16	34,27	64,11	33,99	12,12	46,09	74,36	T1 (C18)	ME-1 (C27)

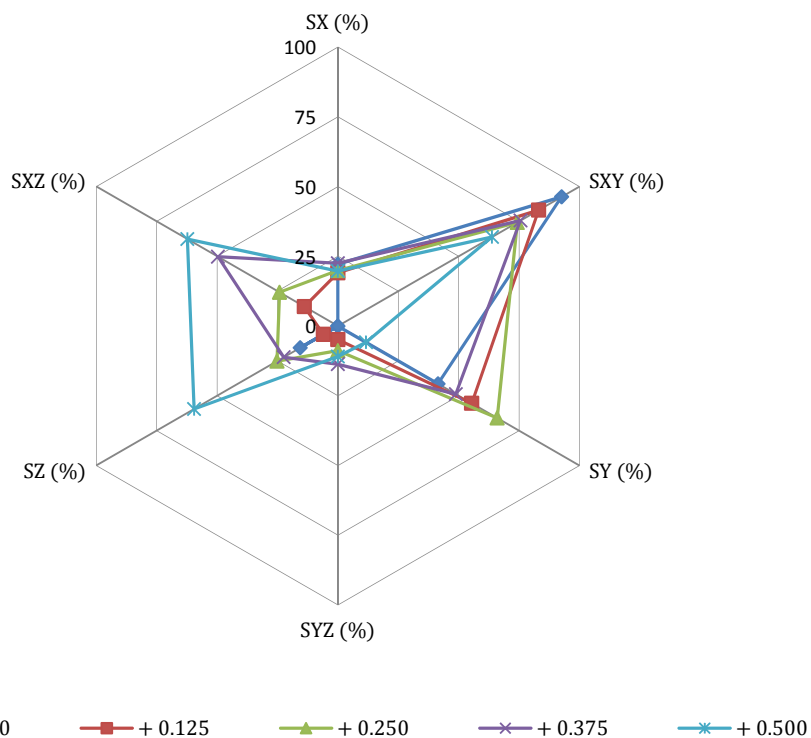
**Aprovechamiento parcial (%) en nudos -0.250 h con diferentes inclinaciones**



B) Nudos situados en la posición de “concentración” -0.375 h:

Dif. de posic./ Inclinac	F Rot. / Pérdida (kN/%)	Incr(%) Respect $\kappa=0$	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
0/0	4,9 84,24	-	10,8	22,17	92,61	41,44	0,08	15,6	0,04	T1 (C18)	ME-1 (C27)
+0.125 22,84°	5,1 83,60	+4,08	12,24	19,1	83,1	55,38	4,88	5,99	13,88	T1 (C18)	ME-1 (C27)
+0.250 40,97°	5,8 81,35	+18,37	13,92	19,87	74,3	65,95	8,85	25,2	24,15	T1 (C18)	ME-1 (C27)
+0.375 53,74°	6,9 77,81	+40,82	16,56	22,47	75,58	48,85	13,68	22,4	49,62	T1 (C18)	ME-1 (C27)
+0.500 62,57°	7,8 74,92	+59,18	18,72	19,69	63,81	11,65	10,96	59,51	62,3	T1 (C18)	ME-1 (C27)

**Aprovechamiento parcial (%) en nudos -0.375 h con diferentes inclinaciones**





Resumiendo los incrementos de resistencia exhibidos:

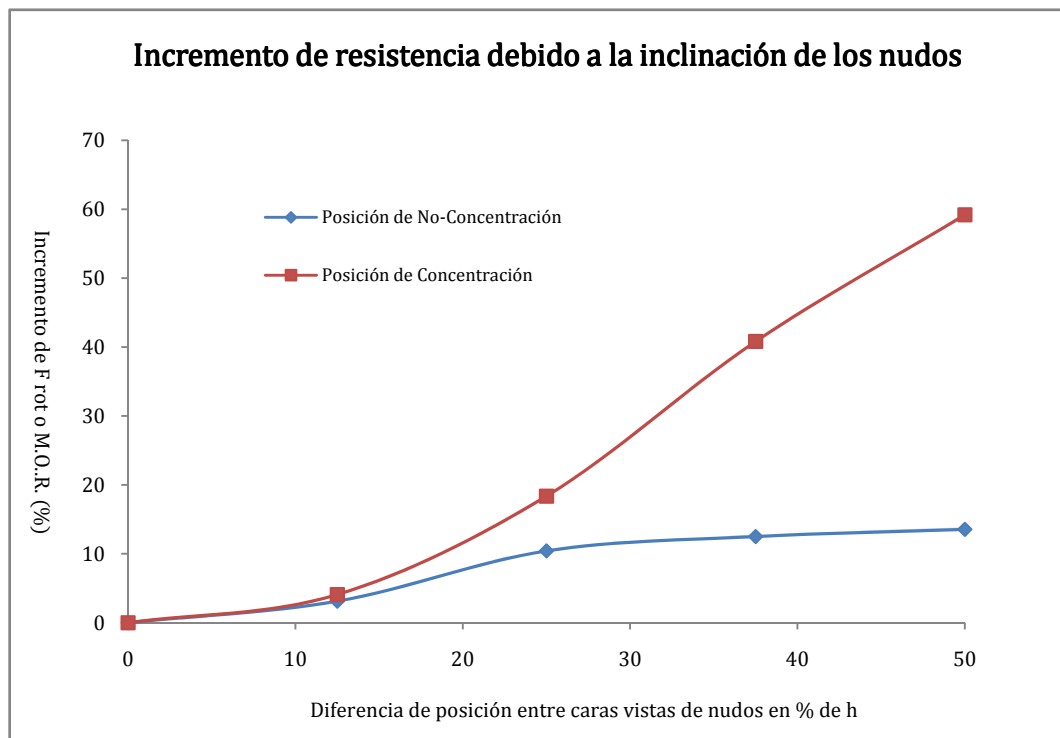


Figura 7.32.Efecto de la inclinación en el agotamiento (E. P.)

### *Resistencia*

La inclinación de los nudos implica básicamente 3 cambios respecto de las configuraciones de las series anteriores; cambia la forma de la singularidad, el nudo pasa a ejercer su influencia en zonas que progresivamente se encuentran menos agotadas, y finalmente la desviación de la fibra no muestra un patrón de desviación local paralelo a la cara en la que el defecto se hace visible, si no que esta distribución de declinaciones es perpendicular a la generatriz del nudo.

Estas diferencias se traducen en variaciones de resistencia positivas, que sin embargo como se puede apreciar claramente en la gráfica anterior, no afectan del mismo modo a nudos que no sufren fuertes concentraciones de tensiones (donde el incremento llega a alcanzar aproximadamente el +15%), de aquellos donde estas concentraciones si se hacen evidentes (los incrementos llegan al +60%).

En la posición de -0.250 h, la distribución de tensiones de agotamiento de partida cuando la inclinación del nudo es nula, se encuentra ciertamente repartida, de modo que el agotamiento global se debe básicamente a los índices  $S_x$ ,  $S_{xy}$  y  $S_y$ . El cambio en la inclinación del nudo provoca que las desviaciones locales pasen progresivamente de un paralelismo a las caras (donde  $S_y$  y  $S_{xy}$  son determinantes) a un paralelismo en los bordes (donde  $S_z$  y  $S_{xz}$  son los determinantes), de modo que en todo caso la disminución en los índices  $S_y$  y  $S_{xy}$  se ve casi “compensada” por el incremento de los índices  $S_z$  y  $S_{xz}$ , así la diferencia en la resistencia final aumenta ligeramente en esa transición en la dirección de esfuerzos, pero pronto se estabiliza generando incrementos relativamente pequeños (entorno al 5-15%).

La situación en la posición -0.375 h, es bien distinta; el agotamiento cuando el defecto no está inclinado se debe básicamente a un incremento súbito de  $S_{xy}$  y  $S_y$  en la “poca madera” que se encuentra debajo del nudo. Sin embargo cuando la inclinación es importante, por un lado el cambio direccional de Y a Z se torna aún más beneficioso, y por el otro la “cantidad de madera” que se encuentra por debajo del nudo en el plano de la desviación local de la fibra (perpendicular a la generatriz del nudo) se hace mucho mayor, de modo que deja de haber solo una “poca madera” debajo del nudo, así que la distribución de índices de agotamiento es mucho más equilibrada, asemejándose a las configuraciones propias de no-concentración, y por consiguiente la carga de rotura también crece de forma muy importante (desde el 5, hasta el 60%).

---

$S_x$

---

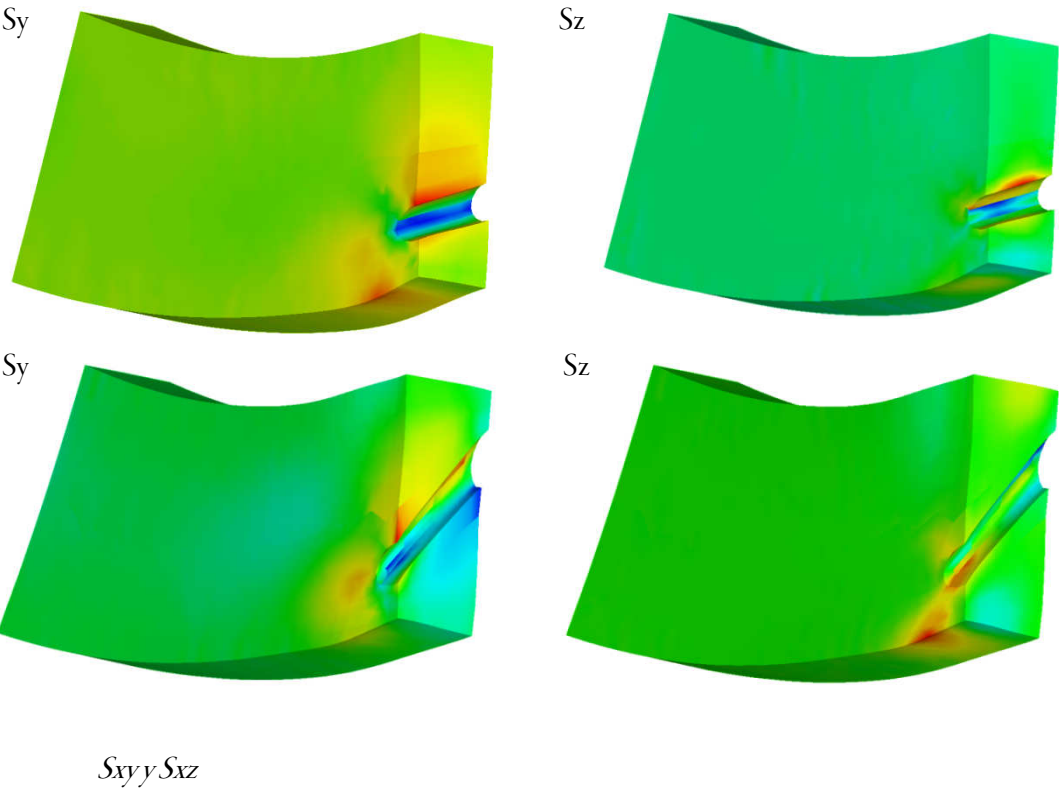
La importancia de este factor se mantiene más o menos constante, si acaso puede destacarse que se produce un ligero incremento en nudos que no generan importantes concentraciones.

---

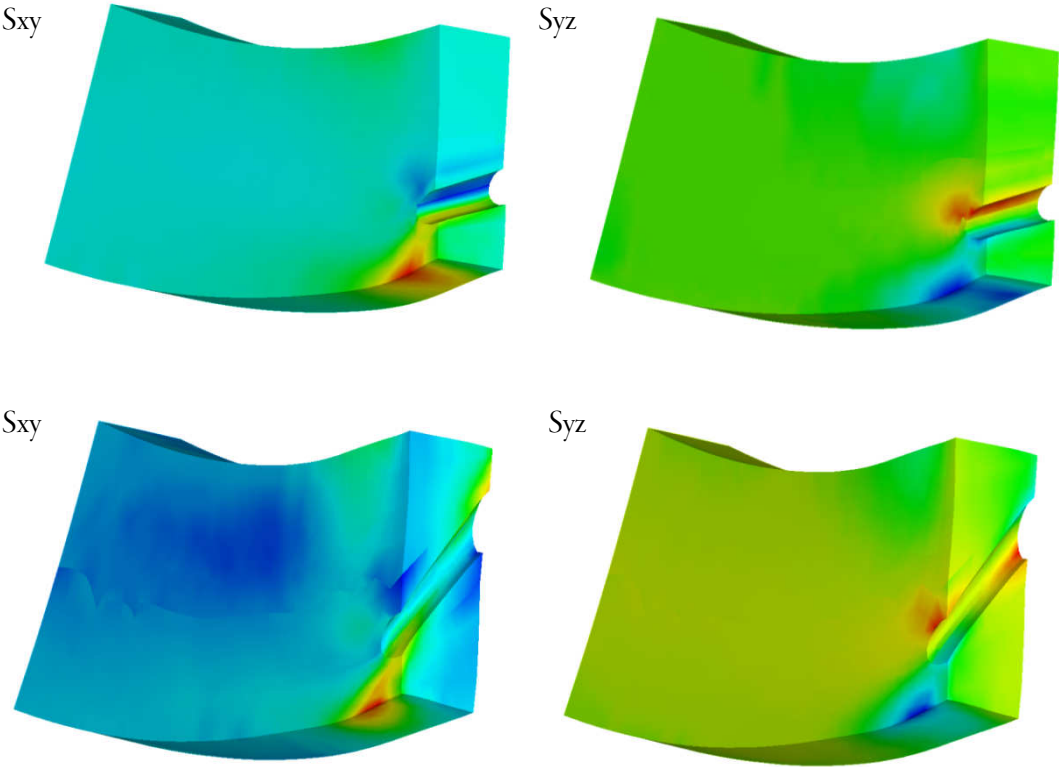
$S_y$  y  $S_z$

---

En todos los casos se produce una transición de  $S_y$  a  $S_z$  en consonancia con el patrón de desviación global, el cual es perpendicular a la generatriz de los nudos. De cualquier modo la importancia de estos índices ha sido inferior a los cortantes.



Inicialmente  $S_{xz}$  carece de importancia, pero se va produciendo un cambio progresivo de  $S_{xy}$  a  $S_{xz}$  de manera que en las inclinaciones más bruscas su peso es equiparable. En todos los casos planteados en esta serie, estas son las componentes más desfavorables.



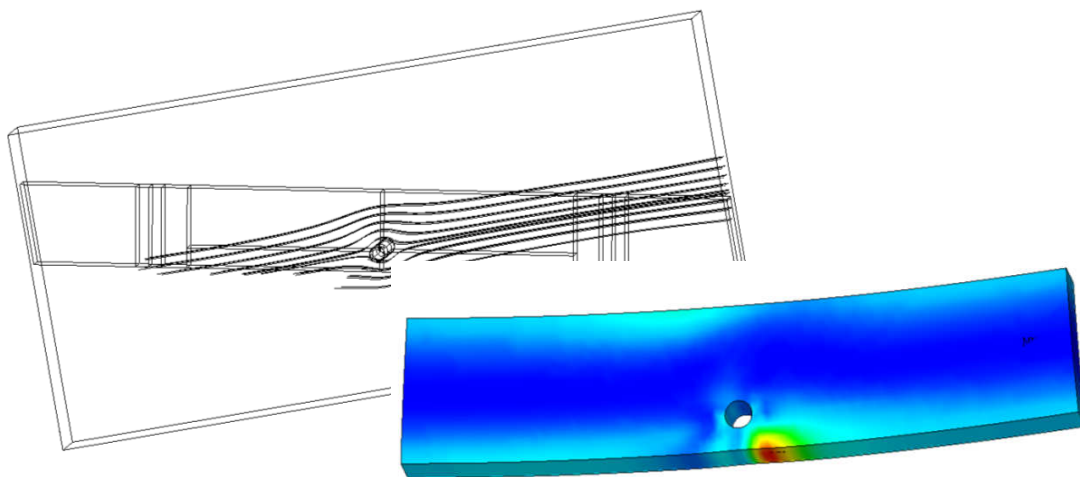
Este factor cobra importancia con la inclinación, pero en cualquier caso su importancia no es comparable a los índices anteriores.

## 9.7. Cómo afecta la desviación global de fibra en el efecto de los nudos

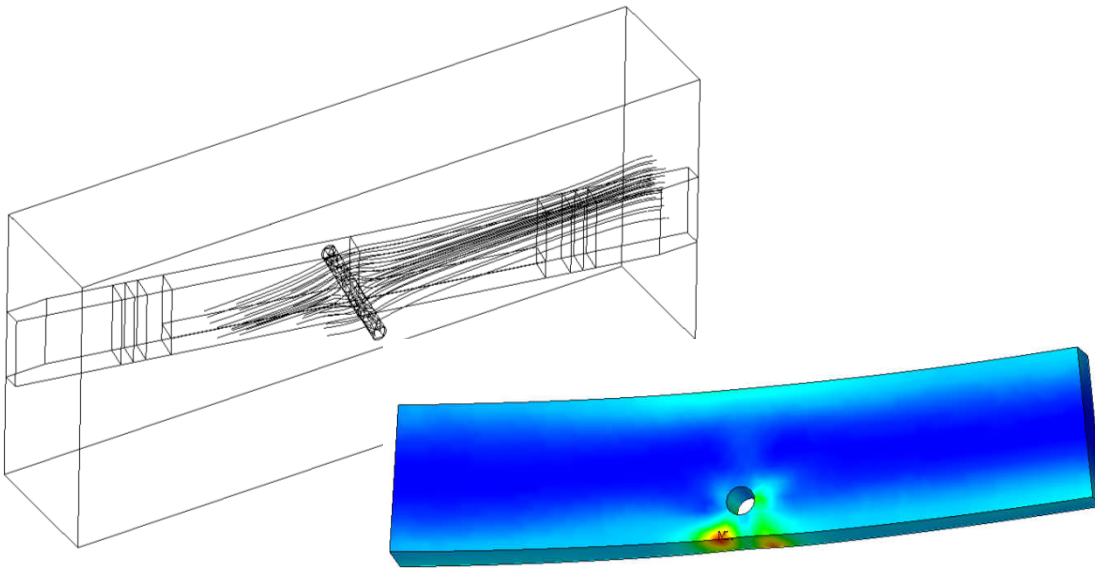
En este apartado se discutirá cómo varía la influencia de los nudos, cuando la pieza posee desviación global de fibra. Al igual que en la serie anterior, se discernirá entre el efecto ejercido por este factor en nudos pasantes, perpendiculares a las caras y circulares de diámetro  $h/5$  (30 mm) alejados del borde de la pieza ( $-0.250 h$ ), de los defectos que se encuentran próximos a la arista ( $-0.375 h$ ).

En ambos casos se analizarán las desviaciones para madera aserrada propuestas en las clasificaciones visuales nórdicas (prINSTA 142:2008) y española (UNE 56544:2007), es decir relaciones de 1:10 ( $6,35^\circ$ ); 1:8 ( $7,91^\circ$ ); 1:6 ( $10,51^\circ$ ); 1:4 ( $15,60^\circ$ ), discutiendo además si éstas se producen únicamente en las caras, si sólo existen en los bordes, y finalmente si se producen en las caras y los bordes al mismo tiempo.

Desviación sólo en las caras:



Desviación sólo en los bordes:



Desviación en las caras y los bordes:

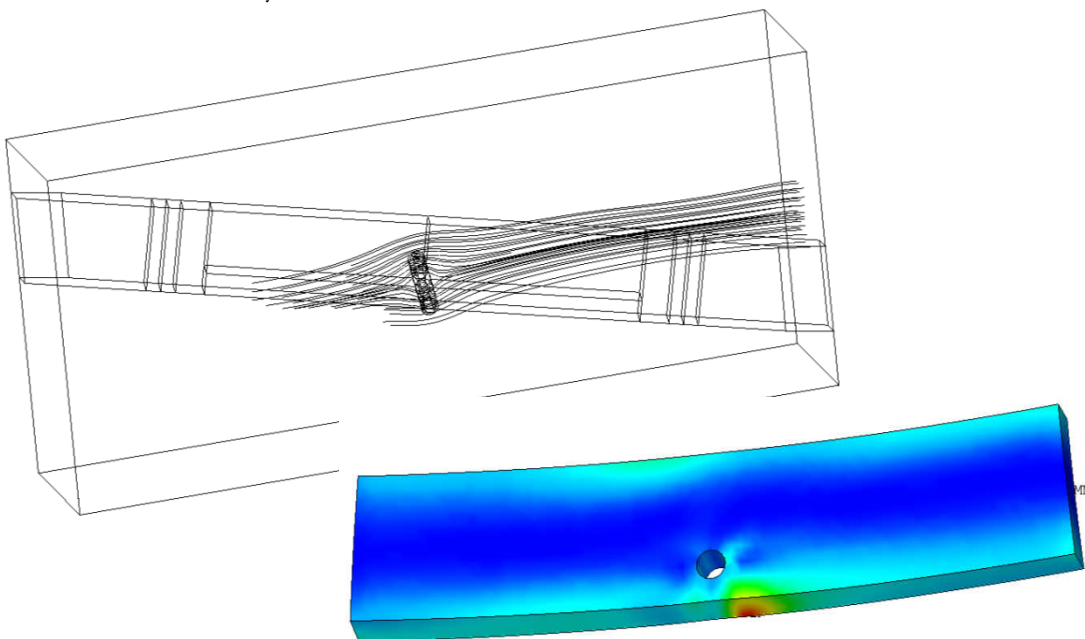
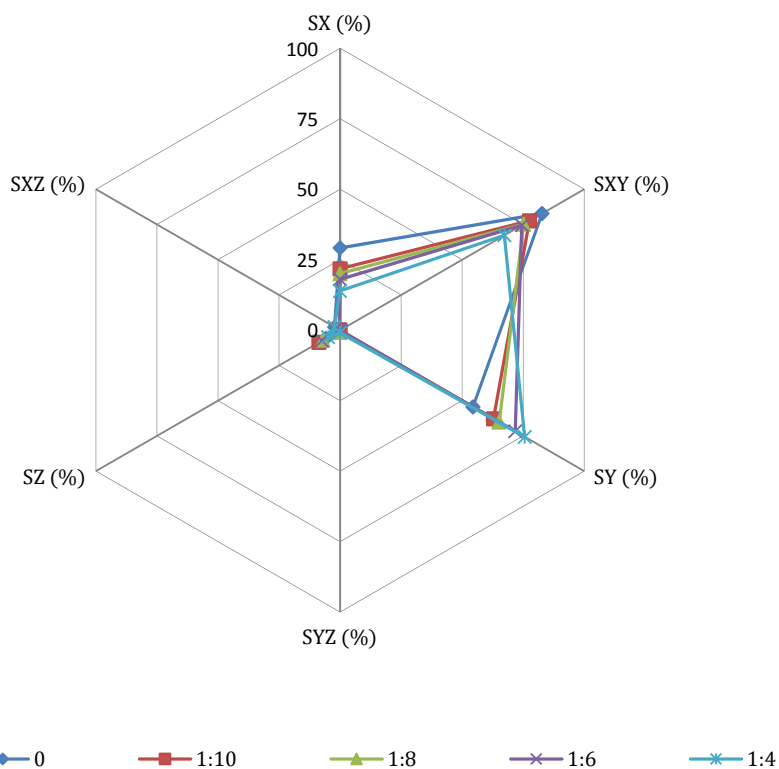


Figura 7.33. Cambios en la distribución de agotamiento debido a la desviación global de fibra (E. P.)

A) Nudos situados en la posición de “no concentración” -0.250 h, con desviación global de fibra en las caras de la pieza:

Desviac. Caras	F Rot. / Pérdida (kN/%)	Incr(%) Respect $\theta=0$	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
0	9,6 69,13	-	23,04	29,18	82,75	54,44	0,71	5,89	2,2	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:10	7,6 75,56	-20,83	18,24	21,79	77,61	62,87	0,05	8,62	0,24	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:8	7,1 77,17	-26,04	17,04	20,05	75,22	65,17	0,74	7,04	0,17	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:6	6,6 78,78	-31,25	15,84	18,05	74,44	71,74	0,12	7,42	0,14	T1 (C18)	ME-2 (C18)
1:4	5,6 81,99	-41,67	13,44	13,88	67,31	75,66	0,87	4,87	2,27	T0 (C14)	Rechaz.

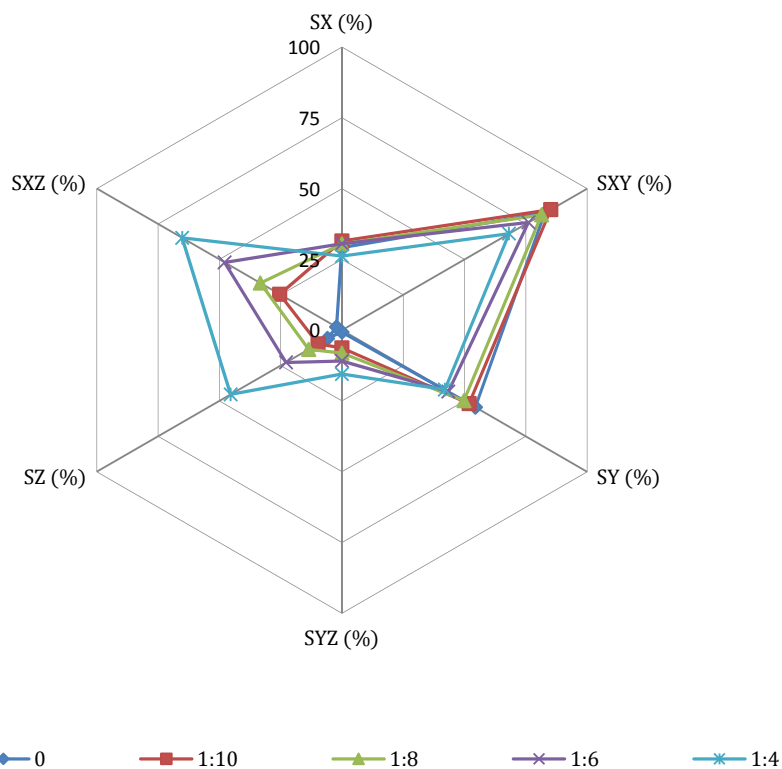
**Aprovechamiento parcial (%) con nudo en -0.250 h y desviaciones en las caras**



B) Nudos situados en la posición de “no concentración” -0.250 h, con desviación global de fibra en los bordes de la pieza:

Desviac. Bordes	F Rot. / Pérdida (kN/%)	Incr(%) Respect $\vartheta=0$	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
0	9,6 69,13	-	23,04	29,18	82,75	54,44	0,71	5,89	2,2	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:10	9,0 71,06	-6,25	21,6	31,51	85,16	51,89	6,27	9,71	25,36	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:8	8,6 72,35	-10,42	20,64	30,49	81,43	49,78	8,12	13,55	33,28	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:6	8,1 73,95	-15,63	19,44	30,54	76,06	43,39	10,91	22,78	47,85	T1 (C18)	ME-2 (C18)
1:4	7,1 77,17	-26,04	17,04	26,13	68,14	42	15,53	45,41	65,16	T0 (C14)	Rechaz.

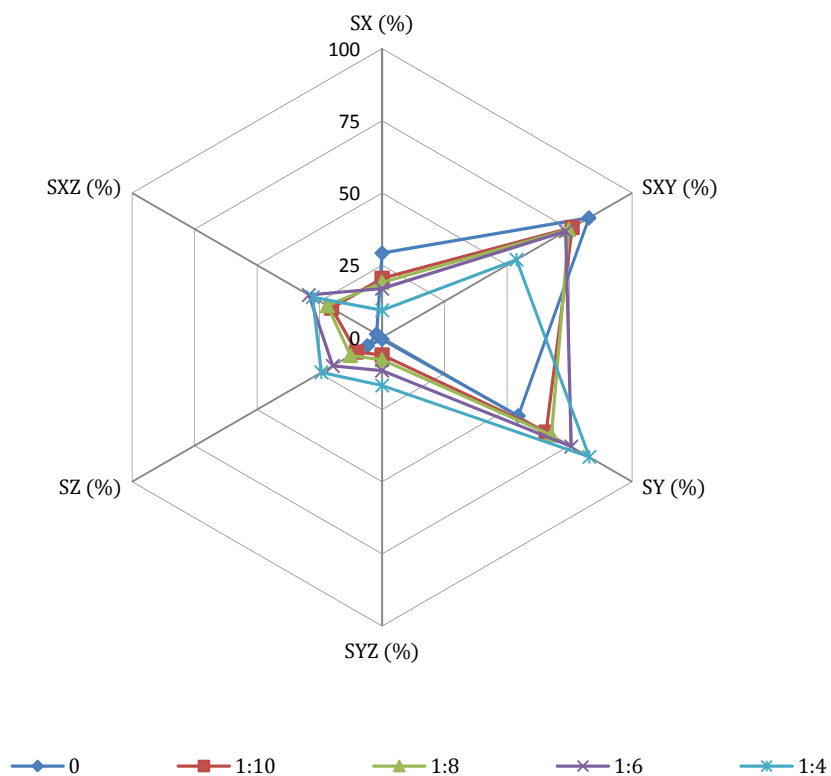
**Aprovechamiento parcial (%) con nudo en -0.250 h y desviaciones en los bordes**



C) Nudos situados en la posición de “no concentración” -0.250 h, con desviación global de fibra en las caras y los bordes de la pieza:

Desviac. Caras y Bordes	F Rot. / Pérdida (kN/%)	Incr(%) Respect $\theta, \delta=0$	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
0	9,6 69,13	-	23,04	29,18	82,75	54,44	0,71	5,89	2,2	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:10	7,1 77,17	-26,04	17,04	20,44	76,02	65,58	6,122	10,25	20,18	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:8	6,6 78,78	-31,25	15,84	19,01	74,69	67,73	7,76	12,63	21,9	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:6	5,8 81,35	-39,58	13,92	16,86	73,45	75,67	11,54	19,76	29,27	T1 (C18)	ME-2 (C18)
1:4	4,8 84,57	-50,00	11,52	9,33	53,74	82,89	16,74	24,32	27,76	T0 (C14)	Rechaz.

**Aprovechamiento parcial (%) con nudo en -0.250 h y desviaciones en las caras y los bordes**

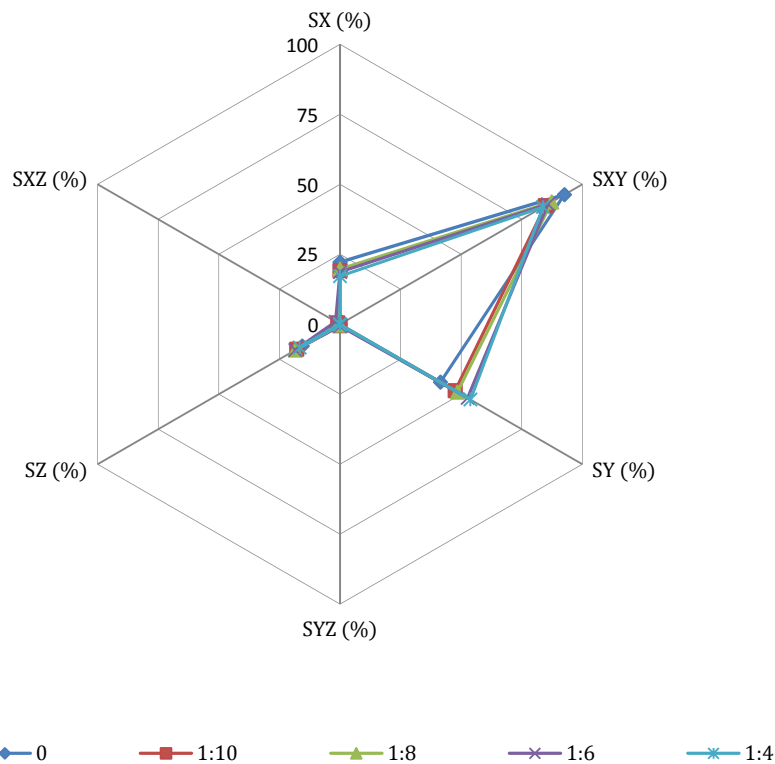




D) Nudos situados en la posición de “concentración” -0.375 h, con desviación global de fibra en las caras de la pieza:

Desviac. Caras	F Rot. / Pérdida (kN/%)	Incr(%) Respect $\theta=0$	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
0	4,9 84,24	-	11,76	22,17	92,61	41,44	0,08	15,6	0,04	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:10	4,6 85,21	-6,12	11,04	19,18	84,66	47,48	0,54	17,86	0,98	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:8	4,6 85,21	-6,12	11,04	19,72	87,33	48,45	0,25	18,44	0,44	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:6	4,5 85,53	-8,16	10,8	18,65	85,78	52,63	0,62	18,45	1,82	T1 (C18)	ME-2 (C18)
1:4	4,2 86,50	-14,29	10,08	17,17	83,79	53,8	0,15	16,65	0,1	T0 (C14)	Rechaz.

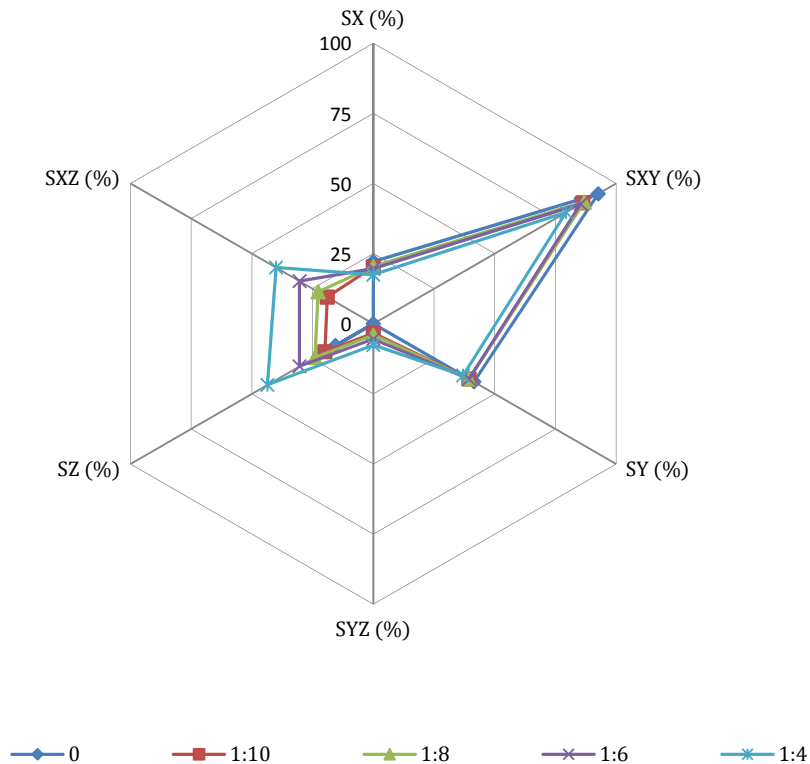
**Aprovechamiento parcial (%) con nudo en -0.375 h y desviaciones en las caras**



E) Nudos situados en la posición de “concentración”  $-0.375 h$ , con desviación global de fibra en los bordes de la pieza:

Desviac. Bordes	F Rot. / Pérdida (kN/%)	Incr(%) Respect $\vartheta=0$	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
0	4,9 84,24	-	11,76	22,17	92,61	41,44	0,08	15,6	0,04	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:10	4,9 84,24	0,00	11,76	20,27	86,24	39,37	3,38	19,96	18,99	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:8	4,9 84,24	0,00	11,76	20,45	86,86	39,39	3,99	24,04	22,71	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:6	4,8 84,57	-2,04	11,52	19,6	85,35	39,38	5,49	30,4	30,38	T1 (C18)	ME-2 (C18)
1:4	4,5 85,53	-8,16	10,8	17,48	79,38	36,95	7,67	43,61	40,05	T0 (C14)	Rechaz.

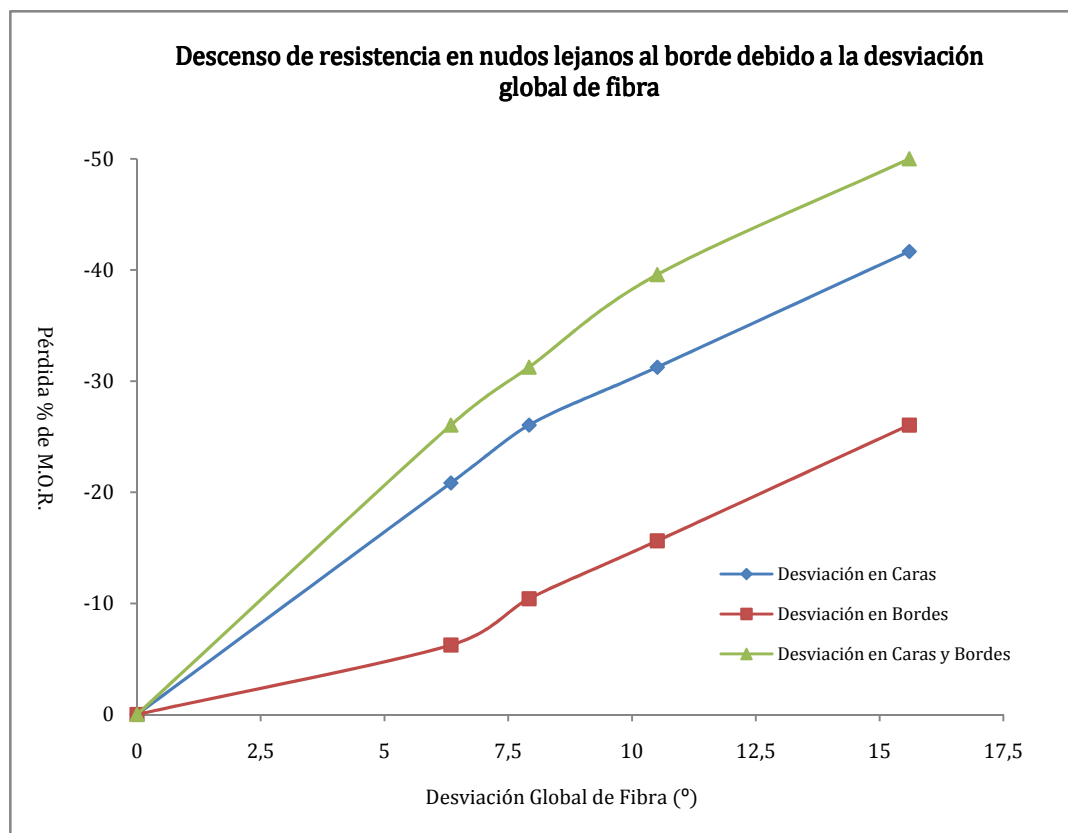
**Aprovechamiento parcial (%) con nudo en  $-0.375 h$  y desviaciones en los bordes**



F) Nudos situados en la posición de “concentración” -0.375 h, con desviación global de fibra en las caras y los bordes de la pieza:

Desviac. Caras y Bordes	F Rot. / Pérdida (kN/%)	Incr(%) Respect $\theta, \theta=0$	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
0	4,9 84,24	0,00	11,76	22,17	92,61	41,44	0,08	15,6	0,04	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:10	4,6 85,21	-6,12	11,04	19,04	84,27	47,08	3,65	21,32	15,62	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:8	4,6 85,21	-6,12	11,04	18,62	83,34	47,21	4,89	24,8	20,57	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1:6	4,4 85,85	-10,20	10,56	16,81	79,68	49,83	6,34	29,47	24,76	T1 (C18)	ME-2 (C18)
1:4	4,0 87,14	-18,37	9,6	24,75	76,54	54,8	8,69	36,78	52,97	T0 (C14)	Rechaz.

Resumiendo las pérdidas provocadas por la influencia de la desviación global de fibra sobre los nudos:



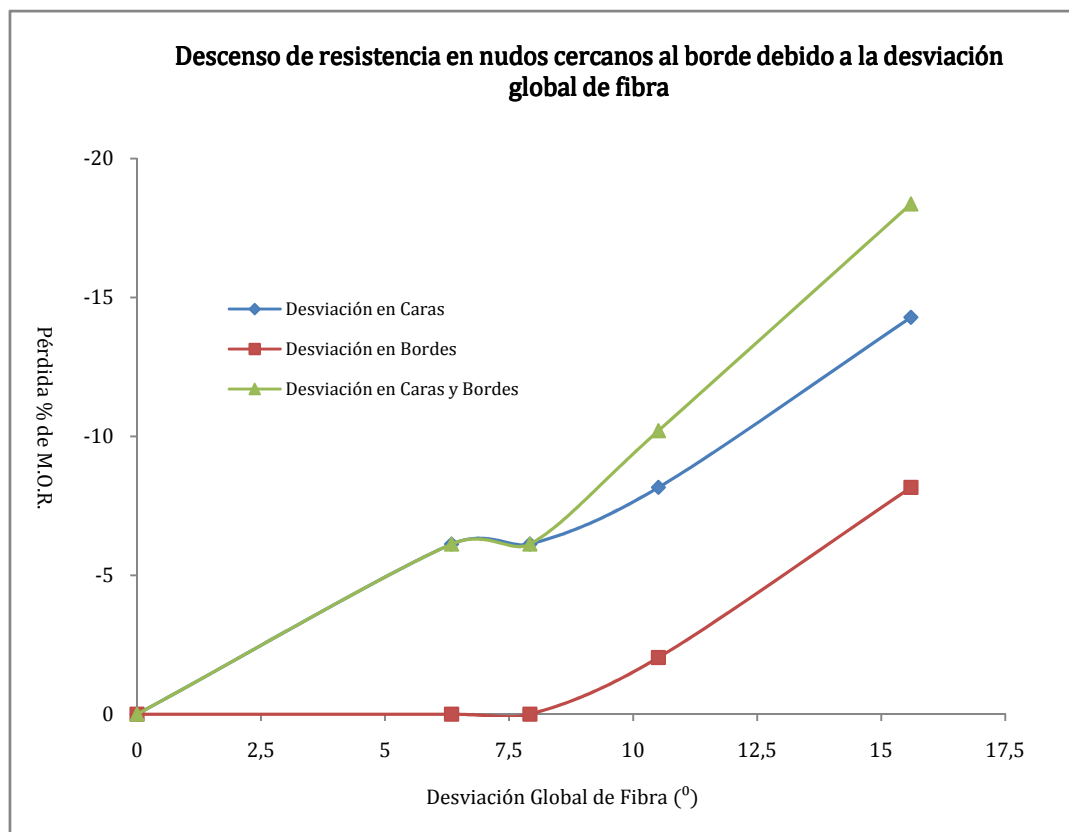


Figura 7.34. Efecto de la desviación global en el agotamiento (E. P.)

### *Resistencia*

La desviación global de la fibra acentúa en todos los casos el efecto producido por los nudos, especialmente en aquellos casos en los que el defecto se encuentra alejado a una cierta distancia de la arista de la pieza, en donde la reducción de resistencia puede alcanzar el 50%.

Partiendo el nudo en su centro geométrico con un plano perpendicular a las caras de la pieza, podría decirse que el efecto de la desviación global en las caras genera un incremento en la inclinación local producida por la singularidad en una de las “mitades”, mientras que disminuye las declinaciones en la otra mitad. Ello se debe a que el patrón de desviación ha sido “rotado” tangencialmente respecto el eje perpendicular a las caras el valor del ángulo de la desviación global, y por tanto la distribución de ejes materiales respecto el plano comentado, no resulta simétrica, y por ende tampoco es simétrica su distribución tensional y de agotamiento.

Este fenómeno reduce la resistencia entre un 20 y un 40 % en nudos alejados del borde, y entre un 6 y un 14% en defectos próximos a la arista. Tal diferencia se debe a que cuando el nudo se encuentra en -0.375 h, la “poca madera” ya sufre una importante concentración de tensiones  $S_{xy}$  y  $S_y$  que generan un repentino agotamiento, y el hecho de inclinar aún más la fibra enfatiza la importancia de la componente  $S_y$  en detrimento de  $S_{xy}$ , pero en cualquier caso la rotura sigue siendo ciertamente prematura por lo que el efecto de la desviación global no tiene tanta trascendencia. En cambio en la posición -0.250 h, los índices de las distintas componentes se encuentran más equilibrados por lo que no existe tal concentración, y por ello la importancia de la desviación de la fibra se hace más evidente.

Del mismo modo que la inclinación del nudo produce una rotación del patrón de desviación local en el eje longitudinal a la pieza, y la desviación en las caras una rotación respecto el eje perpendicular a las mismas, la desviación en los bordes produce que el patrón de desviación gire respecto el eje perpendicular a los bordes. Esta rotación produce un cambio direccional obvio en las componentes tensionales; cuando el nudo es perfectamente perpendicular a las caras, toda la desviación local repercute en las componentes  $S_{xy}$  y  $S_y$  alcanzando en ese caso sus valores máximos, sin embargo cuando el vector rota, la desviación local mengua sus proyecciones en el plano de las caras (disminuyendo  $S_{xy}$  y  $S_y$ ) y empieza a proyectar su influencia en el plano de los bordes, aumentando como consecuencia los valores de  $S_{xz}$ ,  $S_{yz}$  y  $S_z$ . En cualquier caso el incremento en el plano XZ en su forma cuadrática es superior a la disminución en el plano XY, y por ello la resistencia se ve menguada, aunque en menor medida que la rotación en el plano de las caras, en concreto entre el 6 y el 26% en nudos alejados de la arista, y entre el 0 y el 8% en defectos localizados en la posición -0.375 h. La diferencia entre ambas posiciones se debe a los mismos motivos de efecto de concentración que se expusieron anteriormente.

Finalmente como es lógico, la consecuencia de rotar la desviación local respecto de las caras y los bordes al mismo tiempo, consiste en superponer los dos efectos comentados precedentemente, de manera que la distribución tensional aproxima las componentes  $S_{xy}$  y  $S_y$  a la primera rotación, y las componentes  $S_{xz}$ ,  $S_{yz}$  y  $S_z$  a la segunda, por lo que la resistencia se mengua entre el 25 y el 50% en nudos emplazados en -0,250 h, y entre el 6 y el 18% en los defectos próximos a la arista.

---


$$S_x$$


---

Como es habitual este factor es proporcional a la carga resistida por cada viga.

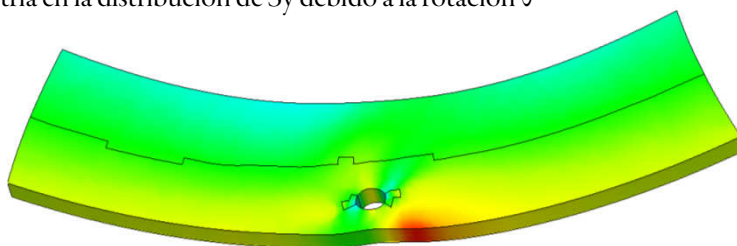
---


$$S_{xy} \text{ y } S_y$$

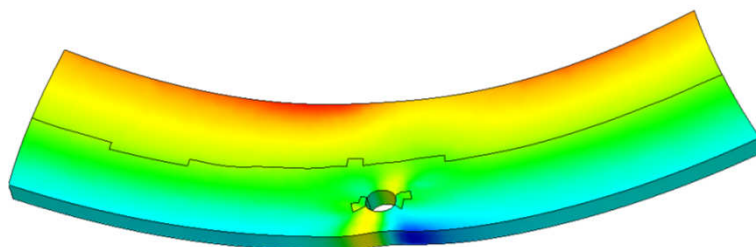

---

Las rotaciones en el plano de las caras menguan la importancia del cortante y aumentan la tracción perpendicular. Los giros en el plano perpendicular a los bordes menguan ligeramente ambos factores.

Asimetría en la distribución de  $S_y$  debido a la rotación  $\theta$



Asimetría en la distribución de  $S_{xy}$  debido a la rotación  $\theta$



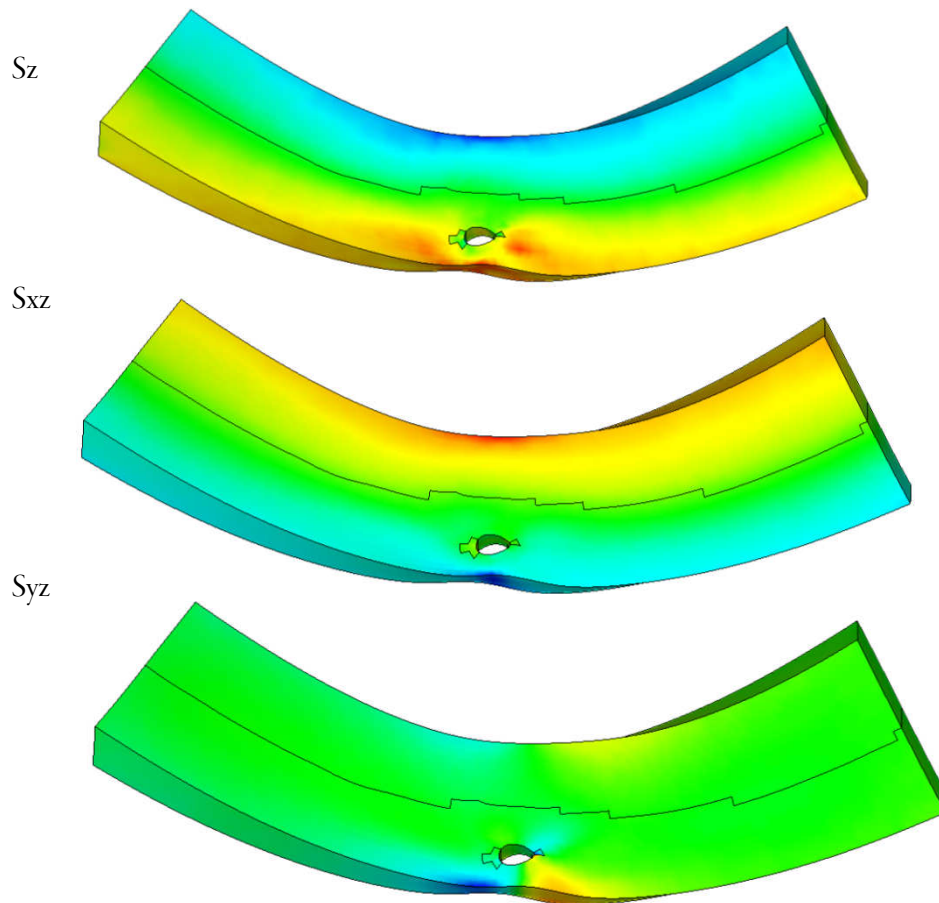
---


$$S_{xz} \text{ y } S_{yz} \text{ y } S_z$$


---

Únicamente los efectos localizados pueden generar su presencia en desviaciones tangenciales, sin embargo cuando se rota el patrón respecto los bordes crecen proporcionalmente con la desviación pudiendo adquirir valores nada despreciables.

Aparición de tensiones  $S_z$ ,  $S_{xz}$  y  $S_{yz}$  debido a la rotación  $\vartheta$



## 9.8. Cómo afecta la rotación y la excentricidad de los nudos

Hasta el momento se ha supuesto en todas las series anteriores que los nudos eran de base circular, sin embargo en la mayoría de ocasiones se manifiestan con formas elípticas, que se encuentran rotadas un cierto ángulo respecto de la vertical de la pieza. En este apartado se mostrará cómo varía la resistencia cuando la distancia que ocupa perpendicularmente respecto la dirección de la fibra (la distancia de medición), es idéntica pero las elipses muestran distinta excentricidad o “achataamiento”, y posteriormente se comprobará también cómo varía la resistencia, cuando el volumen y la forma de un defecto es similar pero cambia el ángulo de rotación respecto de la vertical de la pieza.

En concreto se contrastará cómo cambia la capacidad resistente de un nudo circular pasante situado en  $-0.250 h$ , de diámetro  $h/6$  (30 mm) cuando, manteniendo la magnitud del semieje vertical ( $R_y = 15$  mm), la distancia del semieje paralelo a la dirección de la fibra varía siendo tres veces el valor del semieje vertical  $R_x=3R_y$ , y por tanto triplicando también el volumen propuesto inicialmente  $V_{\text{nudo}}=3V_{\text{referencia}}$ ;  $R_x=2R_y$  o  $V_{\text{nudo}}=2V_{\text{referencia}}$ ;  $R_x=1/2R_y$   $V_{\text{nudo}}=1/2V_{\text{referencia}}$ ; y  $R_x=1/3R_y$   $V_{\text{nudo}}=1/3V_{\text{referencia}}$ .

Por otro lado tomando como referencia los valores adquiridos en el punto anterior con un nudo elíptico de semiejes  $R_x=1/2R_y$ , se comprobará cuál es la resistencia si este se rota  $22,5^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $67,5^\circ$ ; y  $90^\circ$ , en sentido levógiro.

Misma distancia de medición ( $R_y$ ) pero distintos volúmenes y excentricidades ( $R_x$ ):

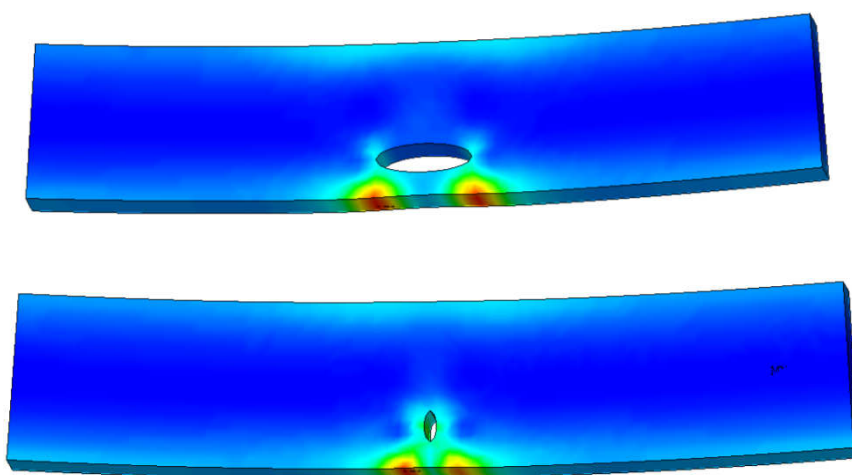
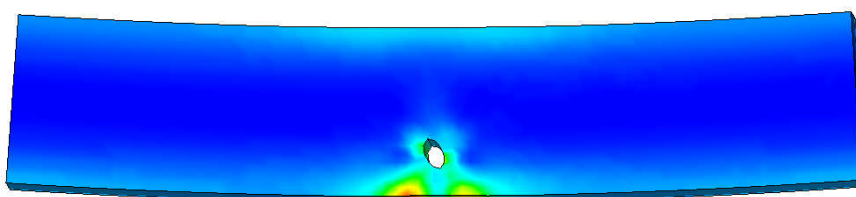


Figura 7.35. Cambios en la distribución de agotamiento debido a la excentricidad en los nudos (E. P.)

Misma volumen ( $R_y$  y  $R_x$ ) y excentricidad, pero distinta medición (distancia perpendicular) o ángulo de rotación:





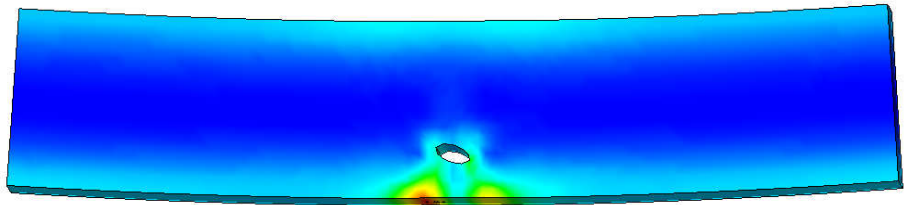
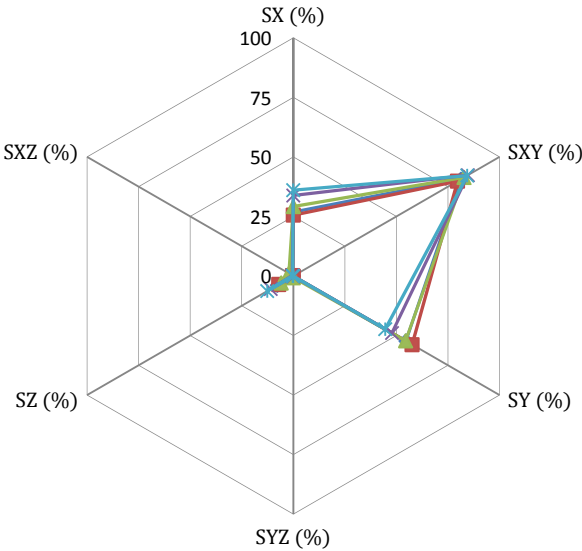


Figura 7.36. Cambios en la distribución de agotamiento debido a la rotación en los nudos (E. P.)

A) Nudos con la misma distancia vertical pero distintas excentricidades y volúmenes:

Rx/Ry o Vn/Vref	F Rot. / Pérdida (kN/%)	Incr(%) Respect. Circular	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
3	9,2 70,42	-4,17	22,08	26,78	81,29	54,64	0,03	7,77	0,25	T1 (C18)	ME-1 (C27)
2	8,7 72,03	-9,38	20,88	25,57	79,63	57,62	0,09	7,05	0,37	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1	9,6 69,13	-	23,04	29,18	82,75	54,44	0,71	5,89	2,2	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1/2	9,8 68,49	+2,08	23,52	33,8	84,64	47,85	0,17	10,93	0,54	T1 (C18)	ME-1 (C27)
1/3	10,3 66,88	+7,29	24,72	36,05	84,35	44,6	0,05	12,6	0,28	T1 (C18)	ME-1 (C27)

Aprovechamiento parcial (%) de nudos con distintas excentricidades o volúmenes pero misma medición

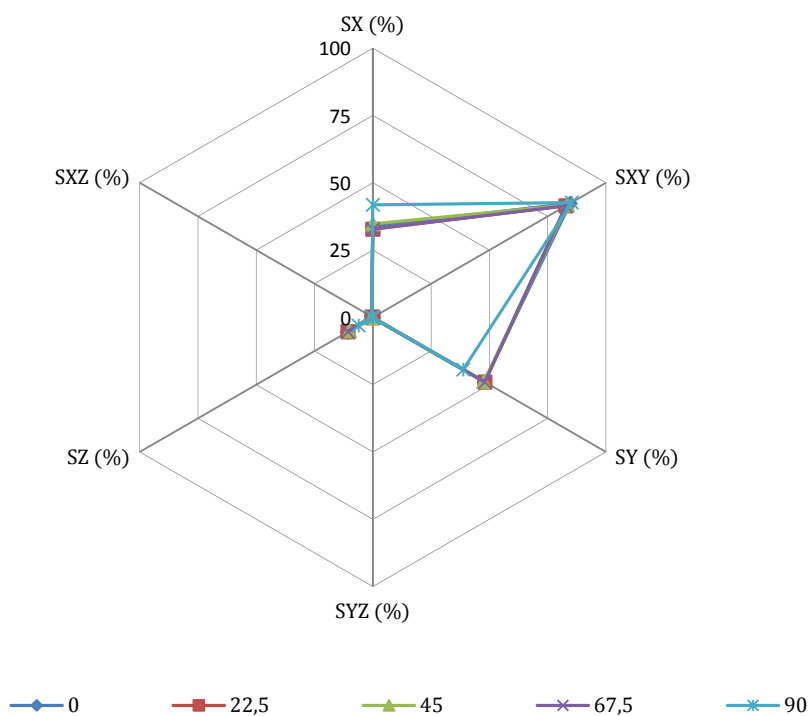


—◆— Rx / Ry = 3    —■— Rx / Ry = 2    —▲— Rx / Ry = 1    —×— Rx / Ry = 1 / 2    —\*— Rx / Ry = 1 / 3

B) Nudos con la misma excentricidad o volumen, pero distinta medición o rotación:

Angulo Rotac.	F Rot. / Pérdida (kN/%)	Incr(%) Respect. $\alpha=0$	M.O.R. (no Fmax)	SX (%)	SXY (%)	SY (%)	SYZ (%)	SZ (%)	SXZ (%)	Clasif. INSTA	Clasif. UNE
0	9,8 68,49	-	23,52	33,8	84,64	47,85	0,17	10,93	0,54	T1 (C18)	ME-1 (C27)
22,5	9,8 68,49	0,00	23,52	32,74	82,84	48,05	0,13	10,66	0,33	T1 (C18)	ME-1 (C27)
45	10,8 65,27	+10,20	25,92	34,71	83,51	47,66	0,14	10,06	0,48	T3 (C30)	ME-1 (C27)
67,5	12,6 59,49	+28,57	30,24	32,74	82,84	48,05	0,13	10,66	0,33	T3 (C30)	ME-1 (C27)
90	14,1 54,66	+43,88	33,84	41,8	85,31	38,77	0,04	6,13	0,35	T3 (C30)	ME-1 (C27)

**Aprovechamiento parcial (%) de nudos con mismas excentricidades o volúmenes pero distinta medición o rotación**



Resumiendo la influencia de la excentricidad y la rotación en la resistencia:

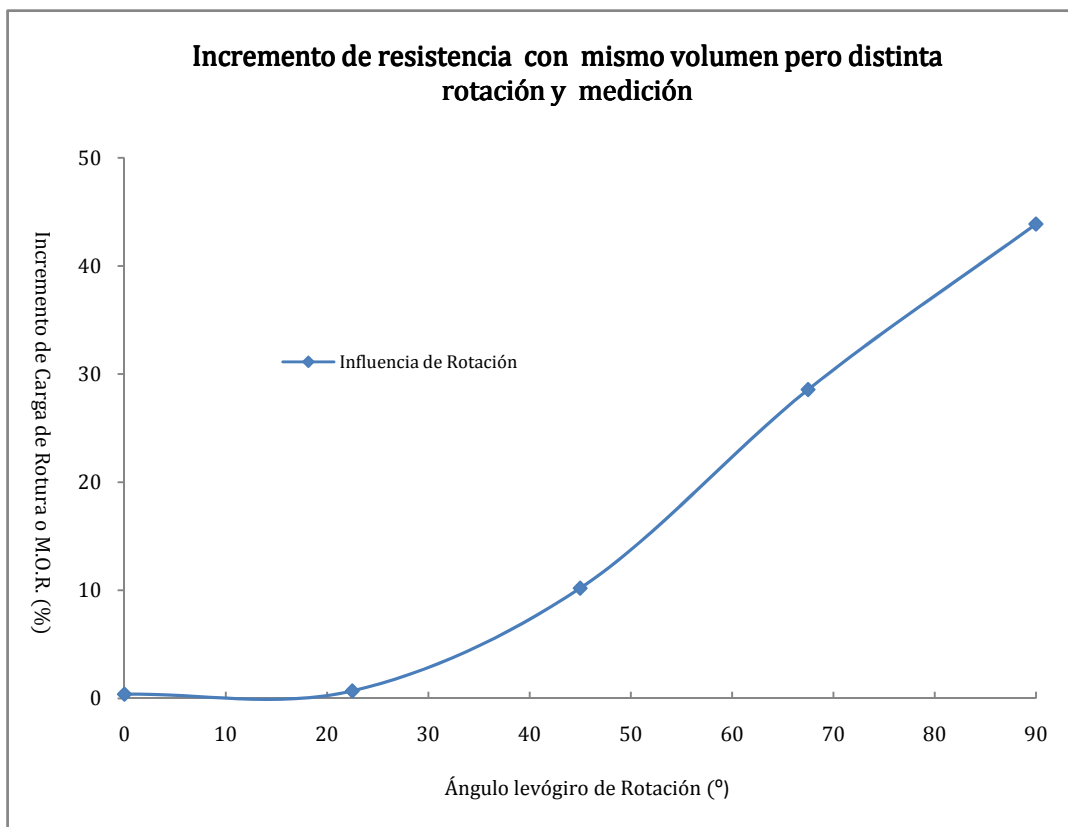
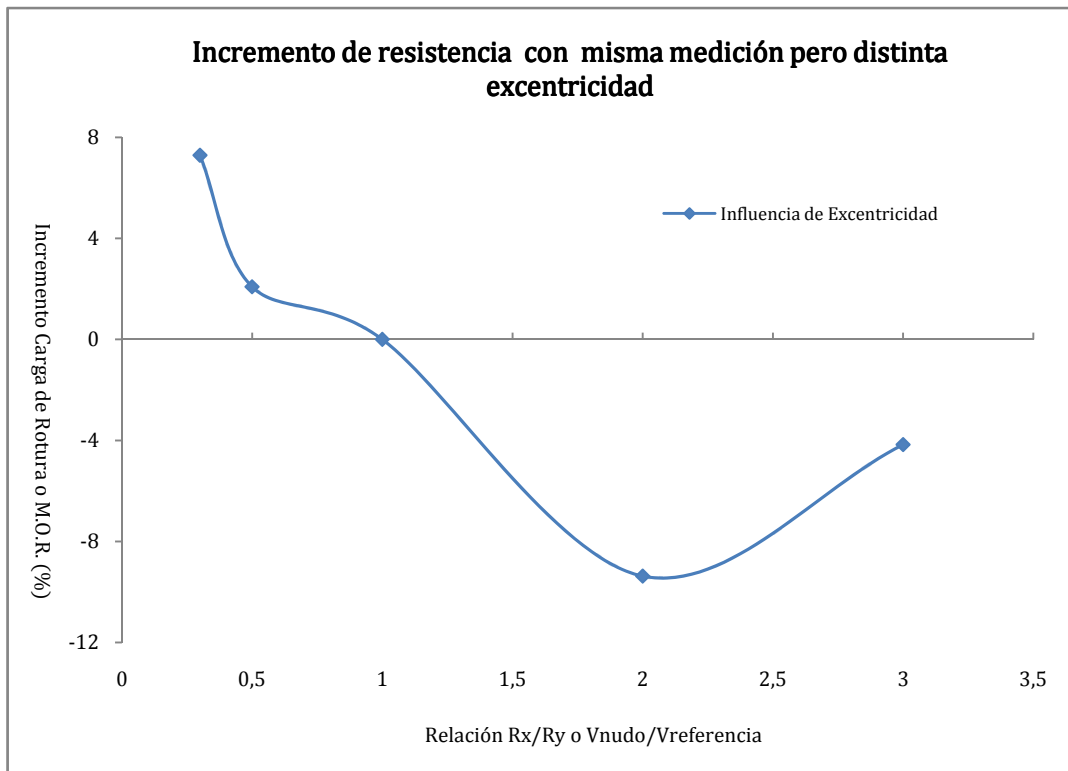


Figura 7.37. Efecto de la excentricidad y la rotación en el agotamiento (E. P.)

### *Resistencia*

---

Claramente la influencia de la excentricidad y el volumen en la resistencia, conservando la misma distancia vertical, es muy inferior al efecto que produce la rotación, pudiendo observar en el primer supuesto una variación de entre el -10, y el 8%, y en el segundo de hasta el +44%.

En el análisis de la excentricidad se debe de tener en cuenta básicamente la influencia de dos factores que crecen inversamente, y que por ello provocan una variación tan pequeña en la resistencia; el incremento de  $R_x/R_y$ , por un lado provoca un mayor volumen de nudo y por ello una menor sección eficaz y por tanto menor resistencia, pero por otro lado, cuanto mayor es esta relación menos brusca debe de ser la desviación local de las fibras, y de los esfuerzos axiales, para envolver ese defecto, y por tanto es mayor la capacidad resistente, de ahí que la diferencia sea realmente escasa considerando los cambios volumétricos que se están analizando, y quizá también por ello la normativa no discierne entre estos casos.

Distinta es la influencia de la rotación del nudo, pues en este caso el volumen de la singularidad no cambia, pero sí lo hace la desviación local de las fibras. Puede observarse como la “obstrucción” generada por el defecto no produce grandes variaciones cuando el ángulo es inferior a 22,5°, pero una vez superado este valor la resistencia crece vigorosamente y de forma bastante estable hasta aumentar casi en un 45% la resistencia cuando el nudo se coloca en la posición más favorable (mínima distancia vertical).

### *Componentes tensionales*

---

Las componentes tensionales en este caso no experimentan diferencias demasiado significativas.

## **10. Resultados adicionales**

Además de obtener los resultados propuestos en los objetivos principales y secundarios de esta tesis, el trabajo relacionado con la consecución de los mismos, ha permitido obtener las herramientas que se describen a continuación, las cuales pueden ser relevantes en otras investigaciones.

### **10.1. Proyectos videométricos tridimensionales de los ensayos**

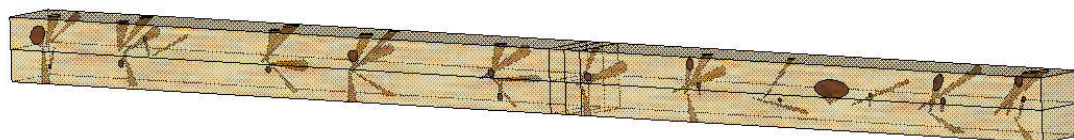
Como es natural, el reducido intervalo de tiempo entre fotogramas que se ha establecido en la realización de los ensayos, ha permitido obtener cerca de 65 restituciones tridimensionales en cada una de las vigas, por lo que con el mismo software que se ha indicado en el capítulo metodológico, ha sido posible programar la correlación de estas imágenes, por lo que el proyecto fotogramétrico propuesto inicialmente ha podido ser convertido en un proyecto videométrico, del cual podrían realizarse fácilmente numerosos estudios, acerca de la influencia de los nudos en la deformación, la heterogeneidad del material, la no linealidad o elasto-plasticidad ó el comportamiento una vez rebasado el límite de agotamiento.

### **10.2. Programa de generación geométrica automática y tratamiento estadístico de vigas con presencia de nudos**

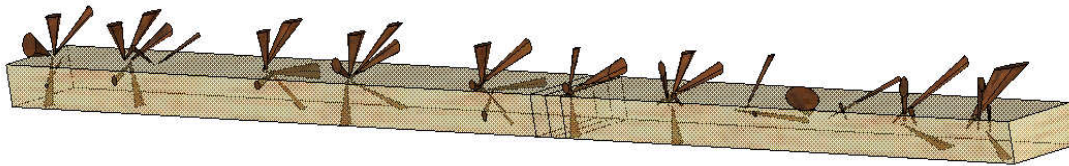
Dada la fidelidad geométrica y el grado de automatización obtenida al generar los modelos sólidos de esta tesis, se ha creado un programa que a partir de conocer las medidas de la viga, el número de nudos de cada cara, sus coordenadas X e Y, los semiejes de sus elipses (menor y mayor tamaño), longitud que ocupan perpendicularmente a las aristas (distancia de medición en la clasificación visual), posición de la médula, ángulo de inserción de rama, sentido de crecimiento, y la posición de la rotura en el ensayo si este se produce realiza las siguientes operaciones:

- Genera la geometría de viga y nudos, siendo éstos concebidos como conos o troncos de cono, de base elíptica y generatriz oblicua tal como se expuso en el capítulo metodológico.
- Calcula el ángulo de rotación de las elipses en cada cara, a partir de conocer la distancia perpendicular que ocupan.
- Calcula el volumen total de nudos de la viga, el volumen de nudos en tracción, y sus porcentajes respecto al tamaño global de la viga.
- Expresando el punto en el que se produjo la rotura, y una longitud estimada de influencia de la misma, permite calcular el volumen de nudos, volumen de nudos en tracción y proporciones de éstos, respecto del “volumen crítico” impuesto de antemano.
- Análogamente, a partir de la coordenada exacta en la que se inició la rotura, se calculan las proporciones de nudos y nudos en tracción en la sección o área crítica de la pieza.
- Finalmente calcula también el índice CKDR.

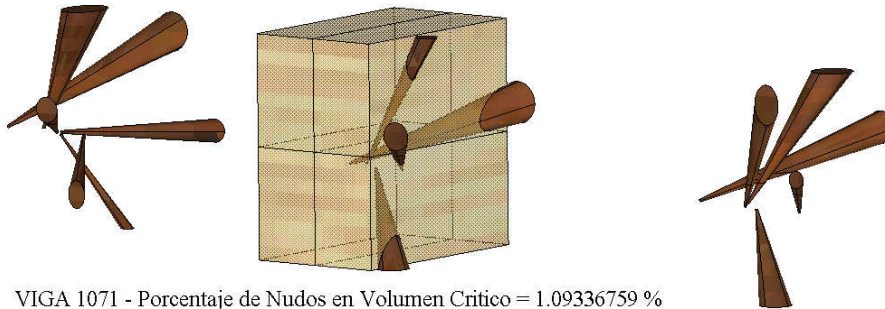
De modo que todas estas operaciones permiten tener de forma automatizada una reconstrucción de la geometría de las vigas, así como datos geométricos que pueden ser muy útiles en análisis o aproximaciones probabilísticas del comportamiento de la madera con presencia de nudos.



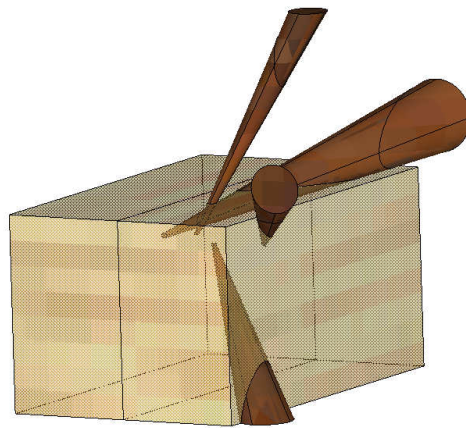
VIGA 1071 - Porcentaje de Nudos = 0.877875819 %



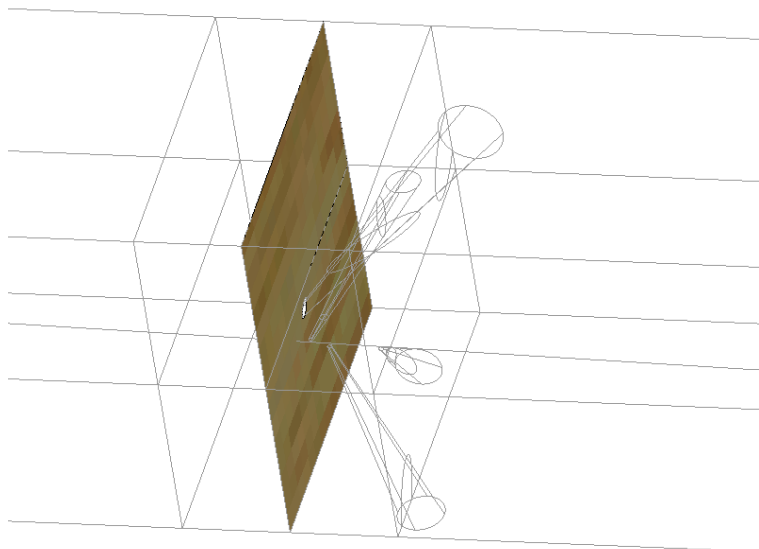
VIGA 1071 - Porcentaje de Nudos en Volumen de Madera a Traccion = 0.389148103 %



VIGA 1071 - Porcentaje de Nudos en Volumen Critico = 1.09336759 %



VIGA 1071 - Porcentaje de Nudos en Volumen Critico a Traccion = 0.762843383 %



VIGA 1071 - Porcentaje de Nudos en Seccion Critica = 0.166005787 %

Figura 7.38. Programa para tratamiento estadístico de nudos (E. P.)

## Capítulo 8:

# CONCLUSIONES CONCLUSIONS

### 1. Conclusión Principal

- Se ha programado y validado un algoritmo en una plataforma de elementos finitos, que permite que un usuario pueda predecir automáticamente la influencia de los distintos tipos de los nudos, únicamente conociendo las características visibles de los mismos y la posición de la médula en las piezas, de modo que es posible contrastar analíticamente todos los casos que se discuten en la normativa de clasificación visual. Esto se ha conseguido generando los nudos como si fuesen conos y troncos de cono oblicuos y de base elíptica, que se encuentran rotados e inclinados respecto de las superficies en las que se presentan. La madera se ha concebido como un material transversalmente isótropo, con diferentes rigideces longitudinales a tracción y compresión, plasticidad anisótropa, y no linealidad geométrica en cuanto a la aplicación de cargas, en donde la desviación local de fibra producida por uno ó varios nudos se ha determinado automáticamente aplicando la analogía fluido-fibra tridimensional, con la que se ha logrado además distinguir la desviación global de fibra en caras y bordes, y la localización del plano tangencial de cada pieza respecto del tronco.
- El modelo se ha validado ensayando vigas estructurales de madera de la especie *Pinus sylvestris*, que han sido sometidas a ensayos de flexión a 4 puntos, en donde la medición de los desplazamientos verticales, la obtención de la carga de rotura y localización del fallo



producido por los nudos considerados, han sido implementadas con una técnica fotogramétrica. De este modo, la carga predicha por el modelo utilizando los 8 principales criterios fenomenológicos empleados en la actualidad ha llegado a ser del 4%, mientras que la exactitud en el campo de desplazamientos en una media de 65 nudos, medidos cada 240 N a lo largo de los ensayos ha sido del 9%.

## 2. Conclusiones Parciales

- Se ha verificado con diversos extensómetros, y otros puntos de control, que la exactitud alcanzada con cámaras corrientes de 10 mega píxeles en la medición de flechas ha sido del 0,14 mm. Teniendo en cuenta la escala o tamaño del ensayo, y la cuantía del error tridimensional, la exactitud obtenida supone una relación de 1 a 6200 mm/mm. Dado que la distribución de tensiones en las vigas ha sido multiaxial, este valor no ha permitido contrastar las deformaciones y sus tensiones derivadas, pero sí los desplazamientos. Se debe destacar además que se ha descubierto un gran potencial en el empleo de la fotogrametría en la madera, pues frente a otros equipos de medición más convencionales, esta técnica permite evaluar desplazamientos tridimensionales, en muchos puntos e intervalos, y se puede además identificar con mucha exactitud la carga, posición y causa de la rotura.
- Se ha determinado la gran heterogeneidad de la madera, pudiendo cuantificar distorsiones en el campo de desplazamientos verticales respecto de la curva elástica ideal superiores al 6%. Por ello la medición del M.O.E. basado tan sólo en la flecha que se produce en un único punto se torna muy vulnerable a la influencia de los nudos y la heterogeneidad del material. Distinguiendo los corrimientos medidos fotogramétricamente en las zonas limpias, de aquellas que se encuentran con defectos, y con las ecuaciones correspondientes de resistencia de materiales, ha sido posible idear la obtención de un M.O.E. Medio Global, M.O.E. Medio Limpio, y M.O.E. Medio en Nudos. Empleando el M.O.E. Medio Limpio en lugar del M.O.E. obtenido según el ensayo a flexión clásico a 4 puntos, la predicción de las flechas en del modelo ha mejorado un 49%.

- Se ha discutido la exactitud, y los enfoques con los que se puede afrontar la estimación del inicio de la rotura en piezas de madera que no contienen ninguna fractura inicial, desde el punto de vista analítico. Calculando las predicciones de los distintos criterios, no sólo respecto de las soluciones tensionales convencionales en un punto, sino también de acuerdo a diferentes volúmenes de integración de tensiones: 10x10x10mm; 8x8x8mm; 6x6x6mm; 4x4x4mm; 2x2x2mm; 2x0,4x0,4mm (volumen superior de Masuda); 1x0,4x0,4mm (volumen inferior de Masuda). Dada la configuración tensional estudiada, se ha podido establecer una jerarquía de conservadurismo: el criterio de Tsai-Wu experimental ha sido el más conservador (-18/-36%), seguido de Tsai-Azzi, Hashin y Hoffmann cuyas restricciones son similares (0/-24%), Yamada-Sun (3/-21%), Tsai-Hill (5/-17%), Norris (7/-19%) y Tsai-Wu según Liu (14/-12%). Asimismo se estiman los tamaños ideales de integración de Tsai-Wu experimental, Hashin, Hoffmann, Tsai-Hill y Tsai-Azzi (10mm), Yamada-Sun (8mm), Norris (4mm), y Tsai-Wu según Liu (2mm). Finalmente se concluye que el efecto del tamaño del volumen de integración medio en los criterios ha sido del 23,5%.
  
- Se ha determinado la influencia de nudos de diámetros  $h/6$ ;  $h/5$ ;  $h/4$ ;  $2h/5$ ; y  $h/2$  localizados en posiciones de  $-0,125h$ ;  $-0,250h$ ;  $-0,375h$ ; y  $-0,5h$ , siendo éstos pasantes a las caras; siendo pasantes pero con la médula localizada próxima a una de las caras; y también cuando la médula se encuentra cercana al centro de la sección. El efecto positivo de la conicidad en la resistencia es superior en posiciones cercanas a la fibra neutra, donde se pueden producir incrementos de más del 300% respecto nudos con forma cilíndrica. En estas posiciones es también donde se notan más las variaciones de M.O.R. debidas al tamaño de los nudos, alcanzando diferencias de hasta el 64% cuando los nudos son cilíndricos, y reduciéndose hasta tan sólo el 31% cuando la médula se encuentra en el centro de la sección transversal. El efecto de la posición en un mismo nudo puede suponer reducciones del 48% en la resistencia a flexión cuando éstos son cilíndricos. El efecto de la conicidad y tamaño se reduce considerablemente cuando los nudos se acercan al borde de la pieza. Sin embargo la normativa desestima la influencia de la conicidad y la posición.
  
- Se ha analizado por primera vez la influencia de los nudos de borde, valorando diámetros  $b/3$ ;  $b/2$ ;  $2b/3$ ;  $4b/5$ ; y  $b$ , con la médula próxima al centro de la pieza; y con la médula próxima a una de las caras. El efecto tamaño produce variaciones del 52% y 42% en nudos de borde y arista respectivamente, sin embargo la mayor parte de esta diferencia se produce

cuando los nudos son menores de  $b/2$ , y a partir de ese tamaño las diferencias son menos significativas debido al efecto de concentración de tensiones. El efecto de la posición se incrementa al aumentar el tamaño de la singularidad, sin embargo en este tipo de nudos tan sólo llega a suponer diferencias del 24%, la normativa no contempla esta influencia. Las componentes tensionales sufren un cambio radical respecto de los nudos perpendiculares a las caras: la componente predominante en situaciones de concentración de tensiones pasa de ser  $S_y$  a  $S_z$ , mientras que la componente dominante en situaciones de no-concentración pasa de ser  $S_{xy}$  a ser  $S_{yz}$ .

- Se ha esclarecido también la influencia de la inclinación de los nudos, cuando no se presentan perpendicularmente a las superficies, identificando los M.O.R. y distribuciones tensionales, en nudos pasantes de cara de diámetro  $h/5$ , que se encuentran localizados en la posición de no concentración  $-0,250h$ ; y la posición  $-0,375h$ , cuando las diferencias verticales observadas en ambas caras son de  $+0,125h$ ;  $+0,250h$ ;  $+0,375h$ ; y  $+0,5h$ . El efecto de la inclinación provoca un cambio gradual de tensiones características de nudos de cara, a distribuciones propias de nudos de borde. La influencia positiva de este parámetro en la resistencia es del 14% cuando los nudos se localizan en posiciones de concentración, y de hasta el 60% en el resto de los casos, sin embargo la legislación no discierne estas situaciones.
- Se ha concluido la influencia de la desviación global de fibra en caras; global en bordes; y global en caras y bordes cuando éstas tienen una magnitud de 1:10; 1:8; 1:6; y 1:4, en el efecto que producen los nudos de diámetro  $h/5$ , en las posiciones  $-0,250h$ ; y  $-0,375h$ . La influencia de esta variable es superior en aquellos defectos alejados del borde de las piezas alcanzando valores de hasta el 50% cuando la desviación se produce en caras y bordes, 42% cuando se produce sólo en caras, y 26% cuando se produce sólo en bordes. Sin embargo las disminuciones de M.O.R. ocasionadas cuando los nudos se localizan en posiciones de concentración son tan sólo de 18, 14 y 8% respectivamente. La legislación no discierne la posición de los nudos, ni el hecho de que la desviación global se muestre únicamente en las caras ó los bordes, ó en simultáneamente todas las superficies.
- Finalmente, se ha estudiado el efecto de la rotación y excentricidad de estas singularidades, observando la variación en el comportamiento en nudos de diámetro vertical  $h/6$ , cuando el diámetro horizontal triplica este valor; lo duplica; lo media; y lo tercia, y también qué ocurre

cuando los defectos son rotados  $22,5^\circ$  en las caras;  $45^\circ$ ;  $67,5^\circ$ ; y  $90^\circ$ . El efecto de la excentricidad en la resistencia no es muy considerable (entre -9 y +7%) dado que el volumen del defecto y la desviación local de fibras crecen de forma inversa. Sin embargo la rotación de un mismo volumen de nudo provoca diferencias de hasta el 44% debido a que se modifica notablemente la distancia perpendicular del nudo que se opone a la dirección de la fibra.

### 3. Main Conclusion

- It has been programmed and validated an algorithm in a finite element platform, which allows an user to automatically predict the influence of the different kind of knots, by only knowing the visible characteristics of them and the position of the pith in the pieces, in the way that all the cases discussed on the visual grading rules can be contrasted analytically. This was achieved generating the knots as if they were oblique cones and truncated oblique cones, with elliptical base, which are inclined and rotated regarding the areas where they appear. Timber was conceived as a transversely isotropic material, with different longitudinal stiffness in tension and compression, anisotropic plasticity, and geometric nonlinearity regarding the application of loads, where the local grain deviation produced by one or several knots, have automatically determined by applying the three-dimensional flow grain-analogy, with which it has also achieved to distinguish the global deviation of fibers in both faces and edges, as well as the location of the tangential location of the pieces respect the log.
- The model has been validated by testing structural wooden beams of the species *Pinus sylvestris*, which have been subjected to 4 points bending tests, where the measurement of displacements, the values of the failure load, and the location of the fracture incitation produced by the considered knots, have been implemented with a photogrammetric technique. In that way the load predicted by the model using the 8 main phenomenological criteria has become to be 4% while accuracy in displacement field for an average of 65 nodes, measured every 240N across the whole tests was 9%.

## 4. Partial Conclusions

- It has been demonstrated with several gauges, and other control points, that the accuracy achieved with low cost cameras of 10 mega pixels on the vertical displacement prediction was about 0.14 mm. So taking into account the scale or size of tests, and the 3d value of error, accuracy reaches a ratio of 1 to 6200 mm / mm. Since the stress distribution on beams was multiaxial, this value does not permit the evaluation the strains and tensions, but allows the measurement of displacements. It should be noted also that it has discovered a huge potential in the use of photogrammetry in timber, since as compared to other conventional measuring equipment, this technique allows evaluating three-dimensional displacements at many points and intervals, and can also identify with high accuracy the load, position and cause of the failure.
  
- It has been determined the great heterogeneity of the wood, showing that the distortions in the vertical displacement field regarding the ideal elastic curve can be more than 6%. Therefore the measurement of M.O.E. based on the arrow of a single point becomes very vulnerable to the presence of knots and the heterogeneity of the material. Distinguishing the photogrammetric measured displacements of the free defect areas, from those with defects, and with the equations from strength of materials, has been possible to invent the obtaining of a Global Average M.O.E., Clean Average M.O.E., and Knot areas Average M.O.E. Using the Clean Average M.O.E. instead of typical M.O.E. obtained from 4 point bending test, the predictions of the displacements in the model has improved 49%.
  
- Accuracy and approaches on the failure initiation prediction in lumber with no initial fractures or notches has been discussed from the analytical point of view. Calculating the predictions of different criteria, not only for the conventional stress solutions in discrete points, but also according different stress integration volumes: 10x10x10mm; 8x8x8mm; 6x6x6mm; 4x4x4mm; 2x2x2mm, 2x0, 4x0, 4mm (biggest Masuda's volume), 1x0, 4x0, 4mm (smallest Masuda's volume). Given the stress distribution of the case study, it can be established a hierarchy of conservatism: the criterion of Tsai-Wu experimental has been the most conservative (-18/-36%), followed by Tsai-Azzi, Hashin and Hoffmann which have

similar restriction (0/-24%), Yamada-Sun (3/-21%), Tsai-Hill (5/-17%), Norris (7/-19%) and Tsai-Wu according Liu (14/-12%). Moreover the ideal integration sizes of the criteria were estimated: Tsai-Wu experimental, Hashin, Hoffman, Tsai-Hill and Tsai-Azzi (10mm), Yamada-Sun (8mm), Norris (4mm), and Tsai-Wu according Liu (2mm). Finally it has concluded that the average integration size effect in the criteria has been 23.5%.

- It has been determined the influence of both face and arris knots with diameters  $h/6$ ,  $h/5$ ,  $h/4$ ,  $2h/5$ ,  $h/2$  located on positions  $-0.125h$ ,  $-0.250h$ ,  $-0.375h$  and  $-0.5h$ , when they go through from face to face; being through knots but with the pith placed near to one face; and when the pith is located at the center of the cross section, Showing that the positive effect of the conicity is higher in positions close to the neutral axis where the increases can be up to 300% respect to the corresponding cylindrical shapes. In these positions is also where occur the most noticeable changes in M.O.R. due to the size of the knots, reaching differences of up to 64% when the defects are cylindrical, and decreasing to only 31% when the pith is located in the center of the cross section. The effect of position in the same knots can reduce bending strength more than 48% when they are cylindrical. The effect of conicity and size are considerably reduced when knots are placed close to the edges. However rules dismiss the influence of conicity and position.
- It has been analyzed for the first time the influence of edge nodes, discussing the diameters  $b/3$ ,  $b/2$ ,  $2b/3$ ,  $4b/5$ , and  $b$ , with the pith close to the center of the cross section; and also with the pith near to one face. The size effect produces variations of 52% and 42% in edge and arris knots respectively, however most of this difference occurs when the knots are less than  $b/2$ , and from that size differences are less significant due the effect of stress concentration. The effect of the position increases with bigger sizes of the singularity, but in this type of knots only produce differences up to 24%, the legislation does not account this influence. The stress components suffer a radical change regarding the face knots: the predominant component in stress concentration situations becomes from  $S_y$  to  $S_z$ , while the dominant component in non-stress concentration situations changes from  $S_{xy}$  to  $S_{yz}$ .
- It has clarified also the influence of the inclination of knots, when they are not perpendicular to the sides of the member, quantifying M.O.R. and stress distributions in through face knots with diameters  $h/5$ , which are located in the position of no-stress concentration  $h -$

0.250; and also in the stress concentration location  $-0.375 h$ ; that show vertical differences in the location of both faces about  $+0.125 h$ ;  $+0.250 h$ ;  $+0.375 h$ , and  $+0.5 h$ . The effect of inclination causes gradual stress distribution changes from characteristic face situations to typical edge states. The positive effect of this parameter in the strength is about 14% when knots are located on stress concentration places, and up to 60% in the other cases, however the legislation do not consider these circumstances.

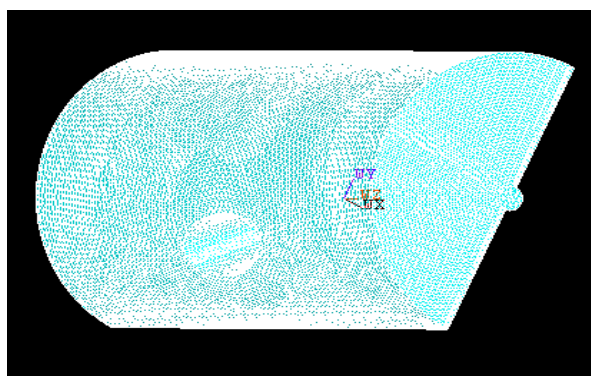
- It has concluded the influence of the global fiber deviation on the effect of knots, when it only appears on faces; only on edges, and in both faces and edges; and when it takes values of 1:10; 1:8; 1:6; and 1:4; quantifying in all cases the influence of this parameter over the M.O.R. and stress distribution of face through knots of diameter  $h / 5$ , at positions  $h -0.250$ , and  $-0.375 h$ . The influence of this variable is higher on the defects placed away from the edge, reaching values of up to 50% when deviation occurs in both faces and edges, 42% when it is only declination on faces, and 26% when there is only in edges. However these decreases when the singularities are in the stress concentration positions become only to 18, 14 and 8% respectively. The law does not discern the position of the defects, neither the fact that the global deviation occurs in both faces and edges, or only in faces or edges.
- Finally, it has studied the effect of rotation and eccentricity of these defects, noting the variation in the predictions of knots with vertical distances of  $h / 6$ , when the horizontal diameter is three times this value; it doubles this value; it half this value; and thirds this value; and also what happens when the knots are rotated 22.5 degrees in the faces;  $45^\circ$ ;  $67.5^\circ$ ; and  $90^\circ$ . The effect of the eccentricity in the strength is not very considerable (between -9 and +7%) since the volume of the knot and the intensity of the local grain deviation grow inversely. However the rotation of the same volume can cause differences up to 44% due it is modified significantly the distance of the knot that opposes perpendicularly to the direction of the fiber.

## Capítulo 9:

# Futuras Investigaciones

- *Analogía fluido- fibra cilíndrica:* la analogía fluido-fibra propuesta en esta tesis y las investigaciones precedentes, estima un patrón de deformación de fibra plano, y perpendicular a la generatriz de un nudo, sin embargo lo que realmente ocurre en la naturaleza es que las fibras se disponen y desvían en una serie de capas o anillos de crecimiento más o menos circulares en donde la médula resulta concéntrica a todos ellos. De este modo el patrón de desviación de estas capas puede verse modificado ligeramente entre años de crecimiento, pudiendo diferenciando los estadios juveniles, de aquellos más adultos.

Tal como se ha mostrado en esta tesis, la analogía fluido fibra ha consistido en registrar la trayectoria de un fluido laminar cuando una “tubería” rectangular superior a la pieza de estudio, la envuelve completamente. Sin embargo también podría diseñarse una serie de tuberías circulares en forma de anillo, en donde se registrase la trayectoria del fluido en cada una de las capas, y se trasladase posteriormente a los elementos sólidos que constituyen la viga, ó pieza de estudio. Este es un proceso, cuya viabilidad ya ha sido comprobada con el software F.E.M. que se ha empleado en esta tesis, pero que naturalmente requiere de un volumen de procesado mucho mayor. En la siguiente imagen se muestra una captura del conjunto de anillos alrededor de un nudo cónico:





Y en esta imagen se muestran los vectores velocidad que resultarían en uno de estos anillos, constituyendo de este modo la *Analogía Fluido Fibra Cilíndrica*:

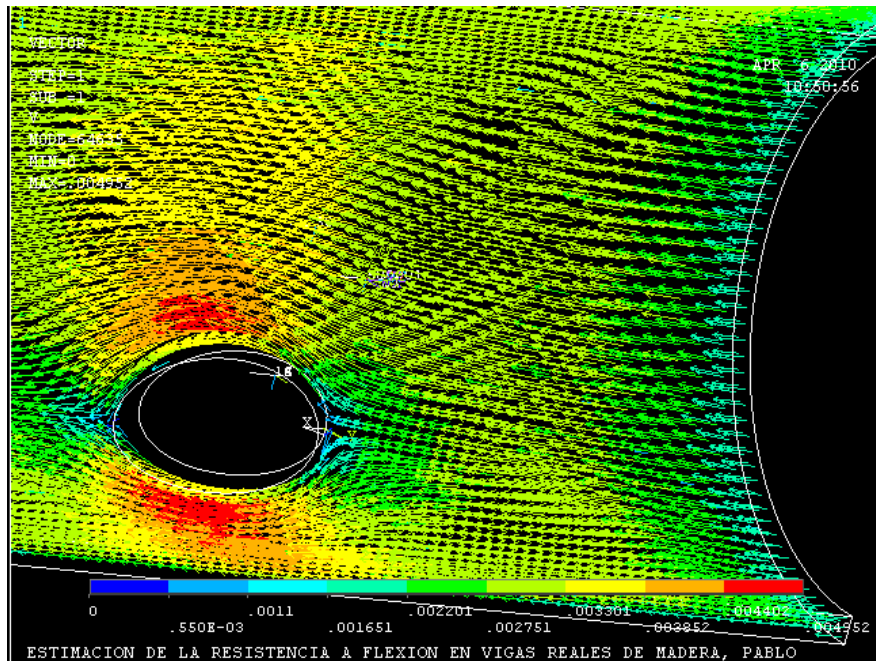


Figura 9.1. Analogía fluido-fibra cilíndrica (E.P.)

- *Síntesis de Composites / Aplicaciones Biomecánicas*: la desviación de las fibras alrededor de los nudos, que realmente se traduce en una desviación de la trayectoria que sigue la savia en su ascensión desde las raíces, a través de las traqueidas, hasta la copa, obviamente debe proporcionar una geometría parecida a la trayectoria que sigue un fluido para que no se pierda demasiada energía en el proceso, y por tanto la diferencia de potencial entre la parte aérea y la subterránea del árbol, no tenga que ser demasiado elevada hasta que el árbol pueda alimentarse. Sin embargo qué duda cabe, en que la naturaleza optimiza también la distribución de la materia orgánica generada, de modo que la estructura pueda soportar adecuadamente el viento, la nieve, y el resto de acciones a las que el árbol se pueda ver sometido.

Con estas premisas, este proyecto podría ser realmente útil en la síntesis de composites y aplicaciones biomecánicas de precisión que requieran la inserción de huecos cilíndricos, ó cónicos de inserción (como por ejemplo uniones), en el sentido de que con el

modelo sería muy sencillo estudiar la distribución ortótropa más adecuada en un material, dadas sus resistencias uniaxiales, para minimizar las tensiones pico de una estructura.

- *Diseño de un criterio de rotura fenomenológico para la madera basado en el volumen finito de integración de tensiones y la mecánica de la fractura, válido para estados multiaxiales de carga:* en esta tesis se ha discutido la aplicación de los principales criterios de rotura fenomenológicos empleados en la actualidad en la madera, y su aplicación en varios volúmenes de integración de tensiones, observando positivamente la idoneidad de esta filosofía, no tan sensible a las clásicas condensaciones de tensiones, y el conservadurismo de muchos de los criterios. La conjunción de los criterios fenomenológicos y la mecánica de la fractura, puede llegar a ser una herramienta revolucionaria, que permita identificar el inicio de la fractura de un material con la solidez de la mecánica de la fractura, en ejemplares que no contienen ninguna grieta o agujero inicial, siendo igualmente útiles tanto en casos de “no concentración” de tensiones, como para casos donde se producen “altas concentraciones” de tensiones. En este campo Masuda y Landaelius han sentado prometedoras bases, para seguir mejorando y trabajando estas herramienta en la madera; mientras el primero relaciona el tamaño del volumen de integración de tensiones con la estructura interna de la madera, el segundo lo hace puramente con desarrollos analíticos de mecánica de fractura, pero sin posibilitar una aplicación práctica en los habituales estados de carga multiaxiales, por lo que podría ser extremadamente útil desarrollar este campo científico.
- *Fotogrametría como herramienta de análisis mecánico en la madera:* la aplicación fotogramétrica en esta investigación, puede considerarse ciertamente como una auténtica revelación; con 3 cámaras utilitarias se ha obtenido una exactitud de 1 a 6200, pudiendo obtener el momento del inicio de la rotura, su causa, y el campo de desplazamientos 3D con una gran precisión, en muchos instantes, y sin contacto alguno con la pieza, además las mediciones quedan registradas por lo que pueden ser empleadas en futuras investigaciones. Lo cual ha permitido validar con gran confianza el modelo, y proponer la obtención del M.O.E. medio limpio, M.O.E. medio en nudos, y M.O.E. medio global. El avance en este sentido puede llevarse a cabo en dos vertientes: por un lado lo que aquí se ha presentado puede optimizarse con la experiencia, y sobretodo agilizar toda la preparación de muestras y procesado, y por el otro pueden idearse inimaginables aplicaciones de esta técnica en la

madera, sacando partido a su escasa rigidez en relación a otros materiales y la exponencial evolución de las cámaras fotográficas, por ejemplo podría llevarse a cabo un análisis de mecánica de fractura observando la evolución de la rotura, ó también en estados de carga más simples que los que aquí se han presentado, cuantificar las deformaciones o las tensiones de distintos ejemplares.

- *Fotogrametría de bajo coste como herramienta de inspección y clasificación visual de madera:* las aplicaciones de esta técnica no se reducen ni mucho menos a análisis mecánicos; podría llevarse a cabo la inspección de estructuras y cuantificación de los efectos reológicos de las cargas, y también mediciones complicadas en rehabilitación, entre ellas medición de nudos en vigas que tengan un difícil acceso. Otra herramienta que podría ser muy interesante sería el registro y clasificación visual de ejemplares a partir de las fotografías tomadas con cámaras utilitarias, dado que con muy pocas fotografías es posible reconstruir completamente un objeto y analizar su textura, por lo que con el tratamiento píxeles, y aprovechando las diferencias de tonalidad que muestran los nudos y otros defectos, podría llegar a automatizarse todo el proceso de registro y clasificación visual con un coste muy reducido.
- *Mejora del modelo material:* este modelo material podría obviamente mejorarse incluyendo efectos reológicos, comportamiento post-fallo, plasticidad anisótropa con poligonales de más tramos, ó la analogía fluido fibra circular que anteriormente se ha especificado entre otras cosas. En este campo sería muy productivo que los grandes fabricantes de software de elementos finitos incluyeran más posibilidades en cuanto a la simulación de materiales muy heterogéneos, ya que en este sentido la simulación de la madera se encuentra en cierta inferioridad respecto a otros materiales más homogéneos y comúnmente empleados como el acero ó el hormigón.
- *Variación de los parámetros discutidos en esta tesis:* obviamente la idoneidad de la analogía fluido fibra tridimensional también puede ser aplicada y contrastada en otra especie, otro elemento estructural, otras cargas, y etcétera.

# BIBLIOGRAFÍA

- Aicher, S. W. Klöck. 2001. Linear versus quadratic failure criteria for in-plane loaded wood based panels. *Otto- Graff- Journal*. 12: 187-199.
- Alarcon E. 1978. Notas sobre el método de los elementos finitos. Servicio de publicaciones de la UPM.
- Argüelles Álvarez R, - Arriaga Martitegui F. y Martínez Calleja J.J. 2000, Estructuras de madera diseño y cálculo, AITIM-
- Argüelles Bustillo. 1994. Predicción con simulación animada del comportamiento de piezas de Madera. Tesis doctoral. UPM..
- Ariza Moreno y Sáez Pérez. 2004. Introducción a ansys. Servicio de publicaciones de la universidad de Sevilla.
- Azzi, V.D. Tsai S.W. 1965. Anisotropic strength of composites. *Experimental Mechanics* 5(9): 283-288.
- Baño V. 2009. Análisis mediante simulación numérica de la pérdida de resistencia de la madera por la presencia de nudos. Tesis doctoral. U.S.C.
- Bodig Jane. 1982, *Mechanics of wood and wood composites*, Libro, Van Nostrand Reinhold, New York.
- Borg Madsen. 1992. Structural behavior of timber. Libro, Universidad de British Columbia.
- Bösemann W. 1992. Evaluation of Threedimensional Geometric Features of Industrial Objects, ISPRS-Congress, Washington D.C. IUSM session on Automated Control Measurements.
- Boström L. 1992. "Method for determination of the softening behavior of wood and the applicability of a non linear fracture mechanics model", PhD Thesis, Lund University, Sweden.
- Brunner M. 2004. On the compressive strength of timber. Servicio de publicaciones de EWPA.
- Caamaño, C., Arias, P., Badaoui, A. Lorenzo, H. 2004, Evaluation of roof wood structures from close range photogrammetry data, in Topping, B.H.V., in *Proceedings of the Seventh International Conference on Computational Structures Technology*, Civil-Comp Press, Stirling, Scotland,
- Caamaño, C., Arias, P. 2007. 3D Modeling and Section Properties of Ancient Irregular Timber Structures by Means of Digital Photogrammetry. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 22 597–611.
- Cave I.D. 1978. Modelling moisture-related mechanical properties of wood. Part I: properties of the wood constituents. *Wood Science and technology* vol 12 (1), 75-86.
- Cabrero J. M. et al, 2009. Criterios de rotura en miembros de madera, servicio de publicaciones de la Universidad de Navarra.
- Clouston y Lam. 2001. Computational Modelling of strand-based Wood composites. *Journal of engineering materials*. 127(8): 844-851

- Clouston P. 2001. Computational modeling of Strand Based wood composites in bending. Tesis doctoral, Univ. British Columbia.
- Clouston P. 1995. The Tsai-Wu strength theory for Douglas-fir laminated veneer. Trabajo final de master, Univ. British Columbia.
- Chandler, J. H., Buffin-Belanger, T., Rice, S., Reid, I. and Graham, D. J., 2003. The accuracy of a river bed moulding/casting system and the effectiveness of a low-cost digital camera for recording river bed fabric. *Photogrammetric Record*, 18(103): 209–223.
- Chandler, J.H., Bryan, P., Fryer, J.G., 2007. The development and application of a simple methodology for recording rock art using consumer-grade digital cameras *The Photogrammetric Record*. 22(117): 10–21.
- Choi, Thorpe, Hanna. 1991. Image analysis to measure strain in wood and paper. *Wood Science and Technology*. 25:251–262
- Cowin. 1979. On the strength anisotropy of bone and wood. *Journal of composite applied mechanics*. 46: 832-838
- Cramer, William, Fohrell. 1989. Method for simulating tension performance of lumber members.. *Journal of structural engineering* 116(10), 2729-2746.
- Cramer S. Shi Y. McDonald K. (1996) "Fracture Modeling of Lumber Containing Multiple Knots". *Proceedings of the International wood engineering conference 1996*, October 28-31; New Orleans, LA. Baton Rouge, LA: Louisiana State University: Vol. 4: 288-294.
- Dahly Malo. 2008. Planar Strain Measurements on Wood Specimens, *Experimental Mechanics* 49:575–586
- Danson, F.M., Hetherington, D., Morsdorf, F., Koetz, B., Allgöwer, B., 2007. Forest Canopy Gap Fraction From Terrestrial Laser Scanning. *IEEE Geoscience and remote sensing letters*, vol. 4 (1). 157-160.
- DB-SEM: Madera. 2009. Código Técnico de la Edificación. Documento Básico SE-M. Seguridad Estructural-Madera
- Dean, C. 2003. Calculation of wood volume and stem taper using terrestrial single-image close-range photogrammetry and contemporary software tools. *Silva Fennica* 37(3). 359-380.
- Donaldson, Xu. 2005. Top and minimum microfibril angles (MFA) on *P. radiata*, including juvenile wood . *Trees* 19:644-653.
- Departamento de obras públicas del gobierno de los Estados Unidos 2007, - Manual for LS-DYNA Wood Material Model 143.
- Eberhardsteiner, J. 2002. *Mechanisches Verhalten von Fichtenholz- Experimentelle Bestimmung der biaxialen Festigkeitseigenschaften..* Vienna, Austria: Springer. ISBN: 3-211-83763-9; 174 S.
- El-Hakim, S.F., Fryer, J.G. and Picard, M. 2004, Modelling and visualization of aboriginal rock art in the Baiame cave. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 35(B5): 990-995.
- Ferrer et al. 1998. Fotogrametría. Facultad de ingeniería de canales, caminos y puertos de Cantabria.
- Foley 2001, A three-dimensional paradigm of fiber orientation in timber, *Wood science and technology*, vol 35, Issue: 5, 453-465
- Franke, B., Hujer, S. & Rautenstrauch, K. 2003, Strain analysis of solid wood and glued laminated timber constructions by close range photogrammetry, in German Society for Non-Destructive Testing, in *Proceedings on BB 85-CD*, P51, Berlin, Germany.
- Franke, B, 2003 Strain Analysis of solid wood and glued laminated timber constructions by close range photogrammetry *International Symposium NDT-CE*. Berlin, Alemania.
- Fryer, J. G., 2001. Surveyors and archaeology: recording timeless treasures. *Geomatics World*, 6(9): 24–27.

- Grekin, M. 2006. "Nordic Scots pine vs. selected competing species and non-wood substitute materials in mechanical wood products. Literature survey". Working Papers of the Finnish Forest Research Institute 36, Finnish Forest Research Institute, Finland.
- Goldenblat y Kopnov. 1965 Strength of glass reinforced plastics in the complex stress state. *Mekhanika Polimerov* 1 (2) 70-78.
- Guaita M. et al. 1999. Aplicación del método de los elementos finitos a problemas de construcción rural. Unicopia.
- Guaita M., Ortiz J. Cañas I. 1994. Principios del cálculo matricial de estructuras. Unicopia.
- Guitard D. 1987 *Mécanique du matériau bois et composites*. Cepadues editions., Tolouse.
- Gupta, 2004, Effect of knots on longitudinal shear strength of Douglas-fir using shear blocks. *Forest Products Journal* 54 (11), 77-84.
- Gustafsson J. et al 2002. Fracture mechanics models for strength analysis of timber beams with a hole or a notch. A report rilem tc-133. Lund University, Suecia.
- Hampel, Geerd Mass, 2003, Application of digital photogrammetry for measuring deformation and cracks during load tests in civil engineering material testing. *Optical 3d Measuring techniques*. Vol 2, 80-88.
- Hankinson, R.L. 1921. Investigation on crushing strength of spruce at varying angles of grain. Air service information circular, Vol. III, No. 259 (Material Section Report, No. 130, McCook Field, Dayton, OH).
- Hashin, Z., "Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites," *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47, June 1980, pp. 329–334.
- Hermoso E. 2001. Caracterización mecánica de la Madera estructural de *Pinus sylvestris*. Tesis doctoral U.P.M.
- Hill, R. *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford University Press, Oxford, United Kingdom, 1950
- Hoffman, O., "The Brittle Strength of Orthotropic Materials," *Journal of Composite Materials*, Vol. 1, 1967, pp. 200–206.
- Hoffmeyer, P. 1995. Wood as a building material, Lecture A4 in timberIn: timber engineering Step 1: basis of design, material properties, structural components and joints.. The Netherlands; A4/1-A4/21.
- pr INSTA 142:2008 ). Visual strength grading of Nordic T- and LT- timber.
- Kasal y Leichti 2004. State of the art in multiaxial phenomenological failure criteria for wood members. *Progress in Structural Engineering and Materials* 7 (1). 3-13.
- Kollmann, F.F.P. Côté W.A. 1968 *Principles of Wood Science and Technology I: Solid wood*, Springer-Verlag, New York.
- Kollmann 1959. *Tecnología de la Madera y sus aplicaciones*. Tomo primero. Instituto forestal de investigaciones y experiencias del servicio de la Madera. Madrid.
- Kovacs, L., Zimmermann, A., Brockmann, G., Gühring, M., Baurecht, H., Papadopoulos, N.A., Schwenzer-zimmerer, K., Sader, R., Biemer, E. and Zeilhofer, H.F., 2006. Three-dimensional recording of the human face with a 3D laser scanner. *Journal of Plastic, Reconstructive & Aesthetic Surgery* 59 (11). 1193-1202.
- Kramer, Borkowski. 2004. Wood grain patterns at branch junctions: modeling and implications. , *trees-structure and function*, 18 (5), 493-500
- Kramer. 2006. Wood grain pattern formation: A brief review *Journal of plant growth regulation* 25(4). 290-301
- Landaelius J. 1989. Finite area method. *Division of Structural Mechanics* . Lund institute of technology, Suecia. (En sueco).
- Liu. 1984. Evaluation of the tensor polynomial strength theory for wood. *Journal of composite materials* 18(5): 216-226.

- Luhmann, Robson, Kyle, Harley. 2006. Close range photogrammetry, principles methods and applications. Whittles publishing.
- Maas H. Hampl U. 2006. Photogrammetric techniques in civil engineering material testing and structure monitoring. *Photogrammetric engineering and remote sensing* 72 (1). 39-45.
- Maas, H.G., Bienert, A., Scheller, S. and Keane, E., 2008. Automatic forest inventory parameter determination from terrestrial laser scanner data. *International Journal of Remote Sensing* 29(5). 1579-1593.
- Mackerle J. 2005. Finite element method analysis in wood research: a bibliography, *Wood Science Technology* 39: 579-600.
- Mäkinen H., Song T. 2002. Evaluation of models for branch characteristics of Scots pine in Finland. *Forest Ecology and Management* 158 (1-3). 25-39.
- Masuda y Honda 1994. Theoretical analysis on bending of lumber containing knots by using finite element method, 40(2) 127-133.
- Masuda, Iwabuchi y Murata 1999, Analyses of fracture criteria using image correlation method, 1 Rilem symposium on timber engineering, Estocolmo, Suecia.
- Masuda, Seiichiro. 2004 .Investigation of the true stress-strain relation in shear using the digital image correlation method, *Journal of Wood Science-Official Journal of the Japan Wood Research Society* 50(3):146-150
- Mihashi, Navi, Sunderland, Itagaki, Ninomiya.1999. Micromechanics of knot's influence on tensile strength of Japanese cedar. 1 Rilem symposium on timber engineering. Estocolmo, Suecia.
- Masuda M. 1988. Theoretical consideration on fracture criteria of wood-Proposal of a finite small area theory. *Proceedings of the 1988 International conference on timber engineering, Seattle. Vol 2* 584-595.
- Mitsubishi K. Poussa M. Puttonen J. (2008) "Method for predicting tension capacity of sawn timber considering slope of grain around knots". *Journal of Wood Science* (2008) 54:189-195.
- Nagai , Murata, Nakano. 2009. Defect detection in lumber including knots using bending deflection curve: comparison between experimental analysis and finite element modeling, *J Wood Sci* 55:169-174
- Norris, C.B. 1950. Strength of Orthotropic Materials subjected to Combined Stress. U.S. Forest Products Laboratory Report # 1816.
- Ogleby, C.L., Papadaki, H., Robson, S. and Shortis, M.R., 1999. Comparative camera calibrations of some "off the shelf" digital cameras suited to archaeological purposes. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 32(5W11): 69-75.
- Ortiz Berrocal, 1980. Resistencia de materiales. Ed. Litoprint.
- Ortiz Berrocal. 1998. Elasticidad, Ed McGraw Hill.
- Panshin A.J. and de Zeeuw C 1980, Textbook of wood technology, McGraw Hill, New York.
- Persson K. 1997, Modelling of wood properties by a micromechanical approach. Report TVSM-3020, Division of structural mechanics, university of Lund, Suecia.
- Pellicane P. 1994. Mathematical details of the flow grain predictor of grain orientation. *Forest products journal* 44 (7/8), 51-54.
- Pellicane, Franco. 1994. 3dimensional model for wood pole strength predictions. *Journal of structural engineering* 119(7): 2199-2214
- Pellicane P.J. Franco N. (1999). "Modeling wood pole failure. Part 2: Material and geometric considerations". *Wood science and Technology* (28). 261-274.

- 
- Phillips, Bodig, Goodman. 1981. Flow Grain analogy, wood science vol 14 n°2. 55-64
  - Pluvinatge G. 1992 La rupture du bois et de ses composites. Cepadues editions. Toulouse.
  - Retrieter A, Stanzl-Tschegg SE 2001 Compressive behaviour of softwood under uniaxial loading at different orientations to the grain. *Mech Mater* 33:705–715
  - Rowlands, R.E. 1985. Strength (failure) theories. In *Handbook of Composites. Volume 3: Failure Mechanics of Composites*, 71-126. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science Publishers.
  - Ruigómez J.M.G., curso de mecánica escuela de ing. de caminos canales y puertos de Madrid 2001
  - Saravi, P. Lawrence, F. Lam, 2004, Implementation of a mechanics based system for estimating the strength of timber. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions*. 53 (2). 284-292.
  - Shih C. F. Lee D. (1978). "Further Developments in Anisotropic Plasticity". *Journal of Engineering Materials and Technology* (100), 294-302.
  - Sinha A, Gupta R, Muszyński L. 2006. Strain profile in wood frame shear walls—preliminary results. 9th World Conference on Timber Engineering, Portland USA
  - Smith, Landis y Gong. 2003. *Fracture and fatigue in wood*. Willey.
  - Thelandersson S. Larsen H.J. (2003) "Timber Engineering". Book. Ed Wiley, UK.
  - Schwenzer–Zimmerer, K., Boerner, B.-I., Schwenzer, N.F., Müller, A.A., Juergens, P., Ringenbach, A., Schkommodau, E. and Zeilhofer, H.-F., 2008. Facial acquisition by dynamic optical tracked laser imaging: a new approach. *Journal of Plastic, Reconstructive & Aesthetic Surgery* 62 (9). 1181-6.
  - Thies, M., Pfeifer, N., Winterhalder, D. and Gorte, B.G.H. 2004. Three-Dimensional Reconstruction of Stems for Assessment of Taper, Sweep and Lean Based on Laser Scanning of Standing Trees. *Scand. J. For. Res.* 19: 571- 581.
  - Timoshenko S. 1989. *Resistencia de materiales, primera parte, teoría elemental y problemas*. Espasa Calpe
  - Tsai, Stephen W., and Victor D. Azzi, 1966. Strength of Laminated Composite Materials, 4(2), 296–301.
  - Tsai, Wu.. 1971. A general theory of strength for anisotropic material. *Journal of composite materials* 5(1), 58-80
  - Tsakiri, Ioannidis, Papanikos y Kattis. 2004. Load Testing Measurements for Structural Assessment Using Geodetic and Photogrammetric Techniques 1st FIG International Symposium on Engineering Surveys for Construction Works and Structural Engineering Nottingham, United Kingdom.
  - UNE EN 384. Madera estructural. Determinación de los valores característicos de las propiedades mecánicas y la densidad.
  - UNE EN 338. Madera estructural. Clases resistentes.
  - UNE EN 336. Madera estructural. Coníferas y chopo. Dimensiones y tolerancias.
  - UNE EN 408. Estructuras de madera. Madera aserrada y madera laminada encolada para uso estructural. Determinación de algunas propiedades físicas y mecánicas.
  - UNE EN 14081. Estructuras de madera. Madera estructural con sección transversal rectangular clasificada por su resistencia.
  - UNE EN 56544:2003. Clasificación visual de la madera aserrada para uso estructural. Madera de coníferas.
  - UNE EN 56544:2007. Clasificación visual de la madera aserrada para uso estructural. Madera de coníferas.
  - USDA1999, *Wood Handbook: wood as an engineering material*, Forest Products Laboratory, Forest Service, United States Department of Agriculture, US Government Printing Office, Washington DC.
  - Van der Put, T.A.C.M. 2005. *The tensor polynomial failure criterion for wood*. Delft, the Netherlands: Delft Wood Science Foundation.
-



- Van der Put, 2009. A continuum failure criterion applicable to Wood. The Japan Wood research society 55(5). 315-322.
- Vignote Peña S., Martinez Rojas I. 2006, Tecnología de la madera, Ed Mundi Prensa.
- Valliappan, S. Boonlaulohr, P. Lee, I.K. (1976), "Non-linear analysis for anisotropic materials". International Journal for Numerical Methods in Engineering (10), 597-606.
- Wester-Ebbinghaus W. 1980. Photographisch-numerische Bestimmung der geometrischen. Abbildungseigenschaften eines optischen Systems Optik 55 (3), 253-259.
- Yamada, S.E., Sun, C.T. 1978. Analysis of Laminate Strength and Its Distribution, Journal of Composite Materials 12, 275-284.
- Xu, P. 2002, Estimating the influence of knots on the local longitudinal stiffness in radiata pine structural timber. Wood Science and Technology 36 (6). 501-509.
- Zandenberg Smith. 1988. Finite element fracture prediction for wood with knots and cross grain. Wood and fiber science 20 (1), 97-106.